



3 1761 08091828 7





International Congress of Actuaries

Gutachten, Denkschriften

und

Verhandlungen

des

Sechsten Internationalen Kongresses

für

Versicherungs-Wissenschaft

Wien, 7. bis 13. Juni 1909

..

Herausgegeben von der

Mathematisch-statistischen Vereinigung

des

Österreichisch-ungarischen Verbandes der Privat-Versicherungs-Anstalten

..

I. Band:

Diskussions-Themen

Zweite Hälfte.

102090
28/5/10

Wien 1909'

Österreichisch-ungarischer Verband der Privat-Versicherungs-Anstalten

I., Grünangergasse 1.

Druck von H. Engel & Sohn, k. u. k. Hof-Buchdruckerei, Wien.

Reports, Memoirs and Proceedings
of the
Sixth International Congress
of
Actuaries

Vienna, June 7 to 13 1909

Vol. I:
Subjects for Discussion
Second part.

Rapports, Mémoires et Procès-Verbaux
du
Sixième Congrès International
des
Actuaires

Vienne, 7 au 13 juin 1909

Tome I:
Thèmes à discuter
Part second.

Rapporti, Memorie e Processo verbale
del
Sesto Congresso Internazionale
d' Attuari

Vienna, 7 al 13 Giugno 1909

Vol. I:
Temi di discussione
Parte seconda.

Inhaltsverzeichnis.

Band I. Zweite Hälfte.

Gutachten zu den Diskussionsthemen.

Reports to subjects for discussion. | Rapports aux thèmes à discuter.

Rapporti ai temi di discussione.

IV. (Fortsetzung).

Das Problem des mathematischen Risikos; die Sicherheitsreserven bei Versicherungsanstalten und Pensionsfonds.

[Es sollen die Methoden zur Abschätzung des Wertes der Verluste untersucht werden, welche im Versicherungsbetriebe auch bei Zugrundelegung zutreffender Rechnungsgrundlagen infolge zufälliger Abweichungen der versicherten Ereignisse von den angenommenen Voraussetzungen (mathematisches Risiko) zu gewärtigen sind, und es ist darzustellen, in welcher Weise die Ergebnisse dieser Theorie auf die Abschätzung der Höhe der Sicherheitsreserven bei Versicherungsgesellschaften und Pensionsfonds anzuwenden sind.]

The problem of the mathematical risk; special reserves of Insurance Companies and Pension Funds.

[It is proposed to examine the methods for estimating the possible loss which may be incurred even after adopting experience tables in the calculations, owing to chance deviations of "actual" from "expected" events (mathematical risk), and it is to be shown how the results of this theory may be made practically of value in computing the special reserves of Insurance Companies and Pension Funds.]

Le problème du risque mathématique; les réserves de garantie des institutions d'assurances et de caisses de retraite.

[Sont à examiner les méthodes d'évaluation des pertes auxquelles on peut s'attendre dans les opérations d'assurances, dont les bases sont exactes tant au point de vue du calcul que de la statistique, et pour lesquelles néanmoins l'arrivée des sinistres peut présenter des divergences avec les prévisions (risque mathématique); comment tenir compte des résultats de cette théorie pour l'évaluation du montant des réserves de garantie à constituer par les institutions d'assurances et par les caisses de retraite.]

Il problema del rischio matematico e le riserve tecniche negli Istituti d'Assicurazione e nei Fondi Pensioni.

[Sono da esaminarsi i metodi per la valutazione delle perdite che possono verificarsi nell'esercizio delle assicurazioni — anche quando le calcolazioni di base siano tecnicamente esatte — e dipendenti da casuali deviazioni fra la realtà e le premesse iniziali (rischio matematico). Si devono poi esporre le modalità con le quali i risultati di questa teoria di valutazione siano da applicarsi alla determinazione delle riserve tecniche degli Istituti d'Assicurazione e dei Fondi Pensioni].

Seite

F. Österreich . . .

Smolensky, Peter, Mathematiker der „Assicurazioni Generali“, Triest, via Irenéo 5 . . . 765

Tauber, Alfred, Dr. phil., Professor an der Universität Wien, Aufsichtsrat der mathematisch-statistischen Vereinigung, mathematischer Beirat der k. k. priv. Lebensversicherungs-Gesellschaft „Oesterreichischer Phönix“, Wien, I., Bauernmarkt 5 . . . 781

		Seite
F. Österreich	Z a l a i, Friedrich, M. m. st. V., Chefmathematiker der „Assicurazioni Generali“, <i>Triest, via Antonio Canova 21</i>	843
G. Schweden	E k h o l m, Nils, Dr. phil., Aktuar der „Svenska Lifförsäkrings-Bolaget“, <i>Stockholm, Grefströgatan 76 B</i>	855
	L u n d b e r g, F., Dr. phil., Generaldirektor der Lebensversicherungs-Aktiengesellschaft „De Förenade“, <i>Stockholm</i>	877
H. Ungarn	A l t e n b u r g e r, Julius, C. I. A., C. I. A. F., C. A. A. B., Sekretär der mathematisch-statistischen Vereinigung, <i>Wien, I., Grünangergasse 1 (Budapest, VII., Hajtsár-út 24)</i>	957
	A r a n y, Daniel, Professor an der staatlichen höheren Gewerbeschule, <i>Budapest, VIII., Népszínház-utca 8</i>	965

V.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen und privaten Versicherung.

[In der sozialen Versicherung werden die Versicherungsbedürfnisse einzelner Bevölkerungsschichten zwangsweise oder durch Förderung aus öffentlichen Mitteln befriedigt. Welches sind die Aufgaben, welche darnach der Privatversicherung erwachsen, und inwiefern kann sich dieselbe neben der öffentlichen Versicherung ungestört weiter entwickeln?]

The economic relations between national assurance and assurance by private (unofficial) companies.

[In the former (national insurance) the requirements of special classes of the population are satisfied compulsorily, or by aid from public funds. Consequently, what mission is imposed upon private insurance, and how far is it possible for the latter to still further develop alongside of national insurance?]

Les relations économiques entre l'assurance sociale et l'assurance privée.

[Par l'assurance sociale, les nécessités économiques de certaines couches de la population sont satisfaites au moyen de l'assurance obligatoire ou par subventions prélevées sur les ressources publiques. Quelles sont les tâches qui en résultent pour l'assurance privée, et dans quelle mesure son développement peut-il être continué à côté de l'assurance sociale?]

Rapporti economici fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata.

[L'assicurazione sociale provvede all'assicurazione di determinate classi della popolazione o col metodo della obbligatorietà oppure con denaro pubblico. Quali sono i compiti che ne derivano alla assicurazione privata e fino a qual punto essa potrà svolgersi indisturbata nonostante il funzionamento dell'assicurazione sociale?]

		Seite
A. Deutschland	E m m i n g h a u s, A., Dr. jur., Professor, <i>Gotha</i>	995
	von Z w i e d i n e c k - S ü d e n h o r s t, Otto, Professor an der großherzogl. technischen Hochschule, <i>Karlsruhe</i>	1007
B. Frankreich	B e l l o m, Maurice, Professeur à l'école nationale supérieure des mines, <i>Paris, XVII., 6 rue Daubigny</i>	1033

	Seite
C. Großbritannien . . .	Watson, Alfred William, F. I. A., Manchester Unity Friendly Soc., <i>Nottingham</i> 1055
D. Italien	Magaldi, Vincenzo, Comm. Dr., Direttore Generale del Credito e della Previdenza della Cooperazione e delle Assicurazioni sociali nel ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, <i>Roma</i> 1077
E. Niederlande . . .	van Schevichaven, S. R. J., Dr. phil., <i>Bussum bei Amsterdam, Graf Florislan II</i> 1091
F. Vereinigte Staaten	Hoffman, Frederick L., University Lecturer of Actuarial Subjects, Statistician of the Prudential Insurance Company, <i>Newark, N. J.</i> 1105

VI.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unver-sicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen ?

[Angestrebt wird, den bisher von der Versicherung gänzlich ausgeschlossenen Risiken die Wohltaten der Versicherung zuteil werden zu lassen; ferner die bisherigen, vielfach willkürlichen Prämien-erhöhungen für minderwertige Leben durch wissenschaftlich begründete Erhöhungen zu ersetzen.]

Is it desirable to divide „under-average“ lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified ?

[It is proposed to obtain the benefit of insurance for risks hitherto totally excluded therefrom; further to replace the present, mostly arbitrarily, assessed extra premiums for „under-average“ lives by extra premiums computed upon a scientific basis.]

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases ?

[Il s'agit de faire profiter du bénéfice de l'assurance les risques qui actuellement en sont exclus, ainsi que de remplacer par des augmentations de primes calculées scientifiquement les surprimes souvent arbitraires appliquées jusqu'à présent aux risques tarés.]

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone che secondo le norme ora in uso non sono assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da determinarsi le relative basi scientifiche ?

[E' desiderabile di estendere i benefici dell'assicurazione anche a rischi sin qui totalmente esclusi, rispettivamente a sostituire dei soprapremi a base scientifica alle addizionali di premio spesso arbitrarie che vengono attualmente applicate ai rischi anormali.]

A. Belgien	Lembourg, Charles, Dr. phil., A. A. A. B., Actuaire à la Compagnie d'Assurances „La Royale Belge“, <i>Rue de l'Aqueduc 58, à Bruxelles</i> 1169
----------------------	---

	Seite
A. Belgien	Maingie, Louis, Dr., A. A. A. B., Actuaire et Sousdirecteur de la „Compagnie Belge d'Assurances Générales sur la vie“, 2 <i>Rue de Paris, Bruxelles</i> 1179
B. Dänemark	Pedersen, Jens, Mag. scient., Mitglied der „Foreningen af Danske Aktuarer“, Aktuar, <i>Kopenhagen</i> 1207
C. Deutschland	Engelbrecht, Georg, Dr. phil., Direktor der „Wilhelma“, <i>Magdeburg</i> 1235
D. Frankreich	Quiquet, Albert, A. I. A. F., C. I. A., C. A. A. B., C. A. S. A., Actuaire de la Nationale-Vie, 92 <i>Bd. St. Germain, Paris</i> 1245
E. Großbritannien	Lutt, Harold Edward William, F. I. A., Northern Assurance Company, Limited, 1 <i>Moorgate- street, E. C. London</i> 1249
F. Österreich	<div style="display: inline-block; vertical-align: middle; font-size: 3em; line-height: 1;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> Blaschke, Ernst, Dr. phil., C. I. A. F., Re- gierungsrat im k. k. Ministerium des Innern, Professor an der k. k. technischen Hoch- schule, Aufsichtsrat der mathematisch-stati- stischen Vereinigung, <i>Wien, I., Judenplatz 3</i> 1261 Szancer, Eduard, beh. aut. Versicherungs- techniker, Leiter der Lebensversicherungs- Abteilung der Krakauer Wechselseitigen Versicherungs-Anstalt, <i>Krakau, Basztowa 9</i> 1303 </div>
G. Schweden	<div style="display: inline-block; vertical-align: middle; font-size: 3em; line-height: 1;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> Englund, Karl, Dr. phil., Aktuar der Lebens- versicherungs-Gesellschaft „Balder“, <i>Sture- gatan 8, Stockholm</i> 1311 Palme, Sven, Generaldirektor der Lebensver- sicherungs-Aktiengesellschaft „Thule“, <i>Stock- holm</i> 1317 </div>
H. Ungarn	Altenburger, Julius, C. I. A., C. I. A. F., C. A. A. B., Sekretär der mathematisch- statistischen Vereinigung, <i>Wien, I., Grün- angergasse 1 (Budapest, VII., Hajósár-út 24)</i> . 1341
I. Vereinigte Staaten	<div style="display: inline-block; vertical-align: middle; font-size: 3em; line-height: 1;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> Hunter, Arthur, F. A. S. A., F. F. A., A. I. A., F. S. S., Actuary, New-York Life Insurance Co., 346 <i>Broadway, New-York</i> 1349 Messenger Hiram John, Ph. D., F. A. S. A., Actuary, Travelers Insurance Co., <i>Hartford, Connecticut</i> 1363 </div>

VII.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie.

Actuarial science in its relation to economics and sociology.	La science actuarielle dans ses rapports avec l'économie politique et la sociologie.
---	--

La tecnica dell'assicurazione nei suoi rapporti con l'Economia Politica e la Sociologia.

		Seite
	{ L e m b o u r g, Charles, Dr. phil., A. A. A. B., Actuaire à la Compagnie d'Assurances, „La Royale Belge“, <i>Rue de l'Aqueduc 58 Bruxelles</i>	1375
A. Belgien	{ M a i n g i e, Louis, Dr., A. A. A. B., Actuaire et Sousdirecteur de la Compagnie Belge d'Assurances Générales sur la vie“, <i>2 Rue de Parie, Bruxelles</i>	1379
B. Deutschland . . .	B i s c h o f f, Diedrich, Dr., Direktor der „Teutonia“, Allgemeine Renten-, Kapital- und Lebensversicherungsbank, <i>Leipzig</i>	1401
C. Großbritannien . .	W a r n e r, Samuel George, Vice President of the Institute of Actuaries, Actuary and Secretary, Law Union and Crown Insurance Company, <i>126 Chancery Lane, W. C. London</i>	1427
D. Schweiz	B o h r e n, A., Dr. Dozent an der Universität, <i>Bern</i>	1453

VIIa.

Über eine neue Methode der Konstruktion und Ausgleichung von Sterblichkeitstafeln.

On a New Method of Constructing and of Graduating Mortality Tables.	Sur une nouvelle méthode de la construction et de l'ajustement de tables de mortalité.
---	--

Un nuovo metodo della costruzione e della graduazione di tavole di mortalità.

		Seite
A. Großbritannien . .	K i n g, George, F. I. A., F. F. A., Consulting Actuary, <i>15 Wallbrook, London</i>	1469

IV. (Fortsetzung.)

Das Problem des mathematischen Risikos; die Sicherheitsreserven bei Versicherungsanstalten und Pensionsfonds.

The problem of the mathematical risk; special reserves of Insurance Companies and Pension Funds.

Le problème du risque mathématique; les réserves de garantie des institutions d'assurances et de caisses de retraite.

Il problema del rischio matematico e le riserve tecniche negli Istituti d'Assicurazione e nei Fondi Pensioni.

IV. — F₁.

Das mathematische Risiko aus der Verteilung der Versicherungssummen auf die Sterbefälle.

Von **Peter Smolensky**, Triest.

1. Seit *Wittstein's* Klage, daß seinen Untersuchungen über das Risiko die Anerkennung durch die Praxis versagt geblieben, ist oft die Frage von neuem aufgeworfen worden, worauf diese gewiß des Nachdenkens werthe Erscheinung eigentlich zurückzuführen sei. Bald wurde auf die mannigfachen Sicherheitsfonds hingewiesen, die sich unter verschiedenen Titeln bei allen Versicherungsinstituten finden, bald auf die vorsichtig gewählten Rechnungsgrundlagen, die jeden Versicherungswert mit einem hinreichenden Sicherheitskoeffizienten versehen sollen.

Das sind die beiden Gründe, die immer wiederkehren. Aber die Frage kann dadurch kaum als befriedigend beantwortet angesehen werden. Die erstgenannten Reserven stehen im innigsten Zusammenhang mit der finanziellen Seite des Versicherungsgeschäftes und finden sich als solche ebensogut bei reinen Bankgeschäften. Warum sollen aber gerade die Reservierungen, die für das Versicherungsgeschäft charakteristisch wären, die bestimmt wären, das Risiko aus dem Verlaufe der Sterblichkeit zu decken, nicht ebenso notwendig sein, wie etwa die Reserven für Kursschwankungen der Wertpapiere?

Dagegen wird dann der Einwand erhoben, daß diese Schwankungen auf keine andere Weise in ihrer Wirkung abgeschwächt werden können, als durch Anlegung spezieller Fonds, daß hingegen den Schwankungen der Sterblichkeit durch die Wahl einer geeigneten Sterbetafel vollauf entgegengewirkt werden kann. In dieser Ansicht, der man fast überall begegnet, dürfte auch die Erklärung für die Erscheinung zu suchen sein, daß besondere Fonds für das Risiko des Sterbeverlaufes dem Praktiker als überflüssig erscheinen.

2. Diese Anschauung stützt sich auf die Definition des Risikos als „dem mathematischen Hoffnungswerte der Verluste durch einen *ungünstigen* Verlauf der Sterblichkeit“. Aus dieser Definition folgt unmittelbar das Problem: wie muß man die Werte für die Sterbenswahrscheinlichkeiten wählen, daß mit einer vorgegebenen, der Einheit beliebig nahen, Wahrscheinlichkeit erwartet werden darf, daß die tatsächliche Sterblichkeit die wahrscheinliche nicht überschreiten werde?

Ergibt sich für ein bestimmtes Alter aus der verwendeten Sterbetafel die Sterbenswahrscheinlichkeit q , so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die dem wirklichen Sterbeverlauf entsprechende Durchschnittszahl zwischen den Grenzen $q \pm \varepsilon$ liegt, bekanntlich gegeben durch

$$P = \int_0^{\varepsilon \sqrt{\frac{s}{2q(1-q)}}} \frac{2s}{\pi q(1-q)} e^{-\frac{t^2 s}{2q(1-q)}} dt \quad (1)$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß diese Durchschnittszahl nicht den Wert $q \pm \varepsilon$ überschreiten wird, ist daher gleich

$$\frac{1+P}{2}. \quad (2)$$

Wählt man also für diesen Ausdruck einen konstanten Wert, der sich von der Einheit hinreichend wenig unterscheidet, so kann man parallel zu der Reihe der Zahlen q eine Reihe neuer Werte $q \pm \varepsilon$ aufstellen, von denen wir mit einer der Gewißheit beliebig nahen Wahrscheinlichkeit annehmen dürfen, daß sie vom tatsächlichen Sterbeverlauf nicht überschritten werden dürften.

In Wirklichkeit wird tatsächlich immer diese Methode verfolgt. Denn da die zur Verwendung gelangenden Sterbenswahrscheinlichkeiten stets aus Erfahrungen der Vergangenheit gewonnen sind, die durch die Gegenwart bereits überholt sind, da ferner die allgemeine Sterblichkeit eine Tendenz zum Sinken zeigt, so bleibt fast immer und überall (soweit es sich um Todesfallversicherungen und versicherte Männer handelt), wie die Tatsachen gezeigt haben, die wirkliche Sterblichkeit hinter der erwartungsmäßigen zurück, wobei allerdings auch noch Ursachen mitwirken, die bisher nicht hinreichend erforscht worden sind. Diese Erscheinung bedeutet aber nichts anderes, als daß nicht die wirklichen Sterbenswahrscheinlichkeiten q , die nicht bekannt sind, sondern stets die Werte $q \pm \varepsilon$ zur Verwendung gelangen, so daß in den so erhaltenen Versicherungswerten schon ein Sicherheitskoeffizient mitenthalten ist.

Man könnte daran denken, alljährlich aus dem Vergleiche zwischen tatsächlicher und erwartungsgemäßer Sterblichkeit Mittel und Wege zu suchen, um die Werte ε und aus ihnen die Werte für P herzustellen, wodurch man zu einem Maße für die Sicherheitskoeffizienten gelangen könnte; doch soll hierauf nicht näher eingegangen werden. Die Praktiker haben sich bisher begnügt, feststellen zu können, daß solche Sicherheitskoeffizienten vorhanden sind, sodaß sie nicht erst angebracht zu werden brauchen, und haben ohneweiters angenommen, daß durch sie die Anlegung eigener Risikofonds überflüssig wird.

3. Auf ganz konsequentem Wege gelangt man also aus der obigen Definition des Risikos keineswegs zur Einsicht von der Notwendigkeit der Anlegung von Risikofonds, sondern nur zu der, die Sterbetafel so zu wählen, daß sie womöglich zu hohe Werte für die Sterbenswahrscheinlichkeiten liefere. Daß dies hinreicht, um unter gewissen Umständen das Risiko in der Lebensversicherung tatsächlich zu decken, wird später noch gezeigt werden. Daß aber im allgemeinen die Lebensversicherung ihren in hohem Grade aleatorischen Charakter durch diese Maßregeln durchaus nicht verliert, ergibt sich aus einer einfachen Überlegung.

Aus dem oben entwickelten Gedankengang folgt, daß das Risiko Null werden müßte, wenn an Stelle der wahrscheinlichen Werte q sichere Werte träten, d. h. wenn man sagen könnte, daß von n Personen eines bestimmten Alters innerhalb eines Jahres m sterben werden. Das Risiko wird auch wirklich Null, wenn es sich um lauter Versicherungen zu gleichen Beträgen A handelt. Stellt die Versicherung eine kurze Todesfallversicherung von der Dauer eines Jahres dar und sieht man vom Zinse ab, so haben die Versicherten eine Einlage E zu leisten, durch die der Betrag A m -mal gedeckt sein muß. Es ist also

$$E = m A \quad (2)$$

Welche Personen auch immer von den n Versicherten sterben sollten, die Einlage E , die der Versicherer erhalten hat, wird jedesmal zur Deckung der Ansprüche ausreichen.

Sind dagegen die versicherten Summen A_k für alle n Versicherten verschieden, so ist das Risiko keinesfalls mehr Null. Die Einlage ist nunmehr ein Mittelwert, der im allgemeinen von der Summe der fällig gewordenen m Beträge A_k verschieden sein wird, also bald höher, bald niedriger als diese. So oft aber das erste der Fall ist, wird der Versicherungsnehmer, sonst der Versicherer einen Ausfall erleiden.

Hierin liegt ein aleatorisches Moment der Versicherung, das von der Sterbetafel gänzlich unabhängig ist. In Wirklichkeit können sich die Verhältnisse sogar so gestalten, daß der tatsächliche Sterbeverlauf,

solange man nur nach Personen zählt, als ein ungemein günstiger bezeichnet werden muß, und daß trotzdem ein Ausfall entsteht, weil gerade unter den wenigen Verstorbenen einige auf hohe Summen versicherte waren. Wie dem Risiko, das aus dieser Quelle stammt, auf anderem Wege entgegengetreten werden könnte, als durch Anlegung hinreichender, also mathematisch genau ermittelter Risikofonds, ist kaum zu sagen.

4. Daß das Risiko bei lauter Versicherungen auf gleiche Beträge ein Minimum wird, ist allgemein bekannt und folgt aus einer einfachen ebenfalls bekannten Darstellung. Die Formel, welche *Wittstein* als Näherungswert für das mathematische Risiko bei verschiedenen Versicherungssummen angibt, trägt der oben angedeuteten Risikoquelle nicht Rechnung und kann daher auch keine richtigen Werte liefern. Der Beweis für diese Behauptung ergibt sich unmittelbar aus folgender Überlegung.

Nach *Wittstein* ist das mathematische Risiko in unserem Falle

$$\sqrt{\frac{q(1-q)}{2\pi}} \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + \dots + A_{n-1}^2 + A_n^2} \quad (3)$$

Dieser Ausdruck muß von Null verschieden sein, wenn die A_k verschieden sind und wenn q eine Wahrscheinlichkeitszahl vorstellt, oder wenn auch nur eine dieser Bedingungen erfüllt ist. Er muß aber Null werden, wenn keine dieser beiden Bedingungen zutrifft. Man sieht aber sofort, daß dies nicht möglich ist.

5. Es soll nun untersucht werden, welche Formel sich für das Risiko bei der einfachsten Form der Lebensversicherung, wie wir sie oben schon herangezogen haben, ergibt.

Es handelt sich hiebei um einen Vertrag zwischen einem Komplexen X von n gleichaltrigen Personen und einem Versicherer Y , wonach von Y an X gegen Entrichtung einer Prämie E gewisse von vornherein festgesetzte Beträge A_k zu zahlen sind, wenn gewisse Personen X_k des Komplexes X innerhalb eines Jahres ableben. Der Allgemeinheit halber sollen alle A_k als voneinander verschieden vorausgesetzt werden.

Soll die Prämie E den Forderungen der Billigkeit, d. h. der gleichen Leistung und Gegenleistung genügen, so ist sie in folgender Weise zu ermitteln.

Die möglichen Fälle bestehen zunächst darin, daß von den n Personen des Komplexes X keine oder eine Person, zwei, drei, i. . . . $n-1$, oder endlich alle n Personen innerhalb eines Jahres sterben. Jedem dieser möglichen Fälle kommt eine gewisse Wahrscheinlichkeit $q_0, q_1, q_2, q_3, \dots, q_i, \dots, q_{n-1}, q_n$ zu, die wir als bekannt voraussetzen. Jeder einzelne dieser Fälle enthält aber wieder eine Reihe von Unter-

fallen. Betrachtet man z. B. die Möglichkeit, daß i Personen sterben werden, so können sich diese i Personen auf $\binom{n}{i}$ verschiedene Weisen zusammensetzen, und jeder dieser Kombinationen kommt die gleiche Wahrscheinlichkeit zu.

Die Wahrscheinlichkeit, daß von den n Personen des Komplexes i bestimmte Personen sterben werden, ist daher

$$\frac{q_i}{\binom{n}{i}} \quad (4)$$

Dieser Wahrscheinlichkeit entsprechen $\binom{n}{i}$ im allgemeinen verschiedene Beträge. Der mathematische Hoffnungswert dieser Fälle, denen die gleiche Wahrscheinlichkeit zukommt, ist durch das Produkt der gemeinsamen Wahrscheinlichkeit mit der Summe der $\binom{n}{i}$ Kombinationen der Beträge A_k gegeben. Diese Summe ist aber mit Rücksicht darauf, daß jeder Betrag A_k in der Anzahl $\binom{n-1}{i-1}$ darin vorkommt, gleich

$$\binom{n-1}{i-1} (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n) \quad (5)$$

und daher der Hoffnungswert:

$$\frac{q_i}{\binom{n}{i}} \binom{n-1}{i-1} (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n) \quad (6)$$

Da aber die Beziehung gilt:

$$\binom{n}{i} = \frac{n}{i} \binom{n-1}{i-1} \quad (7)$$

so vereinfacht sich (6) in

$$q_i \frac{i}{n} (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n) \quad (8)$$

Bildet man nun die Summe dieser Ausdrücke für alle möglichen i von 0 bis n , so erhält man für

$$E = \sum_{i=0}^{i=n} q_i \frac{i}{n} (A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \frac{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}{n} \sum_{i=0}^{i=n} i q_i \quad (9)$$

6. Dies ist die allgemeine Formel für den Einsatz, zu welcher man auch gelangt, wenn man die möglichen Verteilungen der mit gleicher Wahrscheinlichkeit fällig werdenden Summen nicht berücksichtigt. Es liegt darin der Beweis für die Berechtigung, die Prämien proportional den versicherten Summen anzunehmen, ein Beweis, der meistens als gänzlich überflüssig erscheint, es aber vielleicht nicht ist, da für das Risiko dieselbe Berechtigung nicht mehr gilt.

Sind einzelne der Beträge A_k untereinander gleich, so ändert sich an der Formel natürlich nichts wesentliches.

Die Gl. (9) gilt ganz allgemein, unabhängig von der Art der Wahrscheinlichkeiten q_k . Man könnte Tafeln mit diesen Wahrscheinlichkeiten anlegen und die Werte E damit berechnen. Für den speziellen Fall, der in Wirklichkeit allein vorkommt, besteht aber zwischen den q_k außer der Beziehung, daß ihre Summe die Einheit liefert, welcher sie der Natur der Sache nach immer genügen müssen, noch die Relation

$$q_k = \binom{n}{k} q^k (1 - q)^{n-k} \quad (10)$$

worin nur eine Konstante, die Sterbenswahrscheinlichkeit für das betreffende Alter vorkommt, während alle übrigen q_k sich aus dieser darstellen lassen. In diesem Falle vereinfacht sich die Formel (9) in

$$E = A q \quad (11)$$

wenn man die Summe der A_k mit A bezeichnet.

Dieser Ausdruck zeigt, daß es genügt, den Wert der Sterbenswahrscheinlichkeiten der Sterbetafel zu erhöhen, um durchaus höhere Prämien für die Todesfallversicherungen zu erhalten.

7. Das Risiko bei diesem Vertrage entsteht nun dadurch, daß im allgemeinen durch Todesfälle Beträge fällig werden dürften, deren Summe sich von E unterscheiden wird. Da der Wert von E nach den Gesetzen der Billigkeit ermittelt ist, so müßte bei einer sehr großen Anzahl von solchen Geschäften die Summe der Ausfälle, die bald der eine, bald der andere Teil erleiden wird, auf beiden Seiten gleich werden. Bei einer begrenzten Anzahl wird jedoch fast stets entweder der Versicherer oder der Versicherungsnehmer einen Ausfall erleiden, vorausgesetzt, daß die verwendete Sterbetafel (oder die verwendet gedachte Tafel) der wirklichen Sterblichkeit vollkommen entspricht.

Das Risiko ist für beide Teile gleich und ist gegeben durch den „mathematischen Hoffnungswert aller möglichen Ausfälle“ oder Gewinne.

Die Anzahl der möglicherweise fällig werdenden Versicherungssummen ist 2^n . Man kann ohneweiters voraussetzen, ohne der Allgemeinheit Abbruch zu tun, daß alle diese Beträge von einander verschieden seien. Doch gelten die zu entwickelnden Sätze ebenso, wenn einzelne derselben gleich sind.

Der Versicherungsnehmer erleidet einen Ausfall, wenn keine einzige Person stirbt. Die Höhe desselben ist der Betrag E , die ihm zukommende Wahrscheinlichkeit q_0 , seine mathematische Hoffnung daher $q_0 E$.

Desgleichen erleidet er Schaden, wenn nur eine Person stirbt, die auf einen Betrag A_k versichert war, der kleiner als E ist. Denken wir uns die A_k der Größe nach steigend geordnet, so kann man einen Index r_1 bestimmen, von dem angefangen alle A_k ($k > r_1$) nicht kleiner als E sind. Die möglichen Ausfälle sind dann

$$\begin{aligned} E - A_1, \\ E - A_2, \\ \dots\dots\dots \\ E - A_{r_1}, \end{aligned}$$

denen allen die gleiche Wahrscheinlichkeit

$$\frac{q_1}{\binom{n}{1}}$$

entspricht. Die mathematische Hoffnung aller Ausfälle, welche durch das Eintreten eines einzigen Todesfalles entstehen können, ist daher dargestellt durch

$$\begin{aligned} \frac{q_1}{\binom{n}{1}} [(E - A_1) + (E - A_2) + \dots\dots\dots + (E - A_{r_1})] = \\ = \frac{q_1}{\binom{n}{1}} [r_1 E - (A_1 + A_2 + \dots\dots\dots + A_{r_1})] \end{aligned} \quad (12)$$

Sterben zwei Personen, so entsteht für den Versicherungsnehmer ein Ausfall, wenn die Summe der beiden fälligen Beträge kleiner als E ist. Bildet man aus den $A_1, A_2, \dots\dots A_{r_1}$ alle möglichen Summen B_k , soweit sie E nicht erreichen, so sind die möglichen Ausfälle gegeben durch

$$E - B_1,$$

$$E - B_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$E - B_{r_2},$$

denen allen die gleiche Wahrscheinlichkeit

$$\frac{q_2}{\binom{n}{2}}$$

zukommt. Daraus findet sich für den mathematischen Hoffnungswert aller Ausfälle infolge Ablebens von zwei versicherten Personen

$$\begin{aligned} & \frac{q_2}{\binom{n}{2}} [(E - B_1) + (E - B_2) + \dots + (E - B_{r_2})] = \\ & = \frac{q_2}{\binom{n}{2}} [r_2 E - (B_1 + B_2 + \dots + B_{r_2})] \end{aligned} \quad (13)$$

Setzt man diesen Vorgang fort, so muß man schließlich zu einer Summe

$$Q = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

gelangen, die der Bedingung genügt, daß

$$A_1 + A_2 + \dots + A_m < Q \leq A_1 + A_2 + \dots + A_m + A_{m+1}$$

ist. Dann liefert

$$E - Q$$

den Ausfall, der durch den Tod von m Personen erfolgen kann, und welchem die Wahrscheinlichkeit

$$\frac{q_m}{\binom{n}{m}}$$

zukommt, so daß der entsprechende mathematische Hoffnungswert durch

$$\frac{q_m}{\binom{n}{m}} [E - Q] \quad (14)$$

dargestellt ist.

Summiert man nunmehr die Ausdrücke (12), (13) ... (14) zu $q_0 E$, so erhält man die allgemeine Formel für das mathematische Risiko:

Die Anzahl der versicherten Personen sei drei; die versicherten Beträge $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, $A_3 = 3$; die Wahrscheinlichkeiten, daß keine, eine, zwei, drei der Personen sterben, der Reihe nach 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$.

Der Einsatz wird

$$E = 2 \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} \right) = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}.$$

Für die Summen, deren Fälligwerden einen Ausfall für den Versicherungsnehmer bedeuten würde, ergibt sich

$$A_1 = 1, A_2 = 2, A_3 = 3, \text{ so daß } r_1 = 3 \text{ ist,}$$

$$B_1 = 3, \text{ so daß } r_2 = 1 \text{ ist.}$$

Daher wird das Risiko des Versicherungsnehmers

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \left[3 \frac{10}{3} - (1 + 2 + 3) \right] + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \left[\frac{10}{3} - 3 \right] \\ &= \frac{19}{27}. \end{aligned}$$

Zum selben Werte gelangt man, wenn man das Risiko der Versicherten berechnet.

10. Bemerkenswert an der Formel (16) ist ihr verschiedenes Verhalten, je nachdem q kleiner oder größer als $\frac{1}{2}$ ist. Bekanntlich ist fast für alle Alter das erstere der Fall. Die Koeffizienten der Klammerausdrücke bilden dann eine fallende Reihe, die sehr schnell gegen Null konvergiert. Ist dagegen q größer als $\frac{1}{2}$, was meist nur für die allerhöchsten Alter zutrifft, so werden die Koeffizienten der ersten Klammerausdrücke bei einigermaßen großem n sehr klein. Im allgemeinen wird immer nur eine kleine Anzahl der Klammerausdrücke wesentlich auf den Wert von R Einfluß nehmen.

Wie man leicht sieht, geht der Wert von R , wenn alle A_k untereinander gleich werden, in die gewöhnliche Formel für das Risiko bei gleichen Versicherungssummen über:

$$R = q_0 E + q_1 [E - A_k] + q_2 [E - 2 A_k] + \dots$$

11. Die Auswertung der Formeln (15) beziehungsweise (16) bei größeren Zahlenwerten für n bildet ein Kapitel für sich; sie erfordert umfassende kombinatorische Untersuchungen, die einerseits weit über

den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinausgehen, andererseits zur Stunde noch nicht als abgeschlossen betrachtet werden können. Hier wollen wir uns auf die Andeutung einiger Methoden beschränken, die für die weitere Untersuchung maßgebend sein können. Doch erfordert auch dies einen kleinen Exkurs in die Kombinationslehre.

Die Bildung der Kombinationen von n Elementen zur Klasse i erfolgt allgemein nach einem bekannten Schema, indem man bei der Bildung von links nach rechts vorschreitet. Dieses Schema wollen wir das „steigende“ nennen, das analoge entgegengesetzte, von rechts nach links vorschreitende das „fallende“, wobei immer vorausgesetzt wird, daß die Elemente in ihrer ursprünglichen Reihenfolge ihrem Werte nach steigend geordnet sind. Als Wert einer Komplexion wollen wir kurz an Stelle der Bezeichnung „Summenwert“ die Summe der Werte jedes einzelnen Elementes verstehen. Komplexionen, in welchen alle vorkommenden Elemente in derselben Nebeneinanderfolge vertreten sind wie in der ursprünglichen Reihenfolge, wollen wir als „zusammenhängende“ bezeichnen.

Man sieht leicht ein, daß bei der Anordnung, in welcher die Kombinationen beim steigenden Schema erhalten werden, die zusammenhängenden Komplexionen bezüglich der nachfolgenden Minima, bei der fallenden Maxima darstellen. Jeder Komplexion, die nach dem einen oder dem anderen Schema erhalten worden ist, kommt ein bestimmter Ordnungsindex zu, für den ein Algorithmus leicht aufzustellen ist.

Handelt es sich nun darum, festzustellen, welche Kombinationen eine vorgegebene Zahl E nicht überschreiten, so ist zunächst die Reihe der ursprünglichen Elemente der Größe nach steigend zu ordnen, hierauf sind die zwei aufeinanderfolgenden Kombinationen zu bestimmen, zwischen welche E fällt. Da die Anzahl aller zusammenhängender Komplexionen $n-i$ ist, und sie eine nicht abnehmende Wertereihe bilden, so ist dies mit keinerlei Schwierigkeiten verbunden. Aus dem Ordnungsindex der nächsthöheren Kombination folgt aber unmittelbar eine untere Grenze für die Anzahl derjenigen Komplexionen, die höhere Werte haben als E , aus demjenigen der nächstniedrigeren eine solche für diejenigen, die niedrigere Werte haben.

Dadurch ist eine erste Annäherung an die gesuchte Zahl gegeben. Der Vorgang kann so weit fortgesetzt werden, bis man zum genauen Werte gelangt. Ist aber einmal festgestellt, welche Kombinationen kleinere Werte liefern als E , so ist es ohne weiteres möglich, die Anzahl zu bestimmen, in welcher alle einzelnen Elemente in diesen Kombinationen vorkommen und damit auch deren Summe.

Neben diesem Wege, der auf die direkte Auswertung der Formel abzielt, müßte in zweiter Linie daran gedacht werden, handliche

Näherungsformeln zu finden, die es gestatten, den Wert von R in brauchbarer Annäherung zu bestimmen, ohne daß die Berechnung der einzelnen Klammerausdrücke erforderlich wäre. Diese Aufgabe sowie die Anwendung der Formel auf kompliziertere Versicherungsarten als die oben herangezogene sollen einer anderen Gelegenheit vorbehalten bleiben.

The risk of distribution.

By Peter Smolensky, Trieste.

Considering the risk as "mathematical value of expectation of losses due to unfavourable mortality", we are necessarily induced to the opinion that the said risk must not be paralyzed by accumulating special funds, but that it is sufficient to base the calculations on higher than actual loss probabilities. As in practice the actual mortality is nearly always, by itself inferior to expectation, it is generally considered unnecessary to adopt any further measures in view of the risk.

However, the said definition does not cover all possible cases. Even when actual mortality as to lives is favourable in comparison with mortality tables, it may yet easily happen that the distribution of insured amounts over death claims is attended with losses independent of mortality tables.

Therefore, the risk can be generally defined as "mathematical value of expectation of *possible* losses due to mortality". Further, formulae of premium and mathematical risk are given for the simplest case of Life assurance (temporary insurance for one year, without regard to rate of interest), if possibilities as to distribution of insured amounts over death claims are at once taken into account. As to premium, we obtain the same general formula which is equally arrived at, when neglecting the possibilities of distribution; on the other hand, we find as most general expression for mathematical risk of the said form of insurance the following relationship

$$\begin{aligned}
 R = q_0 E + \frac{q_1}{\binom{n}{1}} [r_1 E - (A_1 + A_2 + \dots + A_{r_1})] + \\
 + \frac{q_2}{\binom{n}{2}} [r_2 E - (B_1 + B_2 + \dots + B_{r_2})] + \\
 \dots \dots \dots
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{q_i}{\binom{n}{i}} [r_i E - (I_1 + I_2 + \dots + I_{n_i})] +$$

.

$$+ \frac{q_m}{\binom{n}{m}} [E - Q].$$

where the figures q_i represent the probabilities that among n insured persons i die during the year of insurance, E is the unit payable by the group of n persons for insuring, at the form already mentioned, the amounts A_i in case of death of the persons x_i : A_1, A_2, \dots, A_{r_1} are insured amounts not exceeding E ; B_1, B_2, \dots, B_{r_2} are totals of insured amounts, taken 2 at a time, \dots and so on $\dots I_1, I_2, \dots, I_{r_i}$ are totals of insured amounts, taken i at time, none of them exceeding the amount of E .

The said formula is simplified when we have the relationship

$$q_x = \binom{n}{k} q^k (1 - q)^{n-k};$$

in case of equal insured amount. A is reducible to the general formula of mathematical risk.

Le risque de la distribution.

Par **Pierre Smolensky**, Trieste.

En partant de la conception du risque comme „espérance mathématique des pertes dues à un cours défavorable de la mortalité“, on est amené nécessairement à la conclusion suivante: pour faire face au risque de cette provenance, il ne faut pas accumuler des réserves spéciales, mais il suffit de baser les calculs sur des prévisions de mortalité qui dépassent la mortalité réelle. Or, dans la pratique la mortalité réelle reste presque toujours inférieure aux prévisions; c'est pourquoi on considère généralement comme inutile l'adoption de mesures spéciales en vue du risque.

Mais, la conception susmentionnée ne comprend pas tous les cas possibles. Ainsi, il peut se faire aisément que le nombre des décès survenus soit inférieur aux prévisions (cours favorable de la mortalité *des personnes*) mais que la Compagnie ait à subir néanmoins des pertes indépendantes de la table de mortalité, à la suite de la répartition des sommes assurées sur les contrats sinistrés.

Il rischio della distribuzione.

Pietro Smolensky, Trieste.

Prendendo le mosse dalla concezione del rischio come l'insieme delle „speranze matematiche delle perdite dovute ad un andamento sfavorevole della mortalità“, si perviene di necessità alla conclusione seguente: per far fronte al rischio di questa provenienza non occorre accumulare delle riserve speciali, ma è sufficiente di basare i calcoli su previsioni di mortalità che sorpassino la mortalità effettiva. Ora, nella pratica, la mortalità effettiva rimane quasi sempre al di sotto delle previsioni; è perciò che si considera generalmente come inutile l'adozione di misure speciali in vista del rischio.

Ma la concezione summenzionata non comprende tutti i casi possibili. Così può darsi facilmente, che il numero dei decessi sopravvenuti sia inferiore alla previsione (decorso favorevole della mortalità *delle persone*), ma che la Compagnia abbia a subir lo stesso delle perdite, indipendenti dalla tavola di mortalità, in seguito alla ripartizione delle somme assicurate sui contratti sinistrati.

Definiamo più generalmente il rischio come l'insieme delle „speranze matematiche“ delle perdite *possibili* in seguito al decorso della mortalità e stabiliamo le formule del premio e del rischio matematico per il caso più semplice d'un'assicurazione sulla vita (assicurazione in caso di decesso per la durata di un anno, senza riguardo al tasso d'interesse), tenendo conto sin dall'inizio della possibile ripartizione delle somme assicurate ai contratti sinistrati. Per ciò che concerne il premio, si perviene alla stessa formula generale che si otterrebbe, trascurando la detta questione della ripartizione; al contrario si trova, come il termine più generale pel rischio matematico della categoria d'assicurazione presa in esame, la formula

$$\begin{aligned} R = q_0 E + \frac{q_1}{\binom{n}{1}} [r_1 E - (A_1 + A_2 + \dots + A_{r_1})] + \\ + \frac{q_2}{\binom{n}{2}} [r_2 E - (B_1 + B_2 + \dots + B_{r_2})] + \\ \dots \dots \dots + \frac{q_i}{\binom{n}{i}} [r_i E - (I_1 + I_2 + \dots + I_{r_i})] + \\ \dots \dots \dots + \frac{q_m}{\binom{n}{m}} [E - Q]. \end{aligned}$$

In questa formula i numeri q_i rappresentano le probabilità che, fra n teste assicurate, ne decedano i nell'annata dell'assicurazione, E rappresenta il premio unico da versarsi del complesso delle n persone assicurate, per garantire secondo la combinazione scelta il pagamento dei capitali A_i in caso di decesso dell'apersona x_i , $A_1, A_2 \dots A_{r_1}$ sono i capitali assicurati il cui montante è inferiore a E , $B_1, B_2 \dots B_{r_2}$ sono le somme, inferiori ad E , composte di due elementi A_i , e così di seguito $I_1, I_2 \dots I_{r_1}$ le somme di valore inferiore ad E , composte da i elementi A_i .

La formula si riduce al caso speciale, in cui si ha:

$$q_x = \binom{n}{k} q^k (1-q)^{n-k};$$

quando le somme assicurate dai diversi individui sono eguali, si ritrova il termine noto per il rischio matematico.

IV. — F₂.

Über Risiko und Sicherheitszuschlag.

Von Dr. **Alfred Tauber**, Wien.

Das durchschnittliche Risiko einer Lebensversicherung wird in der Regel bloß für den Fall von Nettoprämienzahlung, d. h. für den Fall, wo der Wert der Leistung der Versicherungsgesellschaft und der Wert der Zahlung des Versicherten einander gleich sind, betrachtet. Es ist jedoch zweckmäßig, den allgemeinen Fall, wo beide Leistungen nicht mehr äquiparieren, vorauszusetzen, weil man dann in bessere Übereinstimmung mit den wirklichen Verhältnissen kommt.

Aber auch so bleibt die Berechnung des Risikos bei gegebener Zahlung schließlich nur die Lösung eines rein theoretischen Problems, von praktischem Interesse für den Versicherungstechniker ist es wohl eher gerade umgekehrt die Zahlung des Versicherten so einzurichten, daß sie auch noch einen vorgegebenen Teil des Risikos deckt, präziser ausgedrückt, die Frage zu beantworten: Wie muß eine Zahlung fixiert werden, durch die sowohl die Erfüllung des Versicherungsanspruches sowie bestimmte Unkosten, als auch ein vorgegebener Teil des bei ihr stattfindenden Risikos genau gedeckt, eventuell dieses Risiko in gegebenem Ausmaße überdeckt wird? Kürzer kann diese Frage auch so gestellt werden: *Bei welcher Zahlung übersteigt die Gewinnchance der Gesellschaft ihr Risiko in vorgegebenem Verhältnis?*

Im Wesen identisch mit dieser Aufgabe ist die Ermittlung jener *Reserve*, welche in irgend einem Zeitpunkt im Verein mit den künftigen Prämien des Versicherten sowohl die künftige Leistung der Gesellschaft (d. h. die Erfüllung des künftigen Versicherungsanspruches sowie Bestreitung künftiger Kosten) als auch einen gegebenen Teil des dieser Reserveeinlage und den künftigen Prämien des Versicherten entsprechenden Risikos bedeckt.

In analytischer Beziehung führt die gestellte Aufgabe auf eine Gleichung, die Risikogleichung, die zwar von der Form ist, wie sie *Lagrange* beim Problem der Umkehrung der Funktionen aufstellt, doch

ist die *Lagrangesche* Entwicklung bei der Natur der hier auftretenden Funktionen nicht anwendbar und muß durch andere Methoden der Lösung ersetzt werden.¹⁾

Der Begriff des Risikos kann übrigens nicht bloß für den Fall der gewöhnlichen Lebensversicherungsverträge, durch die der Versicherte bei der Gesellschaft für seine Prämienzahlung einen Anspruch erwirbt, sondern auch für jene Verträge aufgestellt werden, durch die eine Person der Gesellschaft einen Anspruch *verkauft* und man kann das Risiko der Gesellschaft berechnen und den „Kaufpreis nach Risikoabzug“ bestimmen.

Im folgenden wird zuerst das Beispiel der gemischten Versicherung ausführlich besprochen (§ 1—3), dann der allgemeine Fall erörtert (§ 4) und Anwendung auf eine Reihe von Fällen gemacht (§ 5—8).

§ 1. Beispiel der gemischten Versicherung.

Denken wir uns eine gemischte Versicherung von der Dauer n auf das Kapital 1 mit den Abschlußkosten α gegen eine jährliche Prämie p . Werden Unkosten mit jährlich ε angenommen, so kann an Stelle dieser Festsetzung offenbar die treten, daß bloß eine Prämie $\pi = p - \varepsilon$ supponiert wird und keine Unkosten gerechnet werden.

Wenn der Versicherte im 1., 2., 3., Jahre stirbt, so hat die Gesellschaft bis zum Schlusse des Sterbejahres vereinnahmt

$$(1) \quad \begin{aligned} & (\pi - \alpha)r \\ & (\pi - \alpha)r^2 + \pi r \\ & (\pi - \alpha)r^3 + \pi(r^2 + r) \dots, \end{aligned}$$

unter r den Aufzinsungsfaktor verstanden. Diese Beträge sind anfänglich kleiner, später aber größer als das versicherte Kapital 1. und seien etwa die ersten m von ihnen kleiner als 1. so erfährt die Gesellschaft Verlust, wenn der Versicherte vor Ablauf von m Jahren stirbt, später Gewinn.

Man versteht dann (vgl. § 4) unter dem durchschnittlichen Risiko R dieser Versicherung für die Gesellschaft den Wert einer kurzen Todesfallversicherung von der Dauer m auf die Beträge der Verluste in den ersten m Jahren.

Gefordert wird, die Prämie π so zu bestimmen, daß der Wert der Zahlung π , also einer temporären Leibrente von jährlich π bei n maliger

¹⁾ Herr *Peck*, der sich zuerst mit dem Zusammenhang von Risiko und Bruttozuschlag befaßt hat (*Zeitschrift für Versicherungswissenschaft*, Band II), schlägt vor, den Bruttozuschlag mit einem Teile des Risikos bei *Nettoprämienzahlung* gleichwertig zu machen, geht aber auf die oben formulierte Frage nicht ein.

Zahlung, gleich ist dem Betrage α mehr dem Werte der gemischten Versicherung mehr einem bestimmten Teil Θ des Risikos R .

Die Abschlußkosten α und jährlichen Kosten ε sind dabei irgendwie präliminert. Sind die wirklichen Kosten höher, so heißt dies nichts anderes, als daß die Mehrkosten eben aus dem Risikozuschlag ΘR , um den der Wert der in Betracht kommenden Leistung des Versicherten den Wert der Leistung der Gesellschaft überwiegt, bestritten werden sollen.

Um das Risiko R zu berechnen, sind zuerst die Verlustbeträge zu bestimmen, die resultieren, wenn der Versicherte vor Ablauf von m Jahren stirbt. Diese Beträge sind nach (1)

$$\begin{aligned} R_0 &= 1 - (\pi - \alpha)r \\ (1a) \quad R_1 &= 1 - (\pi - \alpha)r^2 - \pi r \\ &\vdots \\ R_{m-1} &= 1 - (\pi - \alpha)r^m - \pi(r^{m-1} + \dots + r), \end{aligned}$$

und für das Alter x des Versicherten ist der Wert einer Todesfallversicherung auf die Beträge (1a) unter Anwendung einer Sterbetafel l_x, l_{x+1}, \dots

$$R = \frac{R_0 C_x + R_1 C_{x+1} + \dots + R_{m-1} C_{x+m-1}}{D_x}$$

$$D_x = \frac{l_x}{r^x}, \quad C_x = \frac{d_x}{r^{x+1}} = \frac{l_x - l_{x+1}}{r^{x+1}}.$$

Nun lassen sich die Beträge R_0, \dots, R_{m-1} darstellen durch

$$\begin{aligned} R_\nu &= 1 + \alpha r^{\nu+1} - \pi(r^{\nu+1} + \dots + r) \quad \text{für } \nu = 0, 1, \dots, m-1 \\ &= \left(1 + \frac{\pi r}{r-1}\right) + \left(\alpha - \frac{\pi r}{r-1}\right) r^{\nu+1}, \end{aligned}$$

also ist R gleich dem Wert einer kurzen Todesfallversicherung von der Dauer m auf das Kapital $1 + \frac{\pi r}{r-1}$ mehr $\left(\alpha - \frac{\pi r}{r-1}\right)$ mal dem Wert einer Todesfallversicherung auf die Kapitalien r, r^2, \dots, r^m . Letzterer ist aber

$$\frac{r C_x + r^2 C_{x+1} + \dots + r^m C_{x+m-1}}{D_x}$$

und wenn in diesem Ausdruck Zähler und Nenner mit r^x multipliziert werden, wird er gleich

$$(2) \frac{(l_x - l_{x+1}) + (l_{x+1} - l_{x+2}) + \dots + (l_{x+m-1} - l_{x+m})}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+m}}{l_x},$$

daher ist

$$(3) \quad \begin{cases} R = \left(1 + \frac{\pi r}{r-1}\right) {}_m A_x + \left(\alpha - \frac{\pi r}{r-1}\right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) \\ {}_m A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+m-1}}{D_x} \end{cases}$$

Dieser Ausdruck für R kann durch Einführung der „Risikodauer“ σ vereinfacht werden. Die Zahl m war nämlich bestimmt durch die beiden Ungleichungen

$$\begin{aligned} (\pi - \alpha) r^m + \pi (r^{m-1} + \dots + r) &< 1, \\ (\pi - \alpha) r^{m+1} + \pi (r^m + \dots + r) &> 1, \end{aligned}$$

die in der Form

$$(4) \quad \begin{aligned} \pi \frac{1 - v^m}{1 - v} &< \alpha + v^m \\ \pi \frac{1 - v^{m+1}}{1 - v} &< \alpha + v^{m+1} \end{aligned}$$

geschrieben werden können, wenn der Abzinsungsfaktor $\frac{1}{r}$ mit v bezeichnet wird. Definiert man also die „Risikodauer“ σ durch die Gleichung

$$(5) \quad \pi \frac{1 - v^\sigma}{1 - v} = \alpha + v^\sigma, \quad m < \sigma < m+1$$

so wird obiger Wert (3) von R , indem man

$$\frac{\pi r}{r-1} = \frac{\pi}{1-v}$$

nach (5) durch $\frac{\alpha + v^\sigma}{1 - v^\sigma}$ ersetzt

$$R = \frac{1 + \alpha}{1 - v^\sigma} {}_m A_x - \frac{1 + \alpha}{1 - v^\sigma} v^\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)$$

und als Funktion von σ dargestellt gleich

$$(6) \quad R = \Phi(\sigma) = \frac{1 + \alpha}{1 - v^\sigma} \left[{}_m A_x - v^\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) \right].$$

Die an die Zahlung π oben gestellte Forderung besagt nun, daß

$$(7) \quad \pi_n a_x = \alpha + A_{x,n} + \Theta R$$

sein soll, wenn na_x den Wert einer prämienrendo n mal zahlbaren Leibrente von jährlich 1 und $A_{x, \overline{n}|}$ den Wert der gemischten Versicherung vorstellt. Eliminiert man aus dieser Gleichung die Größe π durch (5), so kommt

$$(7a) \quad na_x \frac{x+1}{1-v^2} (1-v) - x - A_{x, \overline{n}|} = \Theta \Phi(\tau).$$

Die linke Seite ist wegen

$$A_{x, \overline{n}|} = 1 - (1-v) na_x$$

gleich

$$\frac{x+1}{1-v^2} (1 - A_{x, \overline{n}|}) - (x - A_{x, \overline{n}|}) = \frac{x+1}{1-v^2} (v^2 - A_{x, \overline{n}|})$$

und es gibt (7a) durch $\frac{x+1}{1-v^2}$ beiderseits gekürzt

$$(8) \quad v^2 - A_{x, \overline{n}|} = \Theta \left[na_x - v^2 \left(1 - \frac{1_{x+m}}{1_x} \right) \right]$$

die *Risikogleichung*, in welcher m die größte in τ enthaltene ganze Zahl vorstellt. Die Größe Θ werde als *Gewinnkoeffizient* oder als *Sicherheitskoeffizient* bezeichnet.¹⁾

Ist bei gegebenem Θ die Wurzel τ dieser Gleichung bestimmt, so wird die gesuchte Prämie π nach (5) durch

$$\pi = \frac{x+1}{1-v^2} (1-v)$$

erhalten. Umgekehrt, wenn π gegeben ist, wird man v^2 aus (5) bestimmen

$$v^2 = \frac{\frac{\pi}{1-v} - x}{\frac{\pi}{1-v} + 1}.$$

dann aus einer Tabelle der Potenzen von v die Zahl m ersehen und Θ nach (8) erhalten durch

$$\Theta = \frac{v^2 - A_{x, \overline{n}|}}{na_x - v^2 \left(1 - \frac{1_{x+m}}{1_x} \right)}.$$

¹⁾ Über diese Bezeichnung vgl. § 1.

Zu der Risikogleichung (8) ist zunächst zu bemerken, daß sie α nicht enthält, die Risikodauer also von dem für α gewählten Werte unabhängig ist.

Bei der Auflösung der Risikogleichung handelt es sich in erster Linie um die Bestimmung der *ganzen* Zahl m , denn wenn bereits m bekannt ist, liefert (8)

$${}_{{}_\sigma}\tau = {}_{{}_\sigma}m \frac{A_{x, \overline{n}} + \Theta_m A_x}{1 + \Theta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)}$$

oder Zähler und Nenner rechts mit ${}_{{}_\sigma}m$ multipliziert

$$(9) \quad \begin{cases} {}_{{}_\sigma}\tau = {}_{{}_\sigma}m \frac{A_{x, \overline{n}} + \Theta_m A_x}{(1 + \Theta) {}_{{}_\sigma}m - \Theta_m E_x} \\ {}_mE_x = {}_{{}_\sigma}m \frac{l_{x+m}}{l_x} \end{cases}$$

Ferner ist nachzuweisen, daß die auf der rechten Seite von (8) stehende Funktion von τ

$$(10) \quad {}_m A_x - {}_\sigma \tau \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)$$

eine *stetige* Funktion der positiven Veränderlichen τ ist, trotz der Unstetigkeit der Zahl m , welche die größte ganze in τ enthaltene Zahl vorstellte. Denn unterwirft man m nunmehr der strengen Bedingung

$$m \leq \tau < m + 1,$$

wodurch m eindeutig zu jedem τ definiert ist, so wird für $\tau = m$ der Ausdruck (10) gleich

$$(10a) \quad {}_m A_x - {}_\sigma m + {}_m E_x = A_{x, \overline{m}} - {}_\sigma m,$$

und läßt man andererseits τ in (10) sich der Grenze $m + 1$ nähern, so wird dieser Ausdruck zu

$${}_m A_x - {}_\sigma m + 1 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) = A_{x, \overline{m+1}} - {}_\sigma m + 1$$

das ist genau der Wert, der erhalten wird, wenn in (10a) direkt m durch $m + 1$ ersetzt wird. Der Ausdruck (10) ist also auch an den Stellen, wo τ eine ganze Zahl ist, stetig. Er verschwindet, wie leicht zu sehen, für $\tau = m = 1$.

Hingegen ist der Differentialquotient des Ausdruckes (10) nach σ nicht mehr stetig, denn für ein τ zwischen m und $m + 1$ ist er gleich

$$-\vartheta^{\bar{\sigma}} \lg \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)$$

und hat, wenn $\bar{\sigma}$ sich dem Werte $m+1$ nähert, den Grenzwert

$$-\vartheta^{m+1} \lg \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)$$

Andererseits wird bei $m+1 \leq \bar{\sigma} < m+2$ der Differentialquotient

$$-\vartheta^{\bar{\sigma}} \log \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m+1}}{l_x}\right)$$

und hat wenn $\bar{\sigma}$ sich dem Werte $m+1$ annähert, den Grenzwert

$$-\vartheta^{m+1} \log \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m+1}}{l_x}\right).$$

Der Differentialquotient von (10) macht also an der Stelle $\bar{\sigma} = m+1$ einen Sprung von der Größe

$$-\vartheta^{m+1} \log \vartheta \frac{l_{x+m} - l_{x+m+1}}{l_x}.$$

Deshalb kann die *Lagrange*-Entwicklung die Wurzel $\bar{\sigma}$ der Risikogleichung nur für genügend kleine Werte von Θ liefern und es müssen andere Methoden der Auflösung von (8) angewendet werden.

Da die Ableitung des Ausdruckes (10) nach $\bar{\sigma}$ durchaus positiv ist, so nimmt er mit wachsendem $\bar{\sigma}$ zu und weil $\vartheta^{\bar{\sigma}} = A_{x, \bar{n}}$ mit wachsendem $\bar{\sigma}$ abnimmt, so gibt es nur eine Wurzel $\bar{\sigma}$ der Risikogleichung, und zwar muß, da die Wurzel zwischen m und $m+1$ liegt,

$$(11) \quad \begin{aligned} \vartheta^m - A_{x, \bar{n}} - \Theta [A_{x, \bar{m}} - \vartheta^m] &> 0 \\ \vartheta^{m+1} - A_{x, \bar{n}} - \Theta [A_{x, \bar{m}+1} - \vartheta^{m+1}] &< 0 \end{aligned}$$

sein: dies heißt aber, es muß

$$(12) \quad \begin{aligned} (1 + \Theta) \vartheta^m - \Theta A_{x, \bar{m}} &> A_{x, \bar{n}} \\ (1 + \Theta) \vartheta^{m+1} - \Theta A_{x, \bar{m}+1} &< A_{x, \bar{n}} \end{aligned}$$

erfüllt sein oder wenn zur Abkürzung

$$(13) \quad \Omega_{\bar{\sigma}}(\Theta) = (1 + \Theta) \vartheta^{\bar{\sigma}} - \Theta A_{x, \bar{\sigma}}$$

gesetzt wird, muß erfüllt sein

$$(14) \quad \Omega_m(\Theta) > A_{x, \bar{n}} > \Omega_{m+1}(\Theta).$$

Für $\Theta = 0$ ist $\bar{\sigma} = \tau_0$ aus der Risikogleichung (8) bestimmt durch

$$(15) \quad \vartheta^{\tau_0} = A_{x, \bar{n}}$$

und eine Tabelle der Potenzen von v weist die größte in τ_0 enthaltene ganze Zahl m_0 derart, daß

$$(16) \quad v^{m_0} > A_{x, \bar{n}} > v^{m_0+1}.$$

Berechnet man ferner die Größen

$$(17) \quad \frac{v^v - A_{x, \bar{n}}}{A_{x, \bar{v}} - v^v}$$

für $v = m_0, m_0 - 1, \dots$ so werden diese Größen mit abnehmendem v zunehmen, da der Zähler wächst, während der Nenner abnimmt. Es werden also

$$(18) \quad \begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{v^{m_0} - A_{x, \bar{n}}}{A_{x, m_0} - v^{m_0}} \\ \Theta_2 &= \frac{v^{m_0-1} - A_{x, \bar{n}}}{A_{x, m_0-1} - v^{m_0-1}} \dots \end{aligned}$$

zunehmende Größen sein und es ist klar, daß

$$(18a) \quad \begin{aligned} m &= m_0 \text{ für } \Theta \text{ kleiner als } \Theta_1 \\ m &= m_0 - 1 \text{ für } \Theta \text{ zwischen } \Theta_1 \text{ und } \Theta_2 \text{ u. s. f.} \end{aligned}$$

sein muß, weil nach (11) m definiert ist durch

$$\frac{v^m - A_{x, \bar{n}}}{A_{x, \bar{n}} - v^n} > \Theta > \frac{v^{m+1} - A_{x, \bar{n}}}{A_{x, m+1} - v^{m+1}}$$

Nimmt man aber Θ höchstens gleich 1 an, so handelt es sich nur um die Bestimmung einiger weniger Größen $\Theta_1, \Theta_2, \dots$ und auch diese Arbeit kann durch Zuhilfenahme der Resultate des Falles $\Theta = 1$ vereinfacht werden.

Für den Fall $\Theta = 1$ lauten die Bedingungsgleichungen (13) und (14), wenn der zugehörige Wert von m mit m_1 bezeichnet wird,

$$(19) \quad \begin{aligned} \Omega_{m_1} &> A_{x, \bar{n}} > \Omega_{m_1+1} \\ \Omega_v &= 2v^v - A_{x, \bar{v}} \end{aligned}$$

und man findet m_1 indem man sich Ω_v für $v = m_0, m_0 - 1, \dots$ ausrechnet, bis man zu einem Ω_{m_1+1} kommt, welches kleiner ist als $A_{x, \bar{n}}$. Noch besser ist es freilich, sich eine ganze Tabelle der Größen Ω_v anzulegen, durch deren Anblick sofort die zu jedem $A_{x, \bar{n}}$ gehörige Zahl m_1 gemäß (19) aufgezeigt wird. Eine solche Tabelle für die Tafel der 17 englischen Gesellschaften bei einem Zinsfuß von 4% ist beigegeben und enthält die Werte 1000 Ω_v . Jede Kolonne bezieht sich auf das an ihrer Spitze stehende Alter.

Dauer ν	Alter x								
	25	26	27	28	29	30	31	32	33
1	961:54	961:54	961:54	961:54	961:54	961:54	961:54	961:54	961:54
2	924:28	924:27	924:27	924:26	924:26	924:25	924:25	924:24	924:23
3	888:16	888:14	888:13	888:12	888:10	888:09	888:07	888:05	888:04
4	853:15	853:12	853:10	853:06	853:03	853:01	852:98	852:98	852:90
5	819:25	819:21	819:16	819:12	819:07	819:02	818:96	818:91	818:84
6	786:37	786:32	786:25	786:18	786:11	786:04	785:95	785:95	785:78
7	754:55	754:46	754:28	754:28	754:17	754:07	753:96	753:96	753:72
8	723:69	723:58	723:45	723:32	723:20	723:14	722:91	722:91	722:60
9	693:79	693:65	693:60	693:34	693:17	693:—	692:81	692:61	692:41
10	664:80	664:62	664:45	664:24	664:04	663:83	663:59	663:36	663:10
11	636:73	636:52	636:29	636:06	635:80	635:54	635:27	634:98	634:68
12	609:53	609:28	609:01	608:72	608:43	608:13	607:79	607:44	607:09
13	583:13	582:84	582:53	582:21	581:86	581:49	581:13	580:72	580:30
14	557:59	557:26	556:89	556:52	556:11	555:71	555:26	554:82	554:33
15	532:79	532:41	532:01	531:58	531:14	530:65	530:16	529:63	529:05
16	508:80	508:36	507:90	507:42	506:91	506:38	505:80	505:18	504:53
17	485:59	485:02	484:51	483:98	483:41	482:79	482:15	481:44	480:69
18	462:95	462:41	461:85	461:24	460:60	459:92	459:19	458:40	457:54
19	441:07	440:47	439:86	439:17	438:47	437:69	436:87	435:97	434:99
20	419:88	419:22	418:52	417:79	416:98	416:13	415:20	414:20	413:10
21	399:32	398:59	397:82	396:99	396:11	395:15	394:11	393:—	391:77
22	379:36	378:58	377:72	376:82	375:84	374:77	373:64	372:38	371:01
23	359:41	359:15	358:23	357:22	356:14	354:97	353:70	352:31	350:83
24	341:25	340:30	339:28	338:18	336:99	335:70	334:29	332:79	331:12
25	323:02	321:99	320:87	319:67	318:38	316:96	315:43	313:74	311:94
26	305:34	304:21	302:80	301:68	300:26	298:72	297:04	295:22	293:21
27	288:15	286:93	285:61	284:18	283:63	280:96	279:13	277:14	275:—
28	271:46	270:13	268:10	267:15	265:17	263:66	261:67	259:52	—
29	255:24	253:80	252:25	250:57	248:76	247:79	244:65	—	—
30	239:47	237:92	236:58	234:45	232:49	230:36	—	—	—
31	224:13	222:17	220:34	218:72	216:62	—	—	—	—
32	209:20	207:41	205:48	203:40	—	—	—	—	—
33	194:68	192:77	190:71	—	—	—	—	—	—
34	180:54	178:49	—	—	—	—	—	—	—
35	166:77	—	—	—	—	—	—	—	—

Dauer v	Alter x								
	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	961·54	961·54	961·54	961·54	961·54	961·54	961·54	961·54	961·54
2	924·23	924·22	924·21	924·20	924·20	924·19	924·18	924·17	924·22
3	888·02	887·99	887·97	887·95	887·92	887·90	887·88	887·85	887·81
4	852·86	852·82	852·78	852·73	852·69	852·64	852·59	852·53	852·47
5	818·78	818·72	818·64	818·75	818·50	818·41	818·33	818·23	818·13
6	785·68	785·59	785·48	785·38	785·27	785·15	785·03	784·85	784·67
7	753·59	753·46	753·31	753·17	753·01	752·84	752·64	752·42	752·14
8	722·43	722·26	722·07	721·88	721·66	721·43	721·16	720·84	720·47
9	692·20	691·98	691·74	691·49	691·21	690·90	690·54	690·13	689·64
10	662·84	662·57	662·25	661·95	661·59	661·18	660·73	660·20	659·58
11	634·36	634·03	633·67	633·25	632·81	632·31	631·74	631·07	630·31
12	606·72	606·31	605·86	605·37	604·82	604·21	603·49	602·71	601·79
13	579·84	579·36	578·82	578·24	577·57	576·82	575·99	575·03	573·93
14	553·79	553·20	552·57	551·86	551·08	550·20	549·21	548·08	546·79
15	528·42	527·75	527·01	526·18	525·25	524·22	523·06	521·74	520·26
16	503·82	503·02	502·16	501·21	500·13	498·94	497·59	496·09	494·38
17	479·87	478·96	477·96	476·86	475·63	474·25	472·72	471·—	469·08
18	456·59	455·56	454·43	452·86	451·77	449·77	448·47	446·52	444·37
19	433·93	432·76	431·48	430·05	428·48	426·73	424·78	422·60	
20	411·90	410·59	409·13	407·54	405·77	403·81	401·64		
21	390·44	388·96	387·35	385·58	383·60	381·43			
22	369·53	367·89	366·09	364·13	361·96				
23	349·16	347·36	345·40	343·20					
24	329·31	327·32	325·16						
25	309·95	307·78							
26	291·08								

Dauer ν	Alter x							
	43	44	45	46	47	48	49	50
1	961.54	961.54	961.54	961.54	961.54	961.54	961.54	961.54
2	924.15	924.13	924.11	924.09	924.07	924.04	924.01	923.97
3	887.76	887.72	887.67	887.60	887.52	887.43	887.35	887.25
4	852.38	852.28	852.16	852.03	851.87	851.70	851.53	851.34
5	817.97	817.79	817.59	817.36	817.11	816.84	816.56	816.24
6	784.44	784.18	783.87	783.53	783.17	782.76	782.33	781.86
7	751.82	751.45	751.02	750.55	750.05	749.49	748.89	748.23
8	720.04	719.54	718.97	718.36	717.67	716.94	716.14	715.27
9	689.08	688.43	687.71	686.92	686.05	685.11	684.10	682.99
10	658.88	658.07	657.17	656.18	655.16	653.95	652.69	651.33
11	629.47	628.46	627.37	626.16	624.86	623.45	621.93	
12	600.73	599.55	598.25	596.83	595.27	593.59		
13	572.68	571.30	569.77	568.08	566.27			
14	545.35	543.72	541.94	540.01				
15	518.59	516.73	514.70					
16	492.48	490.35						
17	466.92							

Ist bereits m_1 bekannt, so kann die Lösung ν^2_1 der Risikogleichung in einfache Form gebracht werden. Nach (9) ist

$$\begin{aligned}
 \nu^2_1 &= \nu^{m_1} \frac{A_{x, \bar{n}} + m_1 A_x}{2 \nu^{m_1} - m_1 E_x} \\
 (20) \quad &= \nu^{m_1} \frac{A_{x, \bar{n}} + m_1 A_x}{\Omega_{m_1} + m_1 A_x} = \nu^{m_1} \left[1 - \frac{\Omega_{m_1} - A_{x, \bar{n}}}{\Omega_{m_1} + m_1 A_x} \right]
 \end{aligned}$$

und dies gibt unter Anwendung der leicht nachzuweisenden Gleichung

$$(21) \quad \nu A_x = \frac{\Omega_\nu - \Omega_{\nu+1}}{1 - \nu} - \Omega_\nu$$

die für numerische Rechnungen bequeme Formel

$$(22) \quad \nu^2_1 = \nu^{m_1} \left[1 - (1 - \nu) \frac{\Omega_{m_1} - A_{x, \bar{n}}}{\Omega_{m_1} - \Omega_{m_1+1}} \right].$$

Zu einem gegebenen $\Theta < 1$ bestimmt sich die zugehörige Zahl m nach (18a) sofort, wenn man die Größen (18)

$$\text{für } v = m_0, m_0 + 1, \dots, m_1 + 1$$

berechnet hat. Will man diese Größen, deren Zahl immer sehr gering ist und fünf fast nie übersteigt, doch nicht berechnen, so kann man die lineare Interpolation benützen und zunächst

$$(23) \quad A_{x, \bar{m}} + \Theta (v^{\bar{m}} - A_{x, \bar{m}})$$

berechnen. Eine Tabelle der Potenzen von v orientiert über die Zahl \bar{m} , bei welcher der Ausdruck (23) zwischen $v^{\bar{m}}$ und $v^{\bar{m}+1}$ eingeschlossen ist, dann ist, weil der Ausdruck (23) dem gesuchten Wert von $v^{\bar{v}}$ ziemlich nahe kommt, die gesuchte Zahl m fast immer gleich \bar{m} , eventuell gleich $\bar{m} - 1$. Welcher der beiden Fälle eintritt, erkennt man aus (14), nämlich der erste bei $\Omega_{\bar{m}}(\Theta) > A_{x, \bar{m}}$ und der zweite bei $\Omega_{\bar{m}}(\Theta) < A_{x, \bar{m}}$. Um sich darüber zu vergewissern, hat man sich die rechts in (13) auftretende Größe

$$(24) \quad \Omega_v(\Theta) = v^v - \Theta (v^v - \Omega_v)$$

für $v = \bar{m}$ durch lineare Interpolation aus v^v und Ω_v auszurechnen.

Mit Hilfe der so bestimmten Zahl m ergibt sich wieder aus (9) die gesuchte Größe v^v

$$v^v = v^m \frac{A_{x, \bar{m}} + \Theta_m A_x}{(1 + \Theta) v^m - \Theta_m E_x}.$$

Der Nenner rechts läßt sich durch die in (13) definierte Funktion $\Omega_m(\Theta)$ ausdrücken, es ist

$$\begin{aligned} (1 + \Theta) v^m - \Theta_m E_x &= \Omega_m(\Theta) + \Theta A_{x, \bar{m}} - \Theta_m E_x \\ &= \Omega_m(\Theta) + \Theta_m A_x \\ v^v &= v^m \frac{A_{x, \bar{m}} + \Theta_m A_x}{\Omega_m(\Theta) + \Theta_m A_x} \\ &= v^m \left[1 = \frac{\Omega_m(\Theta) - A_{x, \bar{m}}}{\Omega_m(\Theta) + \Theta_m A_x} \right]. \end{aligned}$$

Benützt man die Gleichung (21), so kann der Nenner rechts geschrieben werden

$$\begin{aligned}
 & \vartheta^m - \Theta (\vartheta^m - \Omega_m) + \Theta \left[\frac{\Omega_m - \Omega_{m+1}}{1 - \vartheta} - \Omega_m \right] \\
 &= \vartheta^m (1 - \Theta) + \Theta \frac{\Omega_m - \Omega_{m+1}}{1 - \vartheta} \\
 &= \frac{\vartheta^m (1 - \Theta) - \vartheta^{m+1} (1 - \Theta) + \Theta (\Omega_m - \Omega_{m+1})}{1 - \vartheta} \\
 &= \frac{\Omega_m (\Theta) - \Omega_{m+1} (\Theta)}{1 - \vartheta}
 \end{aligned}$$

und somit ergibt sich

$$(25) \quad \vartheta^z = \vartheta^m \left[1 - (1 - \vartheta) \frac{\Omega_m (\Theta) - A_{x, n}}{\Omega_m (\Theta) - \Omega_{m+1} (\Theta)} \right].$$

Wie oben bemerkt, ist ϑ^z durch lineare Interpolation zwischen ϑ^{z_0} und ϑ^{z_1} nicht mit genügender Genauigkeit zu erhalten, dagegen wäre eine quadratische Funktion von Θ ziemlich gut im Stande, ϑ^z darzustellen

$$\vartheta^z = \vartheta^{z_0} + \Theta (\vartheta^{z_1} - \vartheta^{z_0}) + \frac{1}{2} \Theta (1 - \Theta) \left(\vartheta^{z_{1/2}} - \frac{\vartheta^{z_0} + \vartheta^{z_1}}{2} \right)$$

Für die numerische Berechnung mögen einige Beispiele unter Benützung der beigedruckten Tabelle gegeben werden. Außer dieser Tabelle ist nur eine solche der Potenzen von $\vartheta = \frac{1}{1.04}$ erforderlich.

Werde zunächst der Fall $x = 30$, $n = 30$ betrachtet. Die Tabelle der Potenzen von ϑ zeigt, daß

$$A_{30, 30} = 2 \vartheta^{30} - \Omega_{30} = 0.38628$$

zwischen ϑ^{21} und ϑ^{25} liegt, es ist also $m_0 = 24$. Andererseits zeigt die beigedruckte Tabelle für das Alter 30, daß 0.38628 zwischen

$$\Omega_{21} = 0.39515$$

$$\Omega_{22} = 0.37477$$

liegt, es ist also $m_1 = 21$, und somit nach (22)

$$\vartheta^{z_1} = \vartheta^{z_0} \left[1 - (1 - \vartheta) \frac{0.39515 - 0.38628}{0.39515 - 0.37477} \right] = 0.43149.$$

Die zu jeder Zahl $\Theta < 1$ gehörige ganze Zahl m wird durch Berechnung der drei Größen

$$\Theta_1 = \frac{v^{24} - A_{30, 30}}{v^{24} - \Omega_{24}} = \frac{0.39012 - 0.38628}{0.39012 - 0.33570} = 0.07056$$

$$\Theta_2 = \frac{v^{23} - A_{30, 30}}{v^{23} - \Omega_{23}} = \frac{0.40573 - 0.38628}{0.40573 - 0.35497} = 0.38317$$

$$\Theta_3 = \frac{v^{22} - A_{30, 30}}{v^{22} - \Omega_{22}} = \frac{0.42195 - 0.38628}{0.42195 - 0.37477} = 0.75604$$

geliefert. Für $\Theta = \frac{1}{4}$ ist nach (18_a) die Zahl $m = 23$ und

$$\Omega_{23}\left(\frac{1}{4}\right) = v^{23} - \frac{1}{4}(v^{23} - \Omega_{23}) = 0.39304$$

$$\Omega_{24}\left(\frac{1}{4}\right) = v^{24} - \frac{1}{4}(v^{24} - \Omega_{24}) = 0.376515$$

daher nach Gleichung (25)

$$v^z = v^{23} \left[1 - (1 - v) \frac{0.39304 - 0.38628}{0.39304 - 0.376515} \right] = 0.39935.$$

Für $\Theta = \frac{1}{2}$ ist nach (18_a) die Zahl $m = 22$ und

$$\Omega_{22}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(v^{22} + \Omega_{22}) = 0.39836$$

$$\Omega_{23}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(v^{23} + \Omega_{23}) = 0.38035$$

daher nach Gleichung (25)

$$v^z = v^{22} \left[1 - (1 - v) \frac{0.39836 - 0.38628}{0.39836 - 0.38035} \right] = 0.41107.$$

Und für $\Theta = \frac{3}{4}$ ist nach (18_a) die Zahl $m = 22$ und

$$\Omega_{22}\left(\frac{3}{4}\right) = v^{22} - \frac{3}{4}(v^{22} - \Omega_{22}) = 0.386565$$

$$\Omega_{23}\left(\frac{3}{4}\right) = v^{23} - \frac{3}{4}(v^{23} - \Omega_{23}) = 0.36766$$

somit nach Gleichung (25)

$$v^z = v^{22} \left[1 - (1 - v) \frac{0.386565 - 0.38628}{0.386565 - 0.36766} \right] = 0.42171.$$

Zusammengestellt sind die Resultate für v^z bei $\Theta = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$

0.39935, 0.41107, 0.42171, 0.43149.

Die zugehörige Prämie π , nach Formel (5) berechnet, ist bei $z = 0$ gleich

$$0.02557, 0.02686, 0.02805, 0.02919$$

und bei $z = 0.03$ gleich

$$0.02749, 0.02881, 0.03004, 0.03122.$$

Zweites Beispiel. Im Falle $x = 40$, $n = 20$ ist

$$A_{40, \overline{20}} = 2 \cdot v^{20} - \Omega_{20} = 0.51114$$

und dies liegt zwischen v^{17} und v^{18} . Somit $m_0 = 17$. Andererseits liegt 0.51114 nach der beigegebenen Tabelle zwischen Ω_{15} und Ω_{16} , somit $m_1 = 15$. Die weiteren Rechnungen werden mit folgender Zusammenstellung durchzuführen sein:

$$\begin{array}{ll} v^{15} = 0.55526 & \Omega_{15} = 0.52306 \\ v^{16} = 0.53391 & \Omega_{16} = 0.49759 \\ v^{17} = 0.51337 & \Omega_{17} = 0.47272 \\ v^{18} = 0.49363 & \Omega_{18} = 0.44847. \end{array}$$

Die Größen (18) sind jetzt

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{v^{17} - A_{40, \overline{20}}}{v^{17} - \Omega_{17}} = \frac{0.51337 - 0.51114}{0.51337 - 0.47272} = 0.0549 \\ \Theta_2 &= \frac{v^{16} - A_{40, \overline{20}}}{v^{16} - \Omega_{16}} = \frac{0.53391 - 0.51114}{0.53391 - 0.49759} = 0.6269 \end{aligned}$$

Die Werte von v^z sind in dem Falle $\Theta = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1$

$$0.52092, 0.52974, 0.53784, 0.54527.$$

Die zugehörigen Prämien, nach Formel (5) berechnet, sind bei $z = 0$

$$0.04182, 0.04333, 0.04476, 0.04612$$

und bei $z = 0.03$

$$0.04423, 0.04578, 0.04725, 0.04866.$$

§ 2. Reserve einer gemischten Versicherung.

Als Reserve der im Anfang des § 1 angeführten gemischten Versicherung soll jener Betrag ρ bezeichnet werden, der in Verbindung mit der künftigen Prämienleistung des Versicherten einerseits die künftige Leistung der Gesellschaft andererseits einen vorgegebenen Teil

desjenigen Risikos deckt, das bei Erlag dieser Reserve ρ und Fortzahlung der Prämie π stattfindet.

Man kann nun genau so schließen wie in § 1. Stirbt der Versicherte im 1., 2., 3. Jahre, gerechnet vom Zeitpunkt der Reserveverrechnung, so hat die Gesellschaft bis zum Schluß des Sterbejahres vereinnahmt

$$\begin{aligned} & (\rho + \pi) r \\ & (\rho + \pi) r^2 + \pi r \\ & (\rho + \pi) r^3 + \pi (r^2 + r). \end{aligned}$$

Diese Beträge wachsen und werden anfangs kleiner, später aber größer als 1 sein. Sind m' dieser Beträge kleiner als 1, so erfährt die Gesellschaft Verlust, wenn der Versicherte vor Ablauf von m' -Jahren, gerechnet vom Zeitpunkt der Reserverechnung stirbt, später Gewinn. Das Risiko R' ist wieder der Wert einer kurzen Todesfallversicherung auf die Verlustbeträge

$$\begin{aligned} & 1 - (\rho + \pi) r \\ & 1 - (\rho + \pi) r^2 - \pi r \\ & 1 - (\rho + \pi) r^{m'} - \pi (r^{m'-1} + \dots + r), \end{aligned}$$

so daß sich in der Entwicklung des § 1 nichts ändert, als daß x durch $x - \rho$ zu ersetzen ist. und zu berücksichtigen ist, daß das Alter des Versicherten nunmehr $x' = x + t$, die Versicherungsdauer $n' = n - t$ ist. Deshalb ergibt die Formel (3) für das Risiko R'

$$R' = \left(1 + \frac{\pi r}{r - 1}\right) {}_m A_{x'} - \left(\rho + \frac{\pi r}{r - 1}\right) \left(1 - \frac{l_{x'+m'}}{l_{x'}}\right).$$

Da durch den Erlag von ρ und die Zahlung von π während der restlichen Versicherungsdauer sowohl die künftige Leistung der Gesellschaft als auch der Teil Θ' des Risikos gedeckt werden soll, so soll die Beziehung erfüllt sein

$$\rho + \pi {}_n a_{x'} = A_{x', n'} + \Theta' R'$$

die ganz analog (7) aufgestellt ist. Führt man wie in (5) die Dauer τ' ein durch

$$\pi \frac{1 - v^{\tau'}}{1 - v} = -\rho + v^{\tau'},$$

so wird die Risikogleichung analog (8)

$$(26) \quad v^{\tau'} - A_{x', n'} = \Theta' \left[{}_m A_{x'} - v^{\tau'} \left(1 - \frac{l_{x'+m'}}{l_{x'}}\right) \right].$$

Ist aus dieser Gleichung nach den Bemerkungen des § 1 die Bestimmung von $\nu\sigma'$ erfolgt, so ergibt sich für die Reserve nach der vorletzten Gleichung

$$(27) \quad \rho = \nu\sigma' - \pi \frac{1 - \nu\sigma'}{1 - \nu}.$$

Diesen Ausdruck für ρ kann man auch in andere Form bringen, wenn man nach (5)

$$\frac{\pi}{1 - \nu} = \frac{\alpha + \nu\sigma}{1 - \nu\sigma}$$

benützt, dann wird

$$\begin{aligned} \rho &= \nu\sigma' - \frac{\alpha + \nu\sigma}{1 - \nu\sigma} (1 - \nu\sigma') \\ &= \frac{\nu\sigma' - \nu\sigma}{1 - \nu\sigma} - \alpha \frac{1 - \nu\sigma'}{1 - \nu\sigma}. \end{aligned}$$

Man erhält also das Resultat:

Berechnet man die Risikodauer σ einer gemischten Versicherung beim Alter x , der Dauer n und dem Koeffizienten Θ , andererseits die Risikodauer σ' einer gemischten Versicherung beim Alter $x + t$, der Dauer $n - t$ und dem Koeffizienten Θ' , so wird die oben definierte Reserve ρ gleich

$$(28) \quad \frac{\nu\sigma' - \nu\sigma}{1 - \nu\sigma} - \alpha \frac{1 - \nu\sigma'}{1 - \nu\sigma},$$

wenn α die Abschlußkosten der Versicherung bedeuten.

Dabei ist sowohl σ als σ' von α unabhängig.

Umgekehrt, für eine Reserve ρ von gegebenem Betrage erhält man als Gewinnkoeffizient Θ' nach (26)

$$(29) \quad \Theta' = \frac{\nu\sigma' - \Lambda_{x', \overline{n'}}}{m' \Lambda_{x'} - \nu\sigma' \left(1 - \frac{l_{x' + m'}}{l_{x'}}\right)},$$

wobei $\nu\sigma'$ gemäß (27) definiert ist durch

$$(30) \quad \nu\sigma' = \frac{\frac{\pi}{1 - \nu} + \rho}{\frac{\pi}{1 - \nu} + 1}$$

Berechnungen nach der angeführten Tabelle zeigen, daß bei $\Theta = \Theta'$ und $\alpha = 0$ die Größe ρ , welche dann gemäß (28) gleich

$$(31) \quad \frac{0,5' - 0,5}{1 - 0,5}$$

ausfällt, ungefähr mit der Prämienreserve übereinstimmt,¹⁾ oder daß umgekehrt der Gewinnkoeffizient Θ' einer Reserve ρ , die gleich der Prämienreserve angenommen ist, verglichen mit dem bei Abschluß der Versicherung vorhandenen Gewinnkoeffizienten Θ , der durch die Gleichungen

$$\Theta = \frac{0,5 - A_{\overline{x}, n}}{m A_x - 0,5 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)}, \quad 0,5 = \frac{\frac{\pi}{1 - 0} - \alpha}{\frac{\pi}{1 - 0} + 1}$$

bestimmt war, dann ziemlich übereinstimmt, wenn $\alpha = 0$ gesetzt wird. Daraus ergibt sich, daß (bei den gewählten Grundlagen der Tabelle) sich die Gesellschaft *durch den Besitz der Prämienreserve* den Gewinnkoeffizienten, wie er zu Anfang der Versicherung, ohne Rücksicht auf Abschlußkosten, bestand, auch forterhält. Wollte sich jedoch eine Gesellschaft nur jenen Gewinnkoeffizienten erhalten, der ursprünglich *unter Berücksichtigung* von Abschlußkosten α bestand, so ist die zu legende Reserve kleiner als die Prämienreserve, nämlich durch (28) gegeben, wobei die in diese Gleichung auftretende Größe π' unter der Voraussetzung $\Theta' = \Theta$ aus (26) zu berechnen ist.

Durch Reserverücklage einen *höheren* Gewinnkoeffizienten im Laufe der Vertragsdauer zu erzielen, als den Gewinnkoeffizienten wie er zu Beginn der Versicherung (ohne Rücksicht auf Abschlußkosten) resultierte, könnte einer Gesellschaft, meiner Ansicht nach, nur dann obliegen, wenn eine erhebliche Alteration der Voraussetzungen, die zu Beginn der Versicherung für die Zukunft gemacht wurden, in Aussicht stünde. Hauptsächlich käme da in Betracht eine Verschlechterung der Sterblichkeit gegenüber der Sterbetafel, eine Vermehrung der auf die einzelne Versicherung entfallenden Kosten, eine Verminderung des Geschäftsumfanges und eine Verschiebung der Basis der Rechnungen durch Auflösung vieler Verträge. Gegen die erstgenannte Aussicht muß man sich so gut als möglich durch die Wahl der Sterbetafel,

¹⁾ Natürlich ist diese Übereinstimmung in anderen Fällen als dem einer gemischten Versicherung mit jährlicher Zahlung nicht vorhanden, insbesondere wird bei prämienfreien Versicherungen eine Reserve, die noch einen Gewinnkoeffizienten enthalten soll, größer als die Prämienreserve sein müssen.

also durch die Wahl von Selektentafeln, schützen. Gegen die übrigen ist eine Rücklage gewiß anzuraten, die Höhe derselben aber in erster Linie durch kommerzielle Momente zu bestimmen.

Als numerisches Beispiel für die Formeln dieses Paragraphen werde die Reserve einer gemischten Versicherung betrachtet im Falle

$$x = 30, \quad n = 30, \quad z = 0, \quad t = 10$$

und für die Annahmen $\theta = \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{4}, \quad 1$.

Hier ist v respektive gleich

$$0.39935, \quad 0.41107, \quad 0.42171, \quad 0.43149$$

und v' respektive gleich

$$0.52092, \quad 0.52974, \quad 0.53784, \quad 0.54527.$$

Nach Formel (31) ist somit die Reserve ρ

$$\frac{0.52092 - 0.39935}{1 - 0.39935}, \quad \frac{0.52974 - 0.41107}{1 - 0.41107}, \quad \frac{0.53784 - 0.42171}{1 - 0.42171},$$

$$\frac{0.54527 - 0.43149}{1 - 0.43149}$$

oder respektive gleich

$$0.20239, \quad 0.20150, \quad 0.20082, \quad 0.20014$$

während die Prämienreserve gleich ist

$$\frac{A_{40, 30} - A_{30, 30}}{1 - A_{30, 30}} = \frac{0.51114 - 0.38628}{1 - 0.38628} = 0.20345.$$

§ 3. Versicherungen, deren Risikogleichung mit derjenigen der gemischten Versicherung zusammenfällt.

Bei einer Termefixe Versicherung auf das Kapital 1, zahlbar nach n Jahren gegen eine jährliche Prämie π , ist die Risikogleichung identisch mit derjenigen einer gemischten Versicherung von der Dauer n (bei gleichem Alter). Ist nämlich z der Betrag der Abschlußkosten, so hat die Gesellschaft, wenn der Versicherte im 1., 2., 3. Jahre stirbt, am Ende des Sterbejahres respektive

$$\begin{array}{llll} (\pi - z)r & \text{vereinnahmt} & \text{und} & v^{n-1} \text{ ausgegeben} \\ (\pi - z)r^2 + r^2 & \text{,,} & \text{,,} & v^{n-2} \text{ ,,} \\ (\pi - z)r^3 + \pi(r^2 + r) & \text{,,} & \text{,,} & v^{n-3} \text{ ,,} \end{array}$$

u. s. f.

Die Einnahmen sind anfänglich kleiner als die Ausgaben, später größer. Seien für die m ersten Jahre die Einnahmen kleiner, so erfährt die Gesellschaft Verlust, wenn der Versicherte vor Ablauf von m Jahren stirbt und die Verlustbeträge sind

$$\begin{aligned} R_0 &= v^{n-1} - (\pi - \alpha) r \\ R_1 &= v^{n-2} - (\pi - \alpha) r^2 - \pi r \\ &\vdots \\ R_{m-1} &= v^{n-m} - (\pi - \alpha) r^m - \pi r^{m-1} - \dots - \pi r \end{aligned}$$

Wieder ist das Risiko R der Wert einer Todesfallversicherung von der Dauer m auf die Beträge R_0, R_1, R_{m-1} , deren allgemeiner Ausdruck

$$\begin{aligned} R_v &= v^{n-v-1} - (\pi - \alpha) r^{v+1} - \pi r^v - \dots - \pi r \text{ für } v = 0, 1, \dots, m-1 \\ &= \left(\alpha + v^n - \frac{\pi r}{r-1} \right) r^{v+1} + \frac{\pi r}{r-1} \end{aligned}$$

ist, und daher gleich dem Wert einer Todesfallversicherung von der Dauer m auf $\frac{\pi r}{r-1}$ mehr $\alpha + v^n - \frac{\pi r}{r-1}$ mal dem Wert einer Todesfallversicherung auf die Kapitale r, r^n, \dots, r^m oder wenn x das gegenwärtige Alter und l_x, l_{x+1}, \dots die gewählte Sterbetafel ist, vergl. (2),

$$(32) \quad R = \frac{\pi r}{r-1} {}_m A_x + \left(\alpha + v^n - \frac{\pi r}{r-1} \right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right).$$

wobei m bestimmt ist durch die Ungleichungen

$$\begin{aligned} (\pi - \alpha) r^m + \pi (r^{m-1} + \dots + r) &< v^{n-m} \\ (\pi - \alpha) r^{m+1} + \pi (r^m + \dots + r) &> v^{n-(m+1)} \end{aligned}$$

die ersetzt werden können durch

$$\pi \frac{1 - v^m}{1 - v} < \alpha + v^n < \pi \frac{1 - v^{m+1}}{1 - v}.$$

Macht man also

$$(33) \quad \pi \frac{1 - v^c}{1 - v} = \alpha + v^n$$

so liegt c zwischen m und $m+1$ und R ergibt sich aus (32)

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{z + v^n}{1 - v^2} {}_m A_x + \left[z + v^n - \frac{z + v^n}{1 - v^2} \right] \left[1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] \\
 (34) \quad R &= \frac{z + v^n}{1 - v^2} \left[{}_m A_x - v^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Jetzt wird gefordert, daß die Zahlung der Prämie π sowohl die Abschlußkosten z als den Wert v^n des Versicherungsauspruches als den Teil Θ des Risikos bedeckt, oder daß

$$(35) \quad \pi {}_n a_x = z + v^n + \Theta R$$

statthatt, dann ist durch Einführung von τ

$$\begin{aligned}
 \pi {}_n a_x - z - v^n &= \frac{z + v^n}{1 - v^2} (1 - v) {}_n a_x - (z + v^n) \\
 &= \frac{z + v^n}{1 - v^2} [(1 - v) {}_n a_x - (1 - v^2)] \\
 &= \frac{z + v^n}{1 - v^2} [v^2 - A_{x, n}],
 \end{aligned}$$

somit wird die Risikogleichung (35)

$$v^2 - A_{x, n} = \Theta \left[{}_m A_x - v^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

d. i. genau die Gleichung (8), die also in Verbindung mit (33) die gestellte Aufgabe für die Termefixe Versicherung löst.

Die gemischte Versicherung mit einmaliger Prämienzahlung hat ebenfalls die Risikogleichung der gemischten Versicherung mit jährlicher Zahlung. Sei \mathfrak{P} die vom Versicherten zu erlegende Mise und z der Betrag der Abschlußkosten, so läuft es für die Rechnung auf dasselbe hinaus, keine Abschlußkosten zu rechnen und dafür als einmalige Prämie den Betrag $\Pi = \mathfrak{P} - z$ anzusetzen. An jährlichen Kosten sei der Betrag ε präliminiert.

Stirbt der Versicherte im 1., 2., 3., ... Jahr, so hat die Gesellschaft bis Schluß des Sterbejahres einen Saldo von

$$\Pi r - \varepsilon r, \Pi r^2 - \varepsilon(r^2 + r), \Pi r^3 - \varepsilon(r^3 + r^2 + r), \dots$$

Diese Beträge sind anfänglich kleiner, später größer als die versicherte Summe 1. Seien etwa die ersten m Beträge kleiner als 1, die folgenden größer, so sind die Verluste der Gesellschaft, wenn der Versicherte im 1., 2., 3., ... Jahre stirbt,

$$\begin{aligned}
 (37) \quad R_0 &= 1 - \Pi r + \varepsilon r \\
 R_1 &= 1 - \Pi r^2 + \varepsilon (r^2 + r) \\
 &\vdots \\
 R_{m-1} &= 1 - \Pi r^m + \varepsilon (r^m + r^{m-1} + \dots + r)
 \end{aligned}$$

das sind aber die Beträge, die man erhält, wenn in (1a) die beiden Größen α und π ersetzt werden durch $-\Pi$ und $-\varepsilon$. Deshalb ist gemäß der Entwicklung in § 1 das Risiko nach (3)

$$(38) \quad R = \left(1 - \frac{\varepsilon r}{r-1}\right) {}_m A_x - \left(\Pi - \frac{\varepsilon r}{r-1}\right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)$$

wobei m bestimmt ist durch

$$\begin{aligned}
 \Pi r^m - \varepsilon (r^m + \dots + r) &< 1 \\
 \Pi r^{m+1} - \varepsilon (r^{m+1} + \dots + r) &> 1
 \end{aligned}$$

was die Ungleichungen

$$\begin{aligned}
 (39) \quad \Pi &< v^m + \varepsilon \frac{1 - v^m}{1 - v} \\
 \Pi &> v^{m+1} + \varepsilon \frac{1 - v^{m+1}}{1 - v}
 \end{aligned}$$

nach sich zieht. Führt man die Risikodauer σ durch

$$(40) \quad \Pi = v^\sigma + \varepsilon \frac{1 - v^\sigma}{1 - v}$$

ein, so ergibt sich nach (38)

$$(41) \quad R = \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}\right) [{}_m A_x - v^\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)].$$

Die Risikogleichung entspricht hier der Forderung, daß die Zahlung Π den Versicherungsanspruch $A_{x, \overline{n}|}$, die jährlichen Kosten ε und den Faktor Θ des Risikos deckt, also

$$(42) \quad \Pi = A_{x, \overline{n}|} + \varepsilon {}_n a_x + \Theta R.$$

Drückt man Π nach (40) in σ aus, so kommt

$$\begin{aligned}
 \Pi - A_{x, \overline{n}|} - \varepsilon {}_n a_x &= v^\sigma - A_{x, \overline{n}|} + \varepsilon \left[\frac{1 - v^\sigma}{1 - v} - {}_n a_x \right] \\
 &= (v^\sigma - A_{x, \overline{n}|}) \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}\right)
 \end{aligned}$$

somit aus (42), wenn beiderseits durch $1 - \frac{\varepsilon}{1-v}$ gekürzt wird,

$$(43) \quad v\varepsilon - A_{x,\overline{v}} = {}_m A_x - v\varepsilon \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right),$$

d. i. wieder die Gleichung (8), die also in Verbindung mit (40) die gestellte Aufgabe bei der gemischten Versicherung mit einmaliger Prämienzahlung löst.

Beim Ankauf eines Fruchtgenusses von jährlich 1 werde von der Gesellschaft der Kaufpreis K gezahlt. Dann ist der Saldo zu Lasten der Gesellschaft, wenn der Versicherte im 1., 2., 3.,... Jahre stirbt,

$$R_0 = K r - r$$

$$R_1 = K r^2 - (r^2 + r)$$

$$R_2 = K r^3 - (r^3 + r^2 + r)$$

u. s. f. Von diesen Größen seien die ersten m positiv, die folgenden negativ. Das Risiko R ist der Wert einer kurzen Todesfallversicherung auf die Beträge $R_0, R_1, \dots R_{m-1}$, und der allgemeine Ausdruck dieser Größen ist

$$\begin{aligned} R_v &= K r^{v+1} - (r^{v+1} + \dots + r) = K r^{v+1} - r \frac{r^v - 1}{r - 1} \\ &= \left(K - \frac{r}{r-1}\right) r^{v+1} + \frac{r}{r-1}. \end{aligned}$$

Daher ist R der Wert einer kurzen Todesfallversicherung von der Dauer m auf $\frac{r}{r-1}$ plus $\left(K - \frac{r}{r-1}\right)$ mal dem Wert einer kurzen Todesfallversicherung auf $r, r^2 \dots r^m$, also

$$R = \frac{r}{r-1} {}_m A_x + \left(K - \frac{r}{r-1}\right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right).$$

Dabei war m bestimmt durch

$$K r^m - (r^m + \dots + r) > 0$$

$$K r^{m+1} - (r^{m+1} + \dots + r) < 0$$

welche Ungleichungen ersetzbar sind durch

$$K > \frac{1 - v^m}{1 - v}$$

$$K < \frac{1 - v^{m+1}}{1 - v}.$$

Setzt man also

$$K = \frac{1 - v^2}{1 - v}$$

so wird

$$R = \frac{{}_m A_x - v^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)}{1 - v}.$$

Die Risikogleichung hat auszudrücken, daß der Wert a_x einer Leibrente von jährlich 1 gleich sein soll dem Kaufpreis K mehr ΘR

$$a_x = K + \Theta R$$

$$= \frac{(1 - v^2) + \Theta \left[{}_m A_x - v^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) \right]}{1 - v}.$$

Benützt man die Relation

$$(1 - v) a_x = 1 - A_x$$

in der A_x der Wert einer Todesfallversicherung auf 1 bedeutet, so lautet die Risikogleichung

$$v^2 = A_x + \Theta \left[{}_m A_x - v^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) \right]$$

d. i. die Gleichung (8) für $n = \infty$, deren Auflösung somit den Kaufpreis K durch

$$K = \frac{1 - v^2}{1 - v}$$

bestimmt. Der jährliche Rentenbetrag ist hier schon kostenfrei mit 1 angesetzt, hingegen sind etwaige Abschlußkosten noch weiters von K abzuziehen.

Bei einer *temporären Todesfallversicherung* von der Dauer n auf das Kapital 1 mit *einmaliger* Prämienzahlung H und Kosten von jährlich ε ist der Saldo zu Lasten der Gesellschaft, wenn der Versicherte im 1., 2. . . . n -ten Jahre stirbt,

$$(44) \quad \begin{aligned} & 1 + \varepsilon r - H r \\ & 1 + \varepsilon (r^2 + r) - H r^2 \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & 1 + \varepsilon (r^n + \dots + r) - H r^n. \end{aligned}$$

Seien die m ersten dieser n Beträge positiv, wobei m sowohl kleiner als auch gleich n sein kann, so ist R der Wert einer Todesfallversicherung von der Dauer m auf diese ersten m Beträge R_0, R_1, \dots, R_{m-1} , deren allgemeiner Ausdruck

$$R_v = 1 + \varepsilon(r^{v+1} + \dots + r) - \Pi r^{v+1} \quad \text{für } v = 0, 1, \dots, m-1$$

$$= \left(1 - \frac{\varepsilon r}{r-1}\right) + r^{v+1} \left(\frac{\varepsilon r}{r-1} - \Pi\right).$$

Daraus ergibt sich nach den Entwicklungen in § 1, vergl. (38)

$$(45) \quad R = \left(1 - \frac{\varepsilon r}{r-1}\right) {}_m A_x + \left(\frac{\varepsilon r}{r-1} - \Pi\right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right).$$

Die Risikogleichung besagt, daß die Prämie Π bedecken soll: Den Wert des Anspruches ${}_n A_x$, den Wert der Kosten ε und den Zuschlag ΘR , somit soll sein

$$(46) \quad \Pi = {}_n A_x + \varepsilon {}_n a_x + \Theta R.$$

Unterscheidet man die beiden Möglichkeiten $m < n$ und $m = n$, so ist bei $m < n$ die Zahl m bestimmt durch

$$1 + \varepsilon(r^m + \dots + r) - \Pi r^m > 0$$

$$1 + \varepsilon(r^{m+1} + \dots + r) - \Pi r^{m+1} < 0,$$

was in der Form geschrieben werden kann

$$\Pi < r^m + \varepsilon \frac{1 - r^m}{1 - r}$$

$$\Pi > r^{m+1} + \varepsilon \frac{1 - r^{m+1}}{1 - r}$$

und mit Einführung der Risikodauer τ in der Form (40)

$$\Pi = r^\tau + \varepsilon \frac{1 - r^\tau}{1 - r}.$$

Führt man τ statt Π im Ausdruck für R ein, so ergibt sich, vergl. (41)

$$R = \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - r}\right) [{}_m A_x - r^\tau \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right)].$$

Die Risikogleichung (46) wird in diesem Falle

$$\begin{aligned}\Theta R &= \Pi - {}_nA_x - \varepsilon {}_na_x = v^\tau + \varepsilon \frac{1 - v^\tau}{1 - v} - {}_nA_x - \varepsilon {}_na_x \\ &= v^\tau \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}\right) + \frac{\varepsilon}{1 - v} [1 - (1 - v) {}_na_x] - {}_nA_x \\ &= v^\tau \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}\right) + \frac{\varepsilon}{1 - v} A_{x, \overline{n}} - {}_nA_x\end{aligned}$$

und durch $1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}$ gekürzt

$$(47) \quad \Theta \left[{}_m A_x - v^\tau \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x}\right) \right] = v^\tau \frac{{}_n A_x - \frac{\varepsilon}{1 - v} A_{x, \overline{n}}}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}}.$$

Der zweite Fall $m = n$ tritt ein, wenn auch noch der letzte der Beträge (44) positiv ist, d. h.

$$\Pi r^n < 1 + \varepsilon (r^n + \dots + r)$$

$$\Pi < v^n + \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

ausfällt. Das Risiko ergibt sich dann nach (45)

$$R = \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}\right) {}_n A_x + \left(\frac{\varepsilon}{1 - v} - \Pi\right) \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x}\right)$$

was sich bei Benützung der leicht nachweisbaren Beziehung

$$(48) \quad \frac{1 - {}_n A_x - \frac{l_{x+n}}{l_x}}{1 - v} = {}_na_x - \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

darstellt durch

$$R = {}_n A_x + \varepsilon \left({}_na_x - \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - \Pi \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right).$$

Die Risikogleichung dient zur Bestimmung von Π , indem (46) dann die Form erhält

$$\Pi = {}_n A_x + \varepsilon {}_na_x + \Theta \left[{}_n A_x + \varepsilon \left({}_na_x - \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - \Pi \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \right],$$

deren Auflösung ist

$$(49) \quad \Pi = \frac{{}_n A_x + \varepsilon {}_n a_x + \Theta \left[{}_n A_x + \varepsilon \left({}_n a_x - \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \right]}{1 + \Theta \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right)}$$

und dieser Betrag (49) muß, wie vorher bemerkt, kleiner sein als

$$v^n + \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v}.$$

Als Bedingung erhält man so dafür, daß der Fall $m = n$ vorliegt

$$\begin{aligned} (1 + \Theta) ({}_n A_x + \varepsilon {}_n a_x) - \varepsilon \Theta \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x} < \\ < \left[1 + \Theta \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \right] \left[v^n + \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v} \right] \end{aligned}$$

oder

$$(1 + \Theta) \left[{}_n A_x + \varepsilon {}_n a_x - v^n - \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v} \right] + \Theta \frac{l_{x+n}}{l_x} v^n < 0$$

und in einfacherer Form

$$(50) \quad (1 + \Theta) (A_{x, \overline{n}} - v^n) < \frac{{}_n E_x}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}}$$

Diese Bedingung erhält man auch, wenn man in der Risikogleichung (47) bei $m < n$

$$\Psi(\sigma) = v^\sigma - \frac{{}_n A_x - \frac{\varepsilon}{1 - v} A_{x, \overline{n}}}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}} - \Theta \left[{}_m A_x - v^\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = 0$$

links für σ und m die Zahl n substituiert und fordert, daß $\Psi(n)$ positiv sei. Denn es ist

$$\begin{aligned} \Psi(n) &= v^n - \frac{{}_n A_x - \frac{\varepsilon}{1 - v} A_{x, \overline{n}}}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}} - \Theta \left[A_{x, \overline{n}} - v^n \right] \\ &= v^n - A_{x, \overline{n}} + \frac{{}_n E_x}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}} - \Theta \left[A_{x, \overline{n}} - v^n \right] \\ &= (1 + \Theta) (v^n - A_{x, \overline{n}}) + \frac{{}_n E_x}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - v}}. \end{aligned}$$

Für eine kurze Todesfallversicherung mit einmaliger Prämienzahlung ist *demnach* zuerst zu unterscheiden, ob die Ungleichung (50) erfüllt ist oder nicht. Ist dies der Fall, so ergibt sich II nach (49), ist dies nicht der Fall, so ist die Gleichung (47), welche die Form der Gleichung (8) hat, aufzulösen, dann ist

$$II = v^2 + \varepsilon \frac{1 - v^2}{1 - v}.$$

§ 4. Erörterung des allgemeinen Falles.

Um möglichst allgemeine Definitionen zu geben, werde ein Versicherungsvertrag betrachtet, wonach eine Versicherungsgesellschaft heute den Betrag e_0 und wenn der Versicherte von heute nach 1, 2, 3, . . . Jahren lebt, den Betrag e_1, e_2, e_3, \dots zu zahlen hat, und wonach sie, wenn der Versicherte im ersten, zweiten, dritten, Jahre u. s. f. von heute an gerechnet stirbt, den Betrag c_0, c_1, c_2, \dots , am Ende des Sterbejahres zahlt. Unter den Zahlungen e können auch solche für Kosten der Gesellschaft mitverstanden sein.

An Prämienzahlung soll heute der Betrag π_0 und wenn der Versicherte nach 1, 2, 3, . . . Jahren lebt, der Betrag $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots$ geleistet werden.

Wenn der Versicherte im Laufe des $(k+1)$ ten Jahres stirbt, so hat die Versicherungsgesellschaft bis Schluß des Sterbejahres die Beträge $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_k$ vereinnahmt und die Beträge e_0, e_1, \dots, e_k sowie c_k verausgabt, der finanzielle *Effekt* für die Gesellschaft ist daher, mit Hilfe des Abzinsungsfaktors v für heute berechnet

(51)

$$S_k = (\pi_0 + \pi_1 v + \dots + \pi_k v^k) - (e_0 + e_1 v + \dots + e_k v^k) - c_k v^{k+1}.$$

Von diesen Größen S_k werden einige positiv, einige negativ sein (ein Vertrag, bei welchem alle Effekte den gleichen Sinn haben, würde für den einen der Vertragsteile keinen Sinn haben) und die Gesamtheit der positiven unter den Größen S werde mit S_i , die Gesamtheit der negativen unter den Größen S werde mit S_j bezeichnet. Dann soll die *Gewinchance* G im gegenwärtigen Zeitpunkt als Summe aus den positiven Effekten S_i , jeder multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit seines Eintreffens, definiert werden oder

(52)

$$G = \sum_i \frac{d_{x+i}}{l_x} S_i$$

gesetzt werden, wenn das gegenwärtige Alter des Versicherten mit x angenommen und eine Sterbetafel l_x, l_{x+1}, \dots zu Grunde gelegt wird. Analog sei die *Verlustchance*, das *durchschnittliche Risiko* der Gesellschaft R definiert durch

$$(53) \quad R = \sum_j \frac{d_{x+j}}{l_x} (-S_j).$$

Aus diesen beiden Gleichungen (45) und (46) folgt durch Subtraktion

$$(54) \quad G - R = \sum_i \frac{d_{x+i}}{l_x} S_i + \sum_j \frac{d_{x+j}}{l_x} S_j = \sum_{k=0} \frac{d_{x+k}}{l_x} S_k$$

$$G - R = \frac{d_x S_0 + d_{x+1} S_1 + \dots}{l_x},$$

wo die Summation bis zum Ende der Sterbetafel fortzusetzen ist, und wobei zu bemerken ist, daß für Versicherungen, bei denen nach Ablauf eines bestimmten Zeitraumes weder von der Gesellschaft noch vom Versicherten etwas geleistet wird, die Effekte nach Ablauf dieses Zeitraumes alle einander gleich sind.

Um den Ausdruck (54) zu berechnen, werde zuerst für irgend eine ganze Zahl ν die Summe

$$(55) \quad \sum_{k=0}^{\nu-1} d_{x+k} S_k$$

betrachtet. Setzt man zur Abkürzung

$$(56) \quad S_k = (\pi_0 + \pi_1 \nu + \dots + \pi_k \nu^k) - (e_0 + e_1 \nu + \dots + e_k \nu^k)$$

so wird diese Summe, da hierin jetzt

$$S_k = S_k - c_k \nu^{k+1}$$

zu setzen ist, dargestellt durch

$$(d_x S_0 + d_{x+1} S_1 + \dots + d_{x+\nu-1} S_{\nu-1}) -$$

$$-(d_x c_0 \nu + d_{x+1} c_1 \nu^2 + \dots + d_{x+\nu-1} c_{\nu-1} \nu^\nu)$$

und der Minuend dieses Ausdrucks ist

$$(l_x - l_{x+1}) S_0 + (l_{x+1} - l_{x+2}) S_1 + \dots + (l_{x+\nu-1} - l_{x+\nu}) S_{\nu-1} =$$

$$= [l_x S_0 + l_{x+1} (S_1 - S_0) + l_{x+2} (S_2 - S_1) + \dots + l_{x+\nu-1} (S_{\nu-1} - S_{\nu-2})] -$$

$$- l_{x+\nu} S_{\nu-1}$$

$$= [l_x (\pi_0 - e_0) + l_{x+1} \nu (\pi_1 - e_1) + l_{x+2} \nu^2 (\pi_2 - e_2) + \dots +$$

$$+ l_{x+\nu-1} \nu^{\nu-1} (\pi_{\nu-1} - e_{\nu-1})] - l_{x+\nu} S_{\nu-1}.$$

Daher wird die Summe

$$\sum_{k=0}^{\nu-1} d_{x+k} S_k = \sum_{k=0}^{\nu-1} l_{x+k} (\pi_k - e_k) v^k - l_{x+\nu} s_{\nu-1} - \sum_{k=0}^{\nu-1} d_{x+k} c_k v^{k+1}$$

und beiderseits durch l_x dividiert

$$\sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{d_{x+k}}{l_x} S_k = \frac{\sum_{k=0}^{\nu-1} l_{x+k} (\pi_k - e_k) v^k}{l_k} - \frac{\sum_{k=0}^{\nu-1} d_{x+k} c_k v^{k+1}}{l_x} - \frac{l_{x+\nu} s_{\nu-1}}{l_x}$$

Multipliziert man rechts Zähler und Nenner mit v^x , so entsteht

$$(57) \quad \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{d_{x+k}}{l_x} S_k = \frac{\sum_{k=0}^{\nu-1} D_{x+k} (\pi_k - e_k)}{D_x} - \frac{\sum_{k=0}^{\nu-1} C_{x+k} c_k}{D_k} - \frac{l_{x+\nu} s_{\nu-1}}{l_x}.$$

Für den speziellen Fall, daß die Summation links bis zum Ende der Sterbetafel ausgedehnt wird, ergibt diese Gleichung gemäß (54)

$$G - R = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} D_{x+k} \pi_k}{D_x} - \frac{\sum_{k=0}^{\infty} (D_{x+k} e_k + C_{x+k} c_k)}{D_k}$$

oder es ist

$$(58) \quad G - R = \Pi - U$$

wenn gesetzt wird

$$(59) \quad \begin{aligned} \Pi &= \frac{\pi_0 D_x + \pi_1 D_{x+1} + \dots}{D_x} \\ U &= \frac{e_0 D_x + e_1 D_{x+1} + \dots + c_0 C_x + c_1 C_{x+1} + \dots}{D_x} \end{aligned}$$

Offenbar ist U nichts anderes als der gegenwärtige Wert der Leistung der Gesellschaft (mit Unkosten), Π derjenige der Zahlung des Versicherten.

Wird jetzt gefordert, daß durch die Prämienzahlung des Versicherten sowohl die Leistung der Gesellschaft als auch ein vorgegebener Teil des bei dieser Prämienzahlung stattfindenden Risikos bedeckt, eventuell dieses Risiko in vorgegebenem Ansmaße überdeckt werde, so heißt dies, es soll die *Risikogleichung* erfüllt werden

$$(60) \quad \Pi = U + R \Theta,$$

wo $\Theta > 1$ ist, wofern das Risiko noch überdeckt werden soll.

Angenommen, es seien die Größen $\pi_0, \pi_1, \pi_2, \dots$ durch Eine Größe ausdrückbar, so wird R zu einer durch die Bedingung, daß

S_{m-1} und S_m verschiedene Vorzeichen besitzen sollen, determinierten Funktion dieser einen Größe und es handelt sich darum, zwei *Unbekannte, von denen die eine ganzzählig sein soll, aus einer Gleichung nämlich (60) und zwei Ungleichungen zu bestimmen*. In manchen Fällen ist es übrigens möglich, die gesuchte ganze Zahl m aus den Ungleichungen allein zu bestimmen und die andere Unbekannte aus der Risikogleichung. Dies trifft z. B. zu bei einer Erlebensfallversicherung (mit oder ohne Prämienrückgewähr) von der Dauer n , wo $m = n$ sein wird, da die Gesellschaft Gewinn haben muß, wenn der Versicherte vor Ablauf von n Jahren stirbt, dann Verlust.

Die Risikogleichung (60) kann gemäß 58 auch in eine der beiden Formen

$$(61) \quad \Pi - U = \frac{\Theta}{1 + \Theta} G$$

$$(61a) \quad G = R(1 + \Theta)$$

dargestellt werden, von denen die zweite besagt, *daß die Gewinnchance der Gesellschaft um den Faktor Θ größer sein soll als ihr Risiko*. Hienach dürfte die Bezeichnung von Θ als Gewinnkoeffizient gerechtfertigt sein, doch könnte man Θ , statt diese Bezeichnung zu wählen, auch den „Sicherheitskoeffizienten“ nennen.

Auf eine der Gleichung (60) vollkommen analoge führt die Aufgabe, jene *Reserve* ρ zu suchen, welche t Jahre nach Abschluß der Versicherung in Verbindung mit der künftigen Prämienzahlung sowohl die Leistung der Gesellschaft als einen Teil Θ' des *alsdann* (d. h. bei diesem Reserveerlag verbunden mit den künftigen Prämien) auftretenden Risikos R' deckt. Die Zahlung des Versicherten ist für diesen Fall: Sofort $\rho + \pi_t$, nach einem Jahre, falls er dann lebt, π_{t+1}, \dots . Dagegen ist die Leistung der Gesellschaft: e_t sofort, e_{t+1} nach einem Jahre, falls der Versicherte dann lebt \dots ferner c_t nach einem Jahre, falls der Versicherte im 1. Jahre, gerechnet vom Zeitpunkt der Reserverechnung stirbt, u. s. w. Ist R' das Risiko bei den so charakterisierten Leistungen der Gesellschaft und des nunmehr $x + t$ jährigen Versicherten, so entspricht die obige Definition der Reserve der Festsetzung

$$(62) \quad \Pi' = U' + R' \Theta'$$

welche Gleichung *nach ρ aufzulösen ist*. Π' und U' sind dabei die Werte der Leistungen des Versicherten und der Gesellschaft.

Bei der Betrachtung der obigen Risikogleichung (60) sollen in diesem Aufsatz nur die beiden Fälle erörtert werden, daß die Gesellschaft durch den Tod des Versicherten entweder anfangs Verlust und

dann Gewinn oder anfangs Gewinn und dann Verlust erfährt. Mit anderen Worten, eine gewisse Zahl m der Effekte

$$(63) \quad S_0, S_1, \dots S_{m-1}$$

sollen untereinander gleichbezeichnet sein, während alle übrigen

$$(63a) \quad S_m, S_{m+1} \dots$$

das entgegengesetzte Zeichen haben sollen, eine Bedingung, durch die allerdings manche Versicherungsarten, z. B. Todesfallversicherungen mit Karenzzeit von der Betrachtung ausgeschlossen werden. (Die Zahl m darf offenbar ≥ 1 vorangesetzt werden.) Sind dann die Größen (63) alle positiv, so wird der Ausdruck

$$(64) \quad M = \frac{d_x S_0 + d_{x+1} S_1 + \dots + d_{x+m-1} S_{m-1}}{l_x}$$

nach (52) gleich G sein und wenn die Größen (63) alle negativ sind, nach (53) gleich $-R$ sein, d. h. es ist

$$M = G \quad \text{bei } M > 0$$

$$M = -R \quad \text{bei } M < 0$$

und weil

$$R = G - \Pi + U \text{ ist, folgt}$$

$$R = M - (\Pi - U) \quad \text{bei } M > 0$$

$$R = -M \quad \text{bei } M < 0$$

Die Risikogleichung wird sonach

$$\Pi = U + \Theta [M - (\Pi - U)] \quad \text{bei } M > 0$$

$$\Pi = U - \Theta M \quad \text{bei } M < 0$$

und kann in die Form

$$(65) \quad \Pi = U + \vartheta M$$

gebracht werden, wo

$$(66) \quad \begin{aligned} \vartheta &= \frac{\Theta}{1 + \Theta} \quad \text{bei } M > 0. \text{ d. h. bei anfangs positiven, und} \\ \vartheta &= -\Theta \quad \text{bei } M < 0. \text{ d. h. bei anfangs negativen} \end{aligned}$$

Effekten zu setzen ist.

Für anfangs negative Effekte kann man übrigens das Risiko

$$R = -M = - \sum_0^{m-1} \frac{d_{x+k}}{l_x} S_k = \sum_0^{m-1} \frac{C_{x+k} R_k}{D_x}$$

als den Wert einer kurzen Todesfallversicherung auf die Beträge

$$R_k = -S_k r^{k+1}$$

definieren und diese Definition wurde in § 1 benützt.

In die Gleichung (65) kann jedoch auch die Größe

$$(67) \quad \bar{M} = (\Pi - U) - M$$

eingeführt werden, wodurch

$$\Pi = U + \delta [(\Pi - U) - \bar{M}]$$

$$\Pi = U - \frac{\delta}{1 - \delta} \bar{M}$$

entsteht und wenn

$$(67a) \quad \bar{\delta} = -\frac{\delta}{1 - \delta}$$

gesetzt wird, hat man als Risikogleichung

$$\Pi = U + \bar{\delta} \bar{M} \text{ mit}$$

$$(68) \quad \bar{\delta} = -\Theta \text{ bei anfänglich positiven Effekten, und}$$

$$\bar{\delta} = \frac{\Theta}{1 + \Theta} \text{ bei anfänglich negativen Effekten.}$$

Zur Aufstellung der Risikogleichung genügt also die Berechnung des Ausdruckes (64) der nach (57) den Wert besitzt

$$(69) \quad M = \frac{\sum_{k=0}^{m-1} \pi_k D_{x+k}}{D_x} - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} (e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k})}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1}$$

mit (70)

$$S_{m-1} = (\pi_0 + \pi_1 v + \dots + \pi_{m-1} v^{m-1}) - (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}).$$

Will man aber die Risikogleichung in der Form (68) benützen, so ist

$$\bar{M} = (\Pi - U) - M$$

dargestellt gemäß (59) durch

$$(71) \quad \bar{M} = \frac{\sum_{k=m} \pi_k D_{x+k}}{D_x} - \frac{\sum_{k=m} (e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k})}{D_x} + \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1}$$

$$S_{m-1} = (\pi_0 + \pi_1 v + \dots + \pi_{m-1} v^{m-1}) - (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}).$$

Im Rahmen des erörterten Versicherungsvertrages ist auch der Fall unterzubringen, daß die Gesellschaft einen Anspruch *kauft*, dann sind die Größen c einfach negativ (oder Null). An der analytischen Entwicklung ändert sich dadurch nichts; Gewinnchance G und Risiko R sind wieder durch (52) und (53) charakterisiert, ebenso bestehen die Beziehungen (58), (59).

Die Formulierung der Risikogleichung geschieht am einfachsten, wenn gefordert wird, daß die Gewinnchance der Gesellschaft ihr Risiko und den Gewinnkoeffizienten Θ übersteigt, d. h. daß

$$G = R(1 + \Theta)$$

sein soll. Dies ergibt wieder die Gleichung (60).

Bei der oben ausgesprochenen Bedingung, daß die ersten m Effekte gleich bezeichnet sein sollen und ebenso alle übrigen, ergibt sich genau wie früher

$$G = M \quad \text{bei } M > 0$$

$$R = -M \quad \text{bei } M < 0$$

und der obige Ausdruck (69) für M .

§ 5. Versicherungen gegen einmalige Prämie.

Bei einer einmaligen Prämienzahlung ist

$$\pi_1 = \pi_2 = \dots = 0, \quad \Pi = \pi_0$$

und die Gleichung (69) gibt für M

$$(72) \quad M = \Pi - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k}}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1}$$

$$S_{m-1} = \Pi - (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}).$$

Setzt man jetzt zur Abkürzung

$$(73) \quad U_v = \frac{\left(\sum_{k=0}^{v-1} e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k} \right)}{D_x} \quad \text{für } v = 1, 2, \dots$$

so folgt für M aus (72), (73) die Gleichung

$$(74) \quad M = \Pi \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - U_m + \frac{l_{x+m}}{l_x} (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}).$$

Die Risikogleichung (65) wird hier

(75)

$$\Pi = U + \delta \left[\Pi \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - U_m + \frac{l_{x+m}}{l_x} (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}) \right]$$

und bestimmt die gesuchte Größe Π sofort, wenn nur schon die ganze Zahl m gefunden ist, für welche S_{m-1} und S_m ungleich bezeichnet ausfallen. Die Zahlen S sind nach (51) bei einmaliger Prämienzahlung gegeben durch

$$(76) \quad S_k = \Pi - (e_0 + e_1 v + \dots + e_k v^k) - c_k v^{k+1}$$

und setzt man

$$(77) \quad F_{k+1} = (e_0 + e_1 v + \dots + e_k v^k) + c_k v^{k+1}$$

so lautet die Bedingung für m : es müssen

$$(78) \quad \Pi - F_m, \quad \Pi - F_{m+1}$$

ungleich bezeichnet sein. Zur Vereinfachung der Betrachtung werde jetzt eine stetige Funktion $F(\lambda)$ der Variablen λ eingeführt, welche wenn λ gleich einer ganzen Zahl k ist, den Wert F_k besitzt, anders ausgedrückt, es sollen die Werte F_k irgendwie aber stetig interpoliert werden, wobei hervorzuheben ist, daß diese Interpolation dann wieder aus dem Resultate herausfällt. Nach (78) existiert eine Zahl σ zwischen m und $m+1$ derart, daß

$$(79) \quad \Pi = F(\sigma)$$

und die Risikogleichung (75) wird zu einer Gleichung in σ

$$(80) \quad \begin{cases} \Psi(\sigma) = 0 \\ \Psi(\sigma) = F(\sigma) - U - \delta \left[F(\sigma) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - U_m + \right. \\ \left. + \frac{l_{x+m}}{l_x} (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}) \right] \end{cases}$$

die man wieder in der Weise aufzulösen versuchen kann, daß man von den Größen $\Psi(v)$ ausgeht, wo v eine ganze Zahl ist und die Zahl m so zu bestimmen sucht, daß $\Psi(m)$ und $\Psi(m-1)$ ungleich bezeichnet sind, woraus die Existenz einer Wurzel σ zwischen m und $m+1$ folgt. Die Größe Π ergibt sich, wenn die Zahl m schon gefunden ist,

$$(81) \quad \Pi = \frac{U + \delta \left[\frac{l_{x+m}}{l_x} (e_0 + e_1 v + \dots + e_{m-1} v^{m-1}) - U_m \right]}{1 - \delta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right)}$$

Setzt man in $\Psi(\sigma)$ für σ eine ganze Zahl ν , so ist auch $m = \nu$ zu setzen und es resultiert

$$\Psi(\nu) = F_\nu - U - \vartheta \left[\left(1 - \frac{l_{x+\nu}}{l_x} \right) F_\nu - U_\nu + \right. \\ \left. + \frac{l_{x+\nu}}{l_x} (e_0 + e_1 \nu + \dots + e_{\nu-1} \nu^{\nu-1}) \right]$$

was sich nach (77) reduziert auf

$$(82) \quad \Psi(\nu) = F_\nu - U - \vartheta \left[F_\nu - U_\nu - \frac{l_{x+\nu}}{l_x} e_{\nu-1} \nu^\nu \right].$$

Für den Wert $\nu = 1$ ist das Vorzeichen von Ψ sofort anzugeben, da nach (73) und (77)

$$F_1 - U_1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} e_0 \nu = 0$$

ist, somit

$$(83) \quad \Psi(1) = F_1 - U = e_0 + e_0 \nu - U$$

ist. Die weitere Untersuchung vereinfacht sich durch die Bestimmung jenes Wertes σ_0 , für welchen

$$(84) \quad F(\sigma_0) = U$$

ist, respektive durch die Bestimmung jener ganzen Zahl, m_0 die der Bedingung genügt, daß U zwischen F_{m_0} und F_{m_0+1} liegt.

§ 6. Beispiele zum vorigen Paragraphen.

In dem Falle einer *um n Jahre aufgeschobenen Leibrente von jährlich 1 mit Kosten von jährlich ε während der ersten n Jahre* (bei $n = 0$ hat man den Unterfall einer *sofort* beginnenden Leibrente) ist

$$e_0 = e_1 = \dots e_{n-1} = \varepsilon \\ e_n = e_{n+1} = \dots = 1$$

Die Zahlen F sind hier nach (77)

$$F_{k+1} = \varepsilon (1 + \nu + \dots + \nu^k) \text{ für } k \leq n-1$$

$$F_{k+1} = \varepsilon (1 + \nu + \dots + \nu^{n-1}) + (\nu^n + \dots + \nu^k) \text{ für } k \geq n$$

und wenn rechts die Summen ausgeführt werden

$$(85) \quad \begin{aligned} F_{k+1} &= \varepsilon \frac{1 - v^{k+1}}{1 - v} \quad \text{für } k \leq n-1 \\ F_{k+1} &= \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v} + \frac{v^n - v^{k+1}}{1 - v} \quad \text{für } k \geq n \end{aligned}$$

gilt die zweite Formel auch noch für $k = n-1$.

Für den jährlichen Kostenbetrag darf die selbstverständliche Voraussetzung gemacht werden, daß der Effekt während der Aufschubzeit positiv ausfällt, weshalb $m \geq n$ sein muß.

In dem zu untersuchenden Ausdruck (82)

$$(85a) \quad \Psi(v) = F_v - U - v[F_v - U_v]$$

braucht also nur der Fall $v \geq n$ erörtert zu werden. Hier ist nach (85)

$$(86) \quad F_v = \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v} + \frac{v^n - v^v}{1 - v}$$

ferner U der Wert einer temporären Leibrente von der Dauer n auf jährlich ε plus dem Wert ${}_na_x$ einer um n Jahre aufgeschobenen Leibrente von jährlich 1

$$(87) \quad U = \varepsilon {}_na_x + {}_na_x = -(1 - \varepsilon) {}_na_x + a_x.$$

Die Größe U_v berechnet sich nach (73), weil $v \geq n$ ist, bei $v = n$ mit $U_n = \varepsilon {}_na_x$ und bei $v > n$ mit

$$\begin{aligned} U_v &= \frac{\varepsilon \sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k} + \sum_n^{v-1} D_{x+k}}{D_x} \\ &= \varepsilon {}_na_x + [{}_va_x - {}_na_x] \end{aligned}$$

daher in allen Fällen $v \geq n$

$$(88) \quad U_v = -(1 - \varepsilon) {}_na_x + {}_va_x.$$

Aus den Gleichungen (86) und (87) folgt

$$F_v - U_v = \varepsilon \frac{1 - v^n}{1 - v} + \frac{v^n - v^v}{1 - v} + (1 - \varepsilon) {}_na_x - {}_va_x$$

$$(1 - v)(F_v - U_v) = \varepsilon(1 - v^n) + v^n - v^v + (1 - \varepsilon)[1 - A_{x:\overline{n}}] - [1 - A_{x:\overline{v}}]$$

sonit für $v \geq n$

$$(89) \quad (1 - v)(F_v - U_v) = A_{x:\overline{v}} - v^v - (1 - \varepsilon)[A_{x:\overline{n}} - v^n].$$

Andererseits ist nach den Gleichungen (86), (87)

$$\begin{aligned}(1-v)(F_v-U) &= \varepsilon(1-v^n) + v^n - v^v - a_x(1-v) + (1-\varepsilon)(1-v) na_x \\ &= \varepsilon(1-v^n) + v^n - v^v - (1-A_x) + (1-\varepsilon)[1-A_{x,\overline{n}}] \\ &= A_x - v^v - (1-\varepsilon)[A_{x,\overline{n}} - v^n]\end{aligned}$$

und aus (85a) ergibt sich, da hier $\bar{v} = \frac{\Theta}{1+\Theta}$ ist,

$$\begin{aligned}(1+\Theta)(1-v)\Psi(v) &= (1+\Theta)[A_x - v^v - (1-\varepsilon)(A_{x,\overline{n}} - v^n)] + \\ &\quad \Theta[A_{x,\overline{v}} - v^v - (1-\varepsilon)(A_{x,\overline{n}} - v^n)] \\ &= (1+\Theta)A_x - v^v - (1-\varepsilon)(A_{x,\overline{n}} - v^n) - \Theta A_{x,\overline{v}}\end{aligned}$$

und wenn als Tabellarfunktion die mit wachsendem v abnehmende Funktion

$$(90) \quad \omega_v(\Theta) = v^v + \Theta A_{x,\overline{v}}$$

verwendet wird, ist die Zahl m determiniert als jene, für welche

$$(91) \quad \omega_m(\Theta) > (1+\Theta)A_x - (1-\varepsilon)(A_{x,\overline{n}} - v^n) > \omega_{m+1}(\Theta)$$

erfüllt ist. Der Betrag Π resultiert dann aus 81.¹⁾

Beim *Ankauf eines Kapitals* 1, zahlbar beim Tode des Versicherten an die Gesellschaft, wenn die Gesellschaft den Kaufpreis K aufwendet und jährlich ε an Kosten rechnet, ist

$$\begin{aligned}e_0 &= K + \varepsilon, \quad e_1 = e_2 = \dots = \varepsilon \\ c_0 &= c_1 = \dots = -1\end{aligned}$$

während die Größen π alle Null sind. Die Effekte sind daher

$$(92) \quad S_k = -K - \varepsilon(1 + v + \dots + v^k) + v^{k+1}$$

und nehmen mit wachsendem k ab, müssen also anfangs positiv, später negativ sein. Ist $S_{m-1} > 0$ und $S_m < 0$, so ist

$$\begin{aligned}K + \varepsilon \frac{1-v^m}{1-v} &< v^m \\ K + \varepsilon \frac{1-v^{m+1}}{1-v} &> v^{m+1}\end{aligned}$$

¹⁾ Setzt man $n = 0$ so erkennt man, daß die zu einer sofort beginnenden Leibrente gehörige Zahl m nicht kleiner als die durch $v^{m_0} > A_x > v^{m_0+1}$ definierte Zahl m_0 ist, während die zu einer Todesfallversicherung gehörige Zahl m nicht größer als m_0 sein kann.

man hat demnach zu setzen

$$(93) \quad K = \gamma^2 - \varepsilon \frac{1 - \gamma^2}{1 - \gamma}.$$

Der Wert für U nach (59) ist hier

$$(94) \quad U = K + \varepsilon a_x - A_x$$

und der Wert für M nach (74) da $\Pi = 0$ ist

$$M = -U_m + \frac{l_{x+m}}{l_x} [K + \varepsilon (1 + \gamma + \dots + \gamma^{m-1})],$$

wobei U_m nach (73) zu berechnen ist durch

$$U_m = K + \varepsilon_m a_x - {}_m A_x$$

somit

$$\begin{aligned} M &= -K - \varepsilon_m a_x + {}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} \left(K + \varepsilon \frac{1 - \gamma^m}{1 - \gamma} \right) \\ &= -K \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) + {}_m A_x - \left[1 - A_{x, \overline{m}} - (1 - \gamma^m) \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \\ (95) \quad &= -\left(K + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) + {}_m A_x \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) \end{aligned}$$

und M nimmt durch Einführung von

$$K = \gamma^2 - \varepsilon \frac{1 - \gamma^2}{1 - \gamma}$$

die Form an

$$\begin{aligned} M &= -\gamma^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) + {}_m A_x \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) \\ (96) \quad &= \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) \left[{}_m A_x - \gamma^2 \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] \end{aligned}$$

Die Größe U erhält, wenn in (94) ebenfalls für K obiger Wert eingeführt wird, den Wert

$$\begin{aligned} U &= \gamma^2 - \varepsilon \frac{1 - \gamma^2}{1 - \gamma} + \varepsilon a_x - A_x \\ &= \gamma^2 - A_x + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} [\gamma^2 - A_x] \\ (97) \quad &= \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right) (\gamma^2 - A_x), \end{aligned}$$

daher wird die Risikogleichung, da $\Pi = 0$ ist, nach (65)

$$0 = U + \vartheta M, \quad \vartheta = \frac{\Theta}{1 + \Theta}$$

$$0 = (\nu\sigma - A_x) + \frac{\Theta}{1 + \Theta} \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

und es ist aufzulösen

$$0 = \nu\sigma - A_x + \frac{\Theta}{1 + \Theta} \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

oder anders geschrieben

$$\nu\sigma(1 + \Theta) + \Theta \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = A_x(1 + \Theta)$$

Für $\sigma = m = \nu$ nimmt die linke Seite den Wert an

$$\nu^\nu(1 + \Theta) + \Theta [A_{x,\overline{\nu}} - \nu^\nu] = \nu^\nu + \Theta A_{x,\overline{\nu}}$$

so daß sich, vgl. (90), die Zahl m aus

$$(99) \quad \omega_m(\Theta) > A_x(1 + \Theta) > \omega_{m+1}(\Theta)$$

d. h. aus der Bedingung (91) für $n = 0$ bestimmt, woraus dann $\nu\sigma$ aus (98) und K durch

$$\nu\sigma - \varepsilon = \frac{1 - \nu\sigma}{1 - \nu}$$

sich ergibt. *Die beiden Beispiele dieses Paragraphen erledigen sich also durch dieselbe Tabellarfunktion $\omega_\nu(\Theta)$.*

§ 7. Versicherungen mit jährlicher Prämienzahlung.

Bei einer n mal zahlbaren Prämie π darf angenommen werden, daß die Prämie bereits unter Abzug jährlicher Kosten ε verstanden sei, wodurch die Voraussetzung

$$(100) \quad \begin{aligned} \pi_0 &= \pi_1 = \dots = \pi_{n-1} = \pi \\ e_1 &= e_2 = \dots = e_{n-1} = 0 \end{aligned}$$

entsteht. Die Abschlußkosten mögen mit α in Rechnung gebracht werden, so daß $e_0 = \alpha$ ist. Die Risikogleichung lautet dann nach (65)

$$\begin{aligned} \Pi &= U + \vartheta M \\ \Pi &= \pi {}_n a_x \end{aligned}$$

und M ist hierin gegeben durch die Formel (69), wobei zu unterscheiden ist zwischen den beiden Möglichkeiten $m \leq n$ und $m > n$. Im ersteren Falle wird

$$(101) \quad \left. \begin{aligned} M &= \pi_{m|x} - \alpha - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1} \\ S_{m-1} &= \pi(1 + \nu + \dots + \nu^{m-1}) - \alpha \end{aligned} \right\} m \leq n$$

im zweiten Falle $m > n$ gibt (69)

$$(102) \quad \left. \begin{aligned} M &= \pi_{n|x} - \alpha - \frac{\sum_{k=n}^{m-1} e_k D_{x+k}}{D_x} - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1} \\ S_{m-1} &= \pi(1 + \nu + \dots + \nu^{n-1}) - \alpha - (e_n \nu^n + \dots + e_{m-1} \nu^{m-1}) \end{aligned} \right\}$$

Statt dieser Gleichung kann man für die Fälle $m \geq n$ auch die Risikogleichung in der Form (68) nehmen mit (vgl. 71)

$$(102a) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{M} &= - \frac{\sum_{k=m}^{\infty} e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k}}{D_x} + \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1} \\ S_{m-1} &= \pi \frac{1 - \nu^n}{1 - \nu} - (e_0 + e_1 \nu + \dots + e_{m-1} \nu^{m-1}) \\ e_0 &= \alpha, \quad e_1 = e_2 = \dots = e_{n-1} = 0 \end{aligned} \right.$$

Die Risikogleichung bestimmt eindeutig die Größe π , wenn bereits die ganze Zahl m bekannt ist, und zur Determinierung von m ist die Bedingung zu erfüllen, daß S_{m-1} und S_m ungleich bezeichnet sein sollen. Es ist aber nach (51)

$$(103) \quad \begin{aligned} S_k &= \pi(1 + \dots + \nu^k) - \alpha - c_k \nu^{k+1} \quad \text{für } k < n \\ S_k &= \pi(1 + \nu + \dots + \nu^{n-1}) - \alpha - (e_n \nu^n + \dots + e_k \nu^k) - c_k \nu^{k+1} \quad \text{für } k \geq n \end{aligned}$$

und wenn man definiert

$$(104) \quad \begin{aligned} f_{k+1} &= \frac{\alpha + c_k \nu^{k+1}}{1 - \nu^{k+1}} (1 - \nu) \quad \text{für } k < n \\ f_{k+1} &= \frac{\alpha + c_k \nu^{k+1} + (e_n \nu^n + \dots + e_k \nu^k)}{1 - \nu^n} (1 - \nu) \quad \text{für } k \geq n. \end{aligned}$$

so lassen sich die Gleichungen (103) schreiben

$$S_k \frac{1-v}{1-v^{k+1}} = \pi - f_{k+1} \quad \text{für } k < n$$

$$S_k \frac{1-v}{1-v^n} = \pi - f_{k+1} \quad \text{für } k \geq n$$

und S_{m+1} und S_m sind dann ungleich bezeichnet, wenn

$$\pi - f_m, \pi - f_{m+1}$$

ungleich bezeichnet sind. Analog wie im § 5 werde zur Vereinfachung irgend eine stetige Funktion $f(\lambda)$ der Variablen λ eingeführt, welche, wenn λ eine ganze Zahl k ist, den Wert f_k besitzt und

$$(105) \quad \pi = f(\sigma)$$

gesetzt, wo σ zwischen m und $m+1$ liegt.

Die Berechnung von M nach Formel (101) geschieht durch

$$\begin{aligned} M &= \pi_m a_x - \alpha \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[\pi \frac{1-v^m}{1-v} - \alpha \right] \\ &= \frac{\pi}{1-v} \left[(1-v)^m a_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} (1-v^m) \right] - \alpha \left[1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} \\ (106) \quad &= \frac{\pi}{1-v} \left[1 - {}_m A_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} \end{aligned}$$

und die Risikogleichung lautet (im Falle $m \leq n$), daß $\Psi(\sigma) = 0$ sein soll für

$$\begin{aligned} (107) \quad \Psi(\sigma) &= f(\sigma) {}_n a_x - U - \\ &- \delta \left[\frac{f(\sigma)}{1-v} \left(1 - {}_m A_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} \right]. \end{aligned}$$

Hiebei ist für $\sigma = 1$ also $m = 1$

$$\Psi(1) = f(1) {}_n a_x - U = (\alpha_0 + c_0 v) {}_n a_x - U,$$

weil der mit δ multiplizierte Ausdruck rechts in (107) für $\sigma = m = 1$

$$\frac{f(1)}{1-v} \left(1 - {}_1 A_x - \frac{l_{x+1}}{l_x} \right) - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} \right) - c_0 \frac{C_x}{D_x}$$

hat, also verschwindet wegen

$${}_1 A_x = \frac{C_x}{D_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} v.$$

Im zweiten Falle $m > n$ liefert die Formel (102)

$$(108) \quad M = \pi \left[n A_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} \frac{1 - v^n}{1 - v} \right] - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} - \\ - \frac{\sum_{k=n}^{m-1} c_k D_{x+k}}{D_x} + \frac{l_{x+m}}{l_x} (e_n v^n + \dots + e_{m-1} v_{m-1})$$

und die Risikogleichung lautet, daß $\Psi(\sigma)$ verschwindet mit

$$(109) \quad \Psi(\sigma) = f(\sigma) n a_x - U - \delta M(\sigma),$$

wo $M(\sigma)$ aus dem Ausdruck rechts in (108) entsteht, wenn darin $\pi = f(\sigma)$ gesetzt wird.

Statt dieser Gleichung kann man für die Fälle $m \geq n$ die Risikogleichung in der Form (68) nehmen und erhält unter Benützung von (102 a)

$$(109a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Psi(\sigma) = f(\sigma) n a_x - U - \delta \bar{M}(\sigma) \\ \bar{M}(\sigma) = - \frac{\sum_{k=m}^{\infty} (e_k D_{x+k} + c_k C_{x+k})}{D_x} + \\ + \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[f(\sigma) \frac{1 - v^n}{1 - v} - (e_0 + \dots + e_{m-1} v^{m-1}) \right]. \end{array} \right.$$

Die Funktion $\Psi(\sigma)$ ist einerseits nach (107) definiert für alle $\sigma < n+1$, weil $m \leq n$ in (107) sein konnte, andererseits ist die Funktion $\Psi(\sigma)$ nach (109) definiert für $\sigma \geq n+1$, weil in (109) $m \geq n+1$ sein sollte, es ist aber leicht zu zeigen, daß diese beiden Definitionen der Funktion $\Psi(\sigma)$ an der Stelle $\sigma = n+1$ stetig machen, d. h. daß der Ausdruck rechts in (107) für

$$m = n, \quad \sigma = n+1$$

übereinstimmt mit dem Werte des Ausdrucks rechts in (109) für

$$m = n+1, \quad \sigma = n+1$$

oder daß die Gleichung besteht

$$\frac{f(n+1)}{1-v} \left(1 - n A_x - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^{n-1} c_k C_{x+k}}{D_x} = \\ = f(n+1) \left[n a_x - \frac{l_{x+n}}{l_x} \frac{1 - v^n}{1 - v} \right] - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+n+1}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^n c_k C_{x+k}}{D_x} - \\ - \frac{e_n D_{x+n}}{D_x} + \frac{l_{x+n+1}}{l_x} e_n v^n$$

Mit Hilfe der Definition in (104), welche

$$f(n+1) = \frac{\alpha + e_n v^{n+1} + e_n v_n}{1 - v_n} (1 - v)$$

liefert, beweist man leicht, daß dies der Fall ist.

Ebenso ist nachzuweisen, daß zwischen den Funktionen Ψ in 107 und $\bar{\Psi}$ in 109 a die Relation besteht

$$\Psi(n) = (1 - \delta) \bar{\Psi}(n).$$

Dann berechnet man nach (102) unter Benützung der Formel (98)

$$\Psi(n) = {}_n a_x f_n - U - \delta \left[\left({}_n a_x - \frac{1 - v^n}{1 - v} \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) f_n - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - \frac{\sum_{k=0}^{n-1} e_x C_{x+k}}{D_x} \right]$$

und vergleicht dies mit dem Werte von $\bar{\Psi}(n)$ nach 109 a

$$\begin{aligned} (1 - \delta) \bar{\Psi}(n) &= \\ &= (1 - \delta) [{}_n a_x f_n - U] + \delta \left[- \frac{\sum_{k=n}^{\infty} e_x D_{x+k} + e_k C_{x+k}}{D_x} + \frac{l_{x+n}}{l_x} \left(f_n \frac{1 - v^n}{1 - v} - \alpha \right) \right] \end{aligned}$$

so erkennt man die Gleichheit beider Ausdrücke.

Angenommen, es wechsle die Funktion $\Psi(\sigma)$ für $\sigma > 1$ das Zeichen nur einmal, so wird, wenn $\Psi(n+1)$ mit $\Psi(1)$ ungleich bezeichnet ist, eine Wurzel σ , die kleiner ist als $n+1$, von $\Psi(\sigma) = 0$ vorhanden und Gleichung (107) aufzulösen sein und wenn $\Psi(n+1)$ mit $\Psi(1)$ gleich bezeichnet ist, eine Wurzel $\sigma > n+1$ von $\Psi(\sigma) = 0$ vorhanden und die Gleichung (109) aufzulösen sein. Damit entscheidet das Vorzeichen von $\Psi(n+1)$, welche der beiden Gleichungen aufzulösen ist.

Statt dessen kann man aber auch folgende Kriterien aufstellen: Sind $\Psi(1)$ und $\Psi(n)$ ungleich bezeichnet, so existiert eine Wurzel σ kleiner als n von (102), andernfalls ist $\Psi(\sigma) = 0$ aufzulösen.

Die *Reserve* ρ nach Ablauf von t Jahren ($t < n$) ist definiert dadurch, daß durch den Erlag von ρ und die Zahlung von jährlich π durch $n' = n - t$ Jahre, sowohl die künftige Leistung der Gesellschaft, als der Teil Θ' des Risikos R' dieser Versicherung gedeckt werden soll, in eine Gleichung übersetzt, ist also zu erfüllen

$$(110) \quad \rho + \pi {}_{n'} a_{x'} = U' + R' \Theta'.$$

Die Leistung der Gesellschaft ist charakterisiert dadurch, daß sie sofort e'_0 und nach 1, 2, ... Jahren, falls der Versicherte dann lebt, e'_1, e'_2, \dots zahlt, wobei

$$(111) \quad e'_0 = e_t, e'_1 = e_{t+1}, e'_2 = e_{t+2}, \dots$$

und wenn der Versicherte im 1., 2... Jahre stirbt. am Ende des Sterbejahres

$$(111\text{ a}) \quad c'_0 = c_t, c'_1 = c_{t+1}, c'_2 = c_{t+2}, \dots$$

zahlt. Der Voraussetzung nach sind aber die ersten n' der Größe (111) (vergl. 100) gleich Null, so daß die Festsetzung lautet: Der Versicherte zahlt ρ sofort, und dazu die Prämie n' mal, erhält aber im Erlebensfalle vor Ablauf von n' Jahren nichts. Die ursprüngliche Festsetzung war: Der Versicherte zahlt $\pi - \alpha$ sofort, dann π noch $(n-1)$ mal und erhält vor Ablauf von n Jahren im Erlebensfalle nichts.

Offenbar ist daher das Problem der Reserverechnung durch die Formeln dieses Paragraphen gelöst, wenn nur überall α ersetzt wird durch $-\rho$, x durch $x' = x + t$, n durch $n' = n - t$, die Zahlen e , c durch die Zahlen e' , c' in den Gleichungen (111), endlich Θ durch Θ' und alsdann die Risikogleichung aufgelöst wird. Läßt man der Einfachheit halber die Akzente weg, so ergibt sich folgende Aufgabenstellung: Ein Versicherter zahle für den im Eingang des § 4 angeführten Anspruch (bei dem die ersten n der Größen e gleich Null angesetzt sind) sofort einen gewissen Betrag ρ und n mal eine gewisse Prämie π . Dann soll der Wert dieser Zahlung des Versicherten den Wert U der Leistung der Gesellschaft um ΘR übersteigen, wo R das Risiko des solcherart charakterisierten Vertrages vorstellt. Sind jetzt wieder die ersten m Effekte gleich bezeichnet und ebenso alle übrigen, so ist die Risikogleichung aufzulösen

$$\rho + \pi n a_x = U + \Theta M$$

in welcher bei $m \leq n$ nach (101)

$$(112) \quad M = \pi m a_x + \rho - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} - \frac{l_{x+m}}{l_x} S_{m-1}$$

$$S_{m-1} = \pi \frac{1 - v^m}{1 - v} + \rho$$

während bei $m > n$ nach (102)

$$(113) \quad M = \pi n a_x + \rho - \frac{\sum_{k=n}^{m-1} e_k D_{x+k}}{D_x} - \frac{\sum_{k=0}^{m-1} c_k C_{x+k}}{D_x} S_{m-1}$$

$$S_{m-1} = \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} + \rho - (e_n v^n + \dots + e_{m-1} v^{m-1}).$$

Die Größen S sind gegeben nach (103) durch

$$(114) \quad S_k = \pi \frac{1 - v^{k+1}}{1 - v} + \rho - c_k v^{k+1} \text{ für } k < n$$

$$S_k = \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} + \rho - (e_n v^n + \dots + e_k v^k) - c_k v^{k+1} \text{ für } k \geq n$$

und diese Gleichungen lassen sich, wenn

$$\psi_{k+1} = -\pi \frac{1 - v^{k+1}}{1 - v} + c_k v^{k+1} \text{ für } k < n$$

$$\psi_{k+1} = -\pi \frac{1 - v^n}{1 - v} + c_k v^{k+1} + (e_n v^n + \dots + e_k v^k) \text{ für } k \geq n$$

gesetzt wird, für alle Werte von k schreiben

$$S_k = \rho - \psi_{k+1}$$

und damit S_{m-1} , S_m ungleich bezeichnet sind, müssen

$$\rho - \psi_m, \rho - \psi_{m+1}$$

auch ungleich bezeichnet sein. Die Einführung einer stetigen Funktion $\psi(\lambda)$ die, wenn λ eine ganze Zahl k ist zu ψ_k wird, ermöglicht

$$(115) \quad \rho = \psi(\sigma)$$

zu setzen, wo σ zwischen m und $m+1$ liegt und man erhält dann die Risikogleichung in der Form

$$(116) \quad \pi_n a_x + \psi(\sigma) = U + {}_0M(\sigma)$$

wo $M(\sigma)$ aus M in den Gleichungen (112), (113) dadurch entsteht, daß dort ρ ersetzt wird durch $\psi(\sigma)$. Dabei sind dann zur Berechnung von U die ersten Größen e gleich Null zu setzen, so daß U gleich wird

$$U = \frac{\sum_n e_k D_{x+k}}{D_x} + \frac{\sum_0 c_k C_{x+k}}{D_x}.$$

Die Gleichung (116) ist dann nach σ aufzulösen, wodurch die Größe ρ gefunden ist.

§ 8. Beispiele zu Versicherungen mit jährlicher Prämienzahlung.

I. Bei einer *kurzen Todesfallversicherung* von der Dauer n ist der Natur der Aufgabe nach $m \leq n$, somit sind die Formeln (106), (107) anzuwenden. Ist das versicherte Kapital gleich 1, so ist

$$c_n = c_{n+1} = \dots = 0$$

$$c_0 = \dots = c_{n-1} = 1$$

$$c_n = \dots = 0$$

und die ersten m Effekte sind

$$(118) \quad S_k = \pi \frac{1 - v^{k+1}}{1 - v} - \alpha - v^{k+1} \text{ für } k < n.$$

Von diesen n Größen seien die ersten m negativ, $m \leq n$. Ist jetzt $m < n$, so folgt bei

$$S_{m-1} < 0, S_m > 0$$

$$\pi \frac{1 - v^m}{1 - v} < \alpha + v^m$$

$$\pi \frac{1 - v^{m+1}}{1 - v} > \alpha + v^{m+1}$$

und man kann

$$(119) \quad \pi = \frac{\alpha + v^\tau}{1 - v^\tau} (1 - v) \quad \tau < n$$

setzen und in (106) einführen, wodurch man erhält

$$\begin{aligned} M &= \frac{\alpha + v^\tau}{1 - v^\tau} \left[1 - {}_m A_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] - \alpha \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - {}_m A_x \\ &= \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) (1 + \alpha) \frac{v^\tau}{1 - v^\tau} - {}_m A_x \cdot \frac{\alpha + 1}{1 - v^\tau} \\ (120) \quad &= - \frac{\alpha + 1}{1 - v^\tau} \left[{}_m A_x - v^\tau \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]. \end{aligned}$$

Andererseits ist wegen $U = \alpha + {}_n A_x$

$$\begin{aligned} \pi {}_n a_x - U &= \frac{\alpha + v^\tau}{1 - v^\tau} (1 - v) {}_n \bar{a}_x - \alpha - {}_n A_x \\ &= \frac{\alpha + v^\tau}{1 - v^\tau} (1 - A_{x, \bar{n}}) - \alpha - (A_{x, \bar{n}} - {}_n E_x) \\ (121) \quad &= \frac{(\alpha + 1)(v^\tau - A_{x, \bar{n}})}{1 - v^\tau} + {}_n E_x. \end{aligned}$$

Da im Falle einer kurzen Todesfallversicherung die Effekte anfangs negativ sind, ϑ also gleich $-\Theta$ ist, resultiert hienach für die Risikogleichung (107)

$$(122) \quad \frac{1 - \nu\sigma}{1 + \alpha} \Psi(\sigma) =$$

$$\nu\sigma - A_{x, \overline{n}|} + {}_nE_x \frac{1 - \nu\sigma}{1 + \alpha} - \Theta \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = 0.$$

Diese Gleichung läßt sich schreiben

$$\nu\sigma \left(1 - \frac{{}_nE_x}{1 + \alpha} \right) - \left(A_{x, \overline{n}|} - \frac{{}_nE_x}{1 + \alpha} \right) - \Theta \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = 0$$

und wenn gesetzt wird

$$(123) \quad \vartheta = \frac{\Theta}{1 - \frac{{}_nE_x}{1 + \alpha}}$$

in der Form darstellen

$$(124) \quad \nu\sigma - \vartheta \left[{}_m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = \frac{A_{x, \overline{n}|} - \frac{{}_nE_x}{1 + \alpha}}{1 - \frac{{}_nE_x}{1 + \alpha}}$$

Die linke Seite wird für $\sigma = m = \nu$ aber zu vergl. (13)

$$(125) \quad \Omega_\nu(\vartheta) = \nu^\nu - \vartheta(A_{x, \overline{\nu}|} - \nu^\nu)$$

für welche Funktion man nach (90) auch einführen kann

$$\frac{\Omega_\nu(\vartheta)}{1 + \vartheta} = \nu^\nu - \frac{\vartheta}{1 + \vartheta} A_{x, \overline{\nu}|} = \omega_\nu \left(-\frac{\vartheta}{1 + \vartheta} \right)$$

Daher ist die Zahl m , wenn sie kleiner als n sein soll, definiert durch die Bedingungen

$$(126) \quad \Omega_m(\vartheta) > \frac{(1 + \alpha) A_{x, \overline{n}|} - {}_nE_x}{1 + \alpha - {}_nE_x} > \Omega_{m+1}(\vartheta),$$

die aber nur dann eine Lösung $m > n$ liefern können, wofern

$$(126a) \quad \Omega_n(\vartheta) < \frac{(1 + \alpha) A_{x, \overline{n}|} - {}_nE_x}{(1 - \alpha) - {}_nE_x}$$

erfüllt ist und von derselben Form sind wie die bei der gemischten Versicherung

$$\Omega_m(\Theta) > A_{x, \overline{n}|} > \Omega_{m+1}(\Theta)$$

nur daß jetzt ϑ ein größeres Intervall durchlaufen kann als Θ , weil ϑ nach Formel (123) größer ist als Θ .

Der Fall $m=n$ tritt dann ein, wenn sämtliche n Effekte S_0, S_1, \dots, S_{n-1} negativ sind, d. h. wenn

$$(127) \quad S_{n-1} < 0, \pi \frac{1-v^n}{1-v} - z - v^n < 0$$

ist. Die Gleichung (106) gibt dann

$$M = \frac{\pi}{1-v} \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} - {}_nA_x \right) - z \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - {}_nA_x$$

und die Risikogleichung

$$\begin{aligned} \pi {}_n a_x &= z + {}_n A_x - \Theta M \\ &= z + {}_n A_x - \Theta \left[\frac{\pi}{1-v} \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} - {}_n A_x \right) - z \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) - {}_n A_x \right], \end{aligned}$$

woraus sich π bestimmt durch

$$(128) \quad \pi = \frac{z + {}_n A_x + \Theta \left[z \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) + {}_n A_x \right]}{{}_n a_x + \frac{\Theta}{1-v} \left[1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} - {}_n A_x \right]}.$$

Nun ist nach einer früheren Formel (48)

$$\frac{1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} - {}_n A_x}{1-v} = {}_n a_x - \frac{1-v^n}{1-v} \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

somit wird

$$\pi = \frac{(1+\Theta)(z + {}_n A_x) - z \Theta \frac{l_{x+n}}{l_x}}{(1+\Theta) {}_n a_x - \Theta \frac{l_{x+n}}{l_x} \frac{1-v^n}{1-v}}$$

und dies soll nach (127) kleiner sein als

$$\frac{z + v^n}{1-v^n} (1-v)$$

was die Erfüllung von

$$(1 + \Theta)(z + {}_nA_x) - z \Theta \frac{l_{x+n}}{l_x} < (1 + \Theta) {}_nA_x \frac{z + v^n}{1 - v^n} (1 - v) - \\ - \Theta (z + v^n) \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

$$(1 + \Theta) \left[z + {}_nA_x - {}_nA_x \frac{z + v^n}{1 - v^n} (1 - v) \right] + \Theta \frac{l_{x+n}}{l_x} v^n < 0$$

erfordert. Es ist aber

$$z + {}_nA_x - \frac{1 - v}{1 - v^n} (z + v^n) {}_nA_x = z + (A_{x, \overline{n}} - {}_nE_x) - \frac{z + v^n}{1 - v^n} (1 - A_{x, \overline{n}}) \\ = \frac{(z + 1)(A_{x, \overline{n}} - v^n)}{1 - v^n} - {}_nE_x.$$

und obige Ungleichung ersetzbar durch

$$(129) \quad (1 + \Theta) \frac{(z + 1)(A_{x, \overline{n}} - v^n)}{1 - v^n} < {}_nE_x$$

Diese Bedingung ist auch dahin auszusprechen, daß $\Psi^*(n)$ vergl. (122) positiv sein muß, denn wenn in (122) auf der rechten Seite $\sigma = n$, $m = n - 1$ gesetzt wird, so folgt

$$v^n - A_{x, \overline{n}} + {}_nE_x \frac{1 - v^n}{1 + z} - \Theta \left[{}_{n-1}A_x - v^n \left(1 - \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \right) \right]$$

und es wird wegen

$${}_{n-1}A_x + v^n \frac{l_{x+n-1}}{l_x} = {}_nA_x - \frac{l_{x+n-1}}{D_x} + v^n \left[\frac{l_{x+n} + d_{x+n-1}}{l_x} \right] \\ = {}_nA_x + {}_nE_x = A_{x, \overline{n}}$$

die rechte Seite von (122) gleich

$$-(1 + \Theta)(A_{x, \overline{n}} - v^n) + {}_nE_x \frac{1 - v^n}{1 + z}$$

und dies ist nach (129) positiv.

Man hat also bei einer temporären Todesfallversicherung vorerst nachzusehen, ob die Ungleichung (129) erfüllt ist oder nicht. Im ersten Fall ist $m = n$, im zweiten Fall m durch (126) bestimmt, woraus dann $v\sigma$ durch die Gleichung (124) und π durch

$$\pi = \frac{\alpha + v^2}{1 - v^2} (1 - v)$$

geliefert wird.

II. Bei einer um n Jahre aufgeschobenen Leibrente von jährlich 1 ist

$$e_n = e_{n+1} = e_{n+2} = \dots = 1$$

$$e_0 = e_1 = \dots = 0$$

und die Effekte sind nach Gleichung (51)

$$S_k = \pi (1 + v + \dots + v^k) - \alpha \text{ für } k < n$$

$$S_k = \pi (1 + v + \dots + v^{n-1}) - \alpha - (v^n + \dots + v^k) \text{ für } k \geq n.$$

Die Effekte sind anfangs positiv (wenn $\alpha < \pi$ angenommen wird) und bleiben es bis wenigstens S_{n-1} , so daß $m \geq n$ wird. Nun ist

$$S_k = \pi \frac{1 - v^{k+1}}{1 - v} - \alpha \text{ für } k < n$$

$$(130) \quad S_k = \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} - \alpha - \frac{v^n - v^{k+1}}{1 - v} \text{ für } k \geq n$$

und in dieser Form gilt die zweite Gleichung auch für $k = n - 1$. Es ist also

$$S_{m-1} = \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} - \alpha - \frac{v^n - v^m}{1 - v} > 0$$

$$(131) \quad S_m = \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} - \alpha - \frac{v^n - v^{m+1}}{1 - v} < 0$$

und deshalb kann, wenn σ zwischen m und $m + 1$ liegt, gesetzt werden

$$(132) \quad \pi \frac{1 - v^n}{1 - v} = \alpha + \frac{v^n - v^\sigma}{1 - v}$$

Nimmt man bei diesem Beispiel die Risikogleichung in der Formulierung (68)

$$\pi_{\text{rid}_x} = \alpha + \pi_{\text{rid}_x} \rightarrow \bar{M}$$

und berechnet M nach (71), so folgt

$$\begin{aligned}\bar{M} &= - {}_m a_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} s_{m-1} \\ &= - {}_m a_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[\pi \frac{1 - v^n}{1 - v} - \alpha - \frac{v^n - v^m}{1 - v} \right]\end{aligned}$$

was durch (132) sich zusammenzieht in

$$\bar{M} = - {}_m a_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} \frac{v^m - v^{\tau}}{1 - v}$$

Unter Benützung von ${}_m a_x = a_x - {}_m a_x$ wird daher

$$\begin{aligned}(1 - v) \bar{M} &= (1 - v) ({}_m a_x - a_x) + \frac{l_{x+m}}{l_x} (v^m - v^{\tau}) \\ (134) \qquad &= - \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} v^{\tau} \right) + A_x.\end{aligned}$$

Andererseits ist nach (132)

$$\begin{aligned}\pi {}_n a_x - \alpha - {}_n a_x &= \left[\alpha + \frac{v^n - v^{\tau}}{1 - v} \right] \frac{1 - v}{1 - v^n} {}_n a_x - \alpha - [a_x - {}_n a_x] \\ &= \alpha \frac{v^n - A_{x, \overline{n}}}{1 - v^n} + \frac{1 - v^{\tau}}{1 - v^n} {}_n a_x - a_x,\end{aligned}$$

und die nach τ aufzulösende Gleichung (133) wird $\Psi(\tau) = 0$ bei

$$\begin{aligned}\Psi(\tau) &= \alpha \frac{v^n - A_{x, \overline{n}}}{1 - v^n} + \frac{1 - v^{\tau}}{1 - v^n} {}_n a_x - a_x \\ &\quad + \frac{\Theta}{1 - v} \left[A_x - \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} v^{\tau} \right) \right]\end{aligned}$$

und mit $(1 - v)$ multipliziert

$$\begin{aligned}(1 - v) \Psi(\tau) &= \alpha (1 - v) \frac{v^n - A_{x, \overline{n}}}{1 - v^n} + \frac{1 - v^{\tau}}{1 - v^n} (1 - A_{x, \overline{n}}) - (1 - A_x) \\ &\quad + \Theta \left[A_x - \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} v^{\tau} \right) \right] \\ &= \left[\alpha (1 - v) + 1 \right] \frac{v^n - A_{x, \overline{n}}}{1 - v^n} - v^{\tau} \frac{1 - A_{x, \overline{n}}}{1 - v^n} \\ (135) \qquad &\quad + (1 + \Theta) A_x - \Theta \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} v^{\tau} \right)\end{aligned}$$

Setzt man jetzt

$$(136) \quad \vartheta = \frac{\Theta}{1 - A_{x, \bar{n}}} (1 - v^n)$$

so resultiert als aufzulösende Gleichung

$$(137) \quad v\tau + \vartheta ({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} v\tau) = (1 + \Theta) A_x \frac{1 - v^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} + \\ + \left[x(1 - v) + 1 \right] \frac{v^n - A_{x, \bar{n}}}{1 - A_{x, \bar{n}}}$$

deren linke Seite für $\tau = m = v$ zu der in § 6 eingeführten Größe (90)

$$\omega_v(\vartheta) = v + \vartheta A_{x, \bar{v}}$$

wird, so, daß sich m bestimmt aus

$$(138) \quad \omega_m(\vartheta) > (1 + \Theta) A_x \frac{1 - v^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} - \\ - \left[x(1 - v) + 1 \right] \frac{A_{x, \bar{n}} - v^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} > \omega_{m+1}(\vartheta).$$

Ist m gefunden, so erhält man $v\tau$ aus (137) und den gesuchten Betrag π aus (132).

III. Bei einer *lebenslänglichen Todesfallversicherung* auf den Betrag 1 mit Kosten ε nach Ablauf der Zahlungsdauer ist

$$e_n = e_{n+1} = \dots = \varepsilon$$

$$e_0 = e_1 = \dots = 1$$

Im ersten Unterfall $m \leq n$ ergibt die Formel (106)

$$M = \frac{\pi}{1 - v} \left[1 - {}_m A_x - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right] - x \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) - {}_m A_x$$

und nach (104) ist

$$f_{k+1} = \frac{x + v^{k+1}}{1 - v^{k+1}} (1 - v) \text{ für } k < n.$$

Man kann demnach setzen wie in (119)

$$(140) \quad f(\sigma) = \frac{\alpha + \nu\sigma}{1 + \nu\sigma} (1 - \nu)$$

zunächst bloß für $\sigma \leq n$, wenn zuerst der Fall $m < n$ angenommen wird, wodurch obiger Wert von M wie in (120) zu

$$(141) \quad M = - \frac{\alpha + 1}{1 - \nu\sigma} \left[m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

wird. Andererseits ist hier der Wert der Leistung der Gesellschaft

$$U = \alpha + A_x + \varepsilon_n a_x$$

und die Differenz zwischen den Leistungen des Versicherten und der Gesellschaft

$$\begin{aligned} \pi_n a_x - U &= \frac{\alpha + \nu\sigma}{1 - \nu\sigma} (1 - \nu) n a_x - \alpha - A_x - \varepsilon_n a_x \\ &= \frac{\alpha + \nu\sigma}{1 - \nu\sigma} (1 - \nu) n a_x - \alpha - n A_x - (A_x - n A_x) - \varepsilon_n a_x \end{aligned}$$

sodaß Formel (121) ergibt

$$(142) \quad \pi_n a_x - U = \frac{(1 + \alpha)(\nu\sigma - A_{x, \overline{n}})}{1 - \nu\sigma} + (A_{x, \overline{n}} - A_x) - \varepsilon_n a_x.$$

Hier ist also die Risikogleichung $\pi_n a_x - U + \Theta M = 0$ und

$$(143) \quad \Psi(\sigma) = \frac{(1 + \alpha)(\nu\sigma - A_{x, \overline{n}})}{1 - \nu\sigma} + (A_{x, \overline{n}} - A_x - \varepsilon_n a_x)$$

$$- \Theta \frac{1 + \alpha}{1 - \nu\sigma} \left[m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

oder

$$\begin{aligned} \frac{1 - \nu\sigma}{1 + \alpha} \Psi(\sigma) &= \nu\sigma - A_{x, \overline{n}} + (1 - \nu\sigma) \frac{A_{x, \overline{n}} - A_x - \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha} \\ &\quad - \Theta \left[m A_x - \nu\sigma \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] \end{aligned}$$

$$(143a) \quad = \vartheta \left[1 - \frac{A_{x, \bar{n}} - A_x - \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha} \right] - \frac{A_x + \varepsilon_n a_x + \alpha A_{x, \bar{n}}}{1 + \alpha} - \Theta \left[{}_m A_x - \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right]$$

und die zu erfüllende Gleichung wird, wenn

$$(144) \quad \vartheta = \frac{(*)}{1 - \frac{A_{x, \bar{n}} - A_x - \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha}}$$

gesetzt wird, in die Form gebracht

$$(145) \quad \vartheta - \vartheta \left[{}_m A_x - \vartheta \left(1 - \frac{l_{x+m}}{l_x} \right) \right] = \frac{A_x + \alpha A_{x, \bar{n}} + \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha - (A_{x, \bar{n}} - A_x) + \varepsilon_n a_x}$$

deren linke Seite für $\vartheta = \vartheta$ den Wert erhält

$$\Omega_{\vartheta}(\vartheta) = \vartheta - \vartheta(A_{x, \bar{n}} - \vartheta),$$

wonach die ganze Zahl m bestimmt ist aus den Bedingungen

$$(146) \quad \Omega_m(\vartheta) > \frac{A_x + \alpha A_{x, \bar{n}} + \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha - (A_{x, \bar{n}} - A_x) + \varepsilon_n a_x} > \Omega_{m+1}(\vartheta),$$

welche aber $m < n$ nur dann liefern, wofern statthat

$$(146a) \quad \Omega_n(\vartheta) < \frac{A_x + \alpha A_{x, \bar{n}} + \varepsilon_n a_x}{1 + \alpha - (A_{x, \bar{n}} - A_x) + \varepsilon_n a_x}$$

Für die Fälle $m \geq n$ werde Gleichung (109a) angewendet, nach welcher \bar{M} unter den Voraussetzungen (139)

$$\begin{aligned} \bar{M} = & \frac{\varepsilon \sum_{k=m}^{\infty} D_{x+k} + \sum_{k=m}^{\infty} C_{x+k}}{D_x} + \\ & + \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[\pi \frac{1 - \vartheta^n}{1 - \vartheta} - (e_0 + e_1 \vartheta + \dots + e_{m-1} \vartheta^{m-1}) \right] \end{aligned}$$

resultiert. Es ist aber bei $m = n$

$$e_0 + e_1 \vartheta + \dots + e_{m-1} \vartheta^{m-1} = \alpha$$

und bei $m > n$

$$\begin{aligned} e_0 + e_1 \vartheta + \dots + e_{m-1} \vartheta^{m-1} &= \alpha + \varepsilon (\vartheta^n + \dots + \vartheta^{m-1}) \\ &= \alpha + \varepsilon \frac{\vartheta^n - \vartheta^m}{1 - \vartheta} \end{aligned}$$

also ist für alle Fälle \bar{M} darstellbar durch

$$\begin{aligned} \bar{M} &= -\varepsilon [a_x - {}_m a_x] - [A_x - {}_m A_x] + \\ &+ \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[\pi \frac{1 - \vartheta^n}{1 - \vartheta} - \alpha - \varepsilon \frac{\vartheta^n - \vartheta^m}{1 - \vartheta} \right]. \end{aligned}$$

Da nach (104)

$$\begin{aligned} f_{k+1} &= \frac{\alpha + \vartheta^{k+1} + \varepsilon (\vartheta^n + \dots + \vartheta^k)}{1 - \vartheta^n} (1 - \vartheta) \text{ für } k \geq n \\ &= \frac{\alpha + \vartheta^{k+1} + \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} (\vartheta^n - \vartheta^{k+1})}{1 - \vartheta^n} (1 - \vartheta) \end{aligned}$$

sein sollte, so kann zunächst für $\tau \geq n + 1$

$$(147) \quad f(\tau) = \frac{\alpha + \vartheta^\tau + \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} (\vartheta^n - \vartheta^\tau)}{1 - \vartheta^n} (1 - \vartheta)$$

gesetzt werden. Diese Definition kann man aber auch *noch für das Intervall τ von n bis $n + 1$ ausdehnen*, weil dann für $\tau = n$ nach (147) $f(n)$ gleich dem Werte $f(n)$ aus (140) wird.

Mit Hilfe des Wertes aus (147) für $f(\tau)$ wird obige Größe \bar{M} , wenn darin π durch $f(\tau)$ ersetzt wird zu

$$\begin{aligned} \bar{M}(\tau) &= -\varepsilon [a_x - {}_m a_x] - [A_x - {}_m A_x] + \frac{l_{x+m}}{l_x} \left[\vartheta^\tau + \varepsilon \frac{\vartheta^n - \vartheta^\tau}{1 - \vartheta} \right] \\ &= -\frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} [A_{x, \bar{m}} - A_x] - [A_x - {}_m A_x] \\ &+ \frac{l_{x+m}}{l_x} \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} \right) \vartheta^\tau + \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} {}_m E_x \\ (148) \quad &= \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta} \right) \left[\frac{l_{x+m}}{l_x} \vartheta^\tau - (A_x - {}_m A_x) \right]. \end{aligned}$$

Der Wert der Leistung der Gesellschaft ist wie früher

$$U = \alpha + A_x + \varepsilon {}_m a_x$$

und mit Hilfe von (147) wird

$$\begin{aligned} \pi_n a_x - U &= f(\tau) na_x - x - A_x - \varepsilon [a_x - na_x] = \\ &= \left[x + \tau + \frac{\varepsilon}{1 - \tau} (\tau^n - \tau) \right] \frac{1 - A_{x, n}}{1 - \tau^n} - x - A_x - \frac{\varepsilon}{1 - \tau} [A_{x, n} - A_x] \\ &= \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - \tau} \right) \frac{1 - A_{x, n}}{1 - \tau^n} \tau - \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - \tau} \right) A_x - \left(x + \frac{\varepsilon}{1 - \tau} \right) \frac{A_{x, n} - \tau^n}{1 - \tau^n} \end{aligned}$$

und wenn zur Abkürzung

$$(149) \quad \beta = \frac{x + \frac{\varepsilon}{1 - \tau}}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - \tau}}$$

gesetzt wird, erhält man

$$(150) \quad f(\tau) na_x - U = \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 - \tau} \right) \left[\frac{1 - A_{x, n}}{1 - \tau^n} \tau - A_x - \beta \frac{A_{x, n} - \tau^n}{1 - \tau^n} \right].$$

Da die Effekte anfangs negativ, dann positiv sind, so hat die Größe $\tilde{\varepsilon}$ nach (68) den Wert $\frac{\Theta}{1 + \Theta}$ und gemäß (109 a) stellt sich die Risikogleichung in der Form

$$\Psi(\tau) = f(\tau) na_x - U - \frac{\Theta}{1 + \Theta} \bar{M} = 0$$

dar, die durch (148), (150) entwickelt werden kann in

$$\begin{aligned} (151) \quad & \frac{\Psi(\tau)}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - \tau}} = \\ &= \frac{1 - A_{x, n}}{1 - \tau^n} \tau - A_x - \beta \frac{A_{x, n} - \tau^n}{1 - \tau^n} - \frac{\Theta}{1 + \Theta} \left(\frac{1_{x+m}}{1_x} \tau - A_x + m A_x \right) \\ &= \frac{1 - A_{x, n}}{1 - \tau^n} \tau - \frac{A_x}{1 + \Theta} - \beta \frac{A_{x, n} - \tau^n}{1 - \tau^n} - \frac{\Theta}{1 + \Theta} \left(\frac{1_{x+m}}{1_x} \tau + m A_x \right) \end{aligned}$$

Multipliziert man diese Gleichung mit

$$\frac{1 - \tau^n}{1 - A_{x, n}}$$

so resultiert

$$\frac{\bar{\Psi}(\sigma)}{1 - \frac{\varepsilon}{1 - \vartheta}} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} =$$

$$= \vartheta \sigma - \frac{A_x}{1 + \Theta} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} - \vartheta \frac{A_{x, \bar{n}} - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} - \bar{\vartheta} \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} \vartheta \sigma \right),$$

wo gesetzt wurde

$$(152) \quad \bar{\vartheta} = \frac{\Theta}{1 + \Theta} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}}$$

In der aufzulösenden Gleichung

$$(153) \quad \vartheta \sigma - \bar{\vartheta} \left({}_m A_x + \frac{l_{x+m}}{l_x} \vartheta \sigma \right) = \frac{A_x}{1 + \Theta} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} + \vartheta \frac{A_{x, \bar{n}} - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}}$$

wird aber die linke Seite für $\sigma = \vartheta$ zu

$$\omega_{\vartheta}(-\bar{\vartheta}) = \vartheta \vartheta - \bar{\vartheta} A_{x, \bar{n}}$$

somit lauten die Bedingungen für m

$$(154) \quad \omega_m(-\bar{\vartheta}) > \frac{A_x}{1 + \Theta} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} + \vartheta \frac{A_{x, \bar{n}} - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} > \omega_{m+1}(-\bar{\vartheta})$$

und liefern ein $m \geq n$ für den Fall, daß

$$(154a) \quad \omega_n(-\bar{\vartheta}) = \vartheta^n - \bar{\vartheta} A_{x, \bar{n}} > \frac{A_x}{1 + \Theta} \frac{1 - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}} + \vartheta \frac{A_{x, \bar{n}} - \vartheta^n}{1 - A_{x, \bar{n}}}$$

Sämtliche in diesem Aufsätze besprochenen Beispiele von Versicherungskombinationen erfordern also die Aufstellung ein und derselben Tabellarfunktion

$$(155) \quad \omega_{\vartheta}(\pm \bar{\vartheta}) = \vartheta \vartheta \pm \bar{\vartheta} A_{x, \bar{n}}$$

auf die auch der früher benützte Ausdruck

$$\Omega_{\vartheta}(\bar{\vartheta}) = \vartheta \vartheta - \bar{\vartheta} (A_{x, \bar{n}} - \vartheta \vartheta)$$

durch die Formel

$$\Omega_{\vartheta}(\bar{\vartheta}) = (1 + \bar{\vartheta}) \omega_{\vartheta} \left(-\frac{\bar{\vartheta}}{1 + \bar{\vartheta}} \right)$$

rückführbar ist. Die beigegebene Tabelle enthält die Werte

$$\Omega_{\vartheta}(1) = 2 \omega_{\vartheta} \left(-\frac{1}{2} \right).$$

Risk and loading for risk.

By Dr. Alfred Tauber, Vienna.

The average risk of an individual life assurance is generally considered only under the assumption of net premiums, i. e. where the present value of the benefit secured is exactly equal to the present value of the premiums. It seems advisable however to examine the general case, where such equality is not established, as the results thus arrived at agree better with actual conditions.

But, nevertheless, the evaluation of the risk, if payments are given, remains the solution of a purely theoretical problem, whereas it would rather be of practical interest for actuaries to examine the inverse problem of finding out premiums in a way as to cover a given part of the risk. More especially, the question to be answered could be defined as follows: "In what manner must premiums be calculated if they are not only to cover exactly the payment of the benefit secured, and of definite expenses, but also to include a given part of the risk (or to surmount the whole risk in a given proportion)?" Or shortly: "*What premium presents to the Company a chance of profit, exceeding its risk in a given proportion?*"

The problem under discussion contains also the further question of determining such premiumreserve which together with future premiums to be paid by the insured, covers at any moment, the future benefit as well as a given part of the risk corresponding to the reserve itself and to the future premiums.

In an analytical sense, it is the question to solve an equation which informs us that the value Π of the contributions of the assured must be equal to the sum of the value U of benefits secured and of a product composed of a certain coefficient (so called security coefficient) and the amount of risk calculated with regard to the said contributions. In this equation $\Pi = U + \Theta R$, the equation of risk, R is to be determined according to the definition; it remains, consequently, to obtain the values of two unknown quantities — one of them an integral number — from one equation and two inequalities (see § 4, formulae 60 ff.).

The idea of risk is not only confined to regular life insurance contracts securing benefits to the insured as equivalent to the premiums to be paid by them; in the case of life interest or reversions being purchased by Companies, it is equally possible to determine the amount of risk and to calculate consequently the „price of purchase net of risk”.

The author, starting from the case of endowment insurance discussed in detail (§§ 1—3), examines further the general case (§ 4) as well as a series of applications (§§ 5—6).

Risque et chargement de risque.

Par le Docteur **Alfred Tauber**, Vienne.

Le risque mathématique d'une assurance sur la vie est considéré d'habitude seulement pour le cas de primes pures, c'est-à-dire en supposant qu'il y a égalité entre les engagements de l'assureur et ceux des assurés. Il paraît utile cependant d'examiner le cas général, où cette égalité n'est pas établie, parce que le résultat obtenu s'accorde mieux avec la réalité.

Mais l'évaluation du risque, lorsque la prime est donnée, reste toujours la solution d'un problème purement théorique; par contre il serait plus intéressant, en vue de l'application pratique, de procéder à l'opération inverse, c'est-à-dire de déterminer les paiements de l'assuré de manière qu'ils suffisent à couvrir une partie donnée du risque ou, plus précisément, de répondre à la question suivante: De quelle manière faut-il établir la prime, si elle doit non seulement fournir l'équivalent des engagements de l'assureur et des frais déterminés, mais aussi couvrir une partie donnée d'avance du risque de l'assurance (ou dépasser le risque total dans une proportion déterminée)? Ou, plus sommairement: *Quelle est la prime nécessaire, pour que l'espérance de profit de la Compagnie dépasse son risque dans une proportion donnée?*

Le problème dont nous nous occupons, renferme aussi la question de trouver la *réserve* nécessaire pour couvrir dans un moment quelconque, en tenant compte de la valeur actuelle des primes futures, tant la valeur actuelle des engagements de la Compagnie, qu'une partie donnée du risque correspondant à cette réserve même et aux primes futures.

Au point de vue analytique, il s'agit de résoudre une équation, déterminant que la valeur Π des primes dues par l'assuré doit être égale au total de la valeur des engagements de la Compagnie et d'un produit formé par un certain coefficient (dit coefficient de sécurité) multiplié par le montant du risque au calcul duquel il faut tenir compte des primes ci-dessus. Dans cette équation $\Pi = U + \Theta \cdot R$, l'équation du risque, on doit observer, en ce qui concerne le risque R , les conditions données par la définition. Il s'agit donc en général de déterminer deux inconnues dont l'une un nombre entier, à l'aide d'une équation et de deux inégalités (voir § 4, formules 60 etc.).

La conception du risque peut être définie non seulement en vue d'une assurance sur la vie régulière, entraînant pour la Compagnie des engagements envers l'assuré comme équivalent des primes versées par celui-ci; cette conception ne s'applique pas moins aux diverses opérations moyennant lesquelles des nues-propriétés ou des usufruits sont conférés à la Compagnie. On peut, là aussi, établir le risque de la Compagnie et calculer le „prix d'achat après déduction du risque“.

L'auteur, après examen en détail de l'exemple de l'assurance mixte (§§ 1—3), discute le problème général (§ 4), et ses applications sur une série de cas spéciaux (§§ 5 et 6).

Rischio ed addizionale di rischio.

Dott. Alfredo Tauber, Vienna.

Il rischio matematico d'una assicurazione sulla vita viene abitualmente considerato soltanto per il caso di premi netti, supponendo cioè che esista eguaglianza fra gli impegni dell'Assicuratore e quelli degli Assicurati. Sembra tuttavia utile di esaminare il caso generale, in cui questa eguaglianza non è stabilita, perchè il risultato per tal modo ottenuto meglio s'accorda con la realtà.

Ma la valutazione del rischio, quando il premio è dato, forma pur sempre la soluzione di un problema puramente teorico; sarebbe invece più interessante, in vista dell'applicazione pratica, di procedere all'operazione inversa, alla determinazione cioè dei pagamenti dell'assicurato, commisurati in guisa che siano sufficienti a coprire una data parte del rischio, o — più precisamente — di rispondere alla questione seguente: In che modo occorre determinare il premio, per coprire, all'infuori degli impegni dell'Assicuratore e di spese determinate, una certa parte del rischio, determinata in anticipazione (od anche una somma che superi il rischio intero)? O, più sommariamente: *Qual'è il premio necessario, affinchè la speranza di profitto della Compagnia superi il suo rischio in una proporzione data?*

Il problema di cui ci occupiamo comprende inoltre la ulteriore questione di trovare la riserva necessaria per coprire in un momento qualunque, tenendo conto del valore attuale dei premi futuri, tanto il valore attuale degli impegni della Compagnia, quanto una data parte del rischio corrispondente a questa riserva stessa ed ai premi futuri.

Dal punto di vista analitico si tratta di risolvere una equazione, in cui il valore H dei premi dovuti dall'assicurato sia uguale al totale

del valore degli impegni della Compagnia e d'un prodotto dato da un certo coefficiente (detto „coefficiente di sicurezza“) moltiplicato pel montante del rischio. nel calcolo del quale occorre tener conto dei premi come sopra.

In questa equazione $II = U + \Theta R$, ch'è l'equazione del rischio, si deve osservare per ciò che concerne il rischio R le condizioni date dalla definizione del medesimo. Si tratta dunque in generale di determinare due incognite, di cui l'una sia un numero intiero, con l'aiuto d'una equazione e di due ineguaglianze (vedi § 4, formule 60 e seguenti).

La concezione del rischio può venir definita non soltanto in vista d'un assicurazione regolare sulla vita, dalla quale risultano per la Compagnia degli obblighi verso l'Assicurato quale equivalente dei premi versati da quest'ultimo: questo modo di concepire il rischio si applica anche alle diverse operazioni, con le quali vengono conferite ad una Compagnia delle proprietà nude, o degli usufrutti. In questi casi pure si può fissare il rischio della Compagnia e calcolare il „prezzo d'acquisto dopo deduzione del rischio“.

L'Autore, dopo un esame particolareggiato dell'esempio dell'assicurazione mista (§§ 1—3), discute il problema generale (§ 4) e le sue applicazioni ad una serie di casi speciali (§§ 5 e 6).

IV. — F₃.

Zur Theorie des Risikozuschlages.

Von **Friedrich Zalai**, Triest.

1. Die bisherigen Untersuchungen über das Risiko haben einerseits in theoretischer Hinsicht zu keinem unbestrittenen Resultate geführt, andererseits haben die Versicherungstechniker sich bis jetzt diesen Resultaten gegenüber vollkommen ablehnend verhalten und in keiner Weise die in ihnen niedergelegten Vorschriften zur Ermittlung einer „Sicherheitsreserve“ verwendet, sondern im Gegenteil wurden solche nach anderen Gesichtspunkten und gewöhnlich in viel höherem Betrage angesammelt. Selbst für das Maximum der auf ein Leben zu übernehmenden Versicherungssumme hielt man sich nicht an das durch die Risikolehre gegebene Maß. Dieser geringe Erfolg der Untersuchungen liegt nicht so sehr in der Durchführung der mathematischen Aufgabe, die wiederholt in der geistreichsten Weise ausgeführt worden ist, sondern vorwiegend in der Auffassung des Risikos selbst.

Wenn daher ein neuer Versuch unternommen wird, der vielleicht einen Weg zu einer Lösung des Risikoproblems zeigen könnte, so wird es gestattet sein, denselben auch dann schon vorzubringen, wenn auch noch nicht die Möglichkeit vorliegt, ihm bis zu seinen letzten Konsequenzen durchzuführen.

2. Als wesentliche Voraussetzung in den nun folgenden Betrachtungen gilt die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf die Statistik im allgemeinen und auf das Versicherungswesen im besonderen. Diese Voraussetzung ist gleichbedeutend mit der Auffassung, daß es sich im Versicherungswesen um typische Wahrscheinlichkeiten von normaler Dispersion handelt, das heißt, daß die zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit dienenden Ereignisse den Anforderungen der Chancengleichheit, der Unabhängigkeit der Ursachen und der Konstanz der zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeiten genügen.

Man könnte sich im allgemeinen damit begnügen, daß die Wahrscheinlichkeiten in dem Zeitraume, in welchem sie zur Anwendung gelangen, als typische Wahrscheinlichkeiten zu betrachten sind und daß die vorerwähnten Forderungen bezüglich der Ermittlung und Anwendung der Wahrscheinlichkeit in der Folge *möglichst* erfüllt seien.

Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung für die Statistik im Versicherungswesen abzulehnen, scheint mir nicht am Platze, denn der „gesunde Menschenverstand“ (wie *Laplace* sagt) arbeitet in den Schlüssen, die er aus den Beobachtungen in der Vergangenheit auf die Ereignisse der Zukunft zieht, mit Wahrscheinlichkeitsmaßen, wenn auch mehr oder minder unbewußt. Dies wird dadurch nicht geändert, daß einzelne Versicherungstechniker (wie *Zillmer*) gezeigt haben, daß man bei der Ermittlung der Prämien und Prämienreserven formal die Wahrscheinlichkeitsrechnung vermeiden kann, denn schon beim Aufbau der Sterbetafel selbst wird sie zweifelsohne zur Anwendung gebracht. Denn wenn man annimmt, daß von einer Anzahl von Personen eines bestimmten Alters so und soviel Personen nach Ablauf einer gewissen Zeit leben werden, so ist dies ein problematischer Schluß, der in diesem Falle auch mathematisch, mit Hilfe von als Wahrscheinlichkeitsgrößen angenommenen statistischen Häufigkeitsverhältnissen ausgedrückt wird.

Ich möchte noch einem Umstand Rechnung tragen. Es wurde wiederholt auf den Unterschied der Gesetze des Absterbens und der in den Naturwissenschaften (Astronomie, Physik, Chemie) gewonnenen Gesetze hingewiesen, doch scheint es mir, daß ein Unterschied in den Gesetzen, abgesehen von deren schwierigeren Erforschung in der Statistik, nicht in der Qualität des Gesetzes, sondern in der Quantität, mit der das Erwartungsmoment auftritt, gelegen ist. Allen Gesetzen, sie mögen welchem Gebiete immer angehören, haftet ein Wahrscheinlichkeitsmoment an. Wenn wir vom Astronomen die Bestimmung der gegenseitigen Lage der Gestirne für die nächste Zukunft verlangen, so wird er sie uns (abgesehen von dem Vorbehalt des Eintrittes auch dort möglicher plötzlicher Veränderungen) genau angeben können. Wenn man aber an ihn mit der Forderung heranträte, diese Bestimmung für die fernste Zukunft vorzunehmen, so würde die Antwort nicht nur deshalb unmöglich sein, weil seine Gesetze nicht vollkommen exakt sind, sondern auch wegen der Veränderungen, die in Rechnung zu ziehen ihm gar nicht möglich ist, weil sie in so geringer Weise erfolgen, daß ihr Einfluß erst in längerer Zeit zu einer endlich erkennbaren Veränderung führt und weil ferner eine Unzahl von Einflüssen gar nicht bekannt ist.

Auch in der Erforschung der statistischen Verhältnisse wurde

bisher vieles, teils wegen der Unkenntnis, teils wegen der Unmöglichkeit. Veränderungen nachzuweisen, vernachlässigt; dennoch dringt immer wieder die Erkenntnis durch, daß in der Aufstellung der statistischen Häufigkeitszahlen auch den Forderungen der Wahrscheinlichkeit Rechnung zu tragen ist und daß auch das Material, an dem die Häufigkeitszahlen ihre Anwendung finden sollen, dieser Forderung genügt. Wenn man bedenkt, was in der kurzen Zeit von 200 Jahren in der Statistik geleistet wurde, so ist wohl die Hoffnung berechtigt, sie in Zukunft unbestritten an die Wahrscheinlichkeitslehre anschließen zu können.

3. Als nicht wesentliche Annahmen gelten folgende:

Sollte es sich um große Zahlen handeln, so kann die *Stirlingsche* Formel angewendet werden, was zu einer Vereinfachung in der analytischen Behandlung der Formeln führt. Es steht natürlich nichts im Wege, von diesen Bedingungen abzugehen und die Hauptformel ohne sie aufzustellen, und gewiß wird es notwendig sein, wenn der hier vorgezeichnete Weg weiter verfolgt werden soll, die Untersuchungen auch ohne diese Bedingung durchzuführen.

4. Bei der Behandlung des Problems soll auch auf die Natur der statistischen Wahrscheinlichkeiten Rücksicht genommen werden und soll, wie dies bei anderen Problemen geschehen ist, auch bei der Untersuchung des Risikos diese statistische Wahrscheinlichkeit als charakteristisch aposteriorische und nicht apriorische Wahrscheinlichkeit behandelt werden, in der Weise, wie dies *Medolaghi* (di una teoria nuova del rischio in Nr. 20 VIII. 1908 des Bollettino della Associazione italiana per l'incremento della scienza degli attuari) getan hat.

5. Schließlich sollen sich die Untersuchungen auf Aggregat-Sterbetafeln allein beziehen. Die Anschauungen, wie sie hier gegeben sind, lassen sich ohne weiteres bei Anwendung anderer Abfallsordnungen verwerten. So bilden bei Verwendung von Selekt-Sterbetafeln alle Personen vom gleichen Alter x nicht eine einzelne Gruppe, sondern ebenso viele Gruppen, als Differenzierungen nach abgelaufenen Dauern bei der Konstruktion der Selekttafeln gemacht worden sind.

6. Aus der Beobachtung habe sich ergeben, daß von $l_{(x)}$ Personen des Alters x , $l'_{(x+1)}$ Personen das Alter $x+1$, von $l_{(x+1)}$ Personen $l'_{(x+2)}$ das Alter $x+2$, im allgemeinen von $l_{(x+r)}$ Personen $l'_{(x+r+1)}$ das Alter $x+r+1$ und von $l_{(w-1)}$ Personen $l'_{(w)} = 0$ das Alter w erreicht haben.

Es bezeichnet der Quotient $\frac{l'_{(x+r+1)}}{l_{(x+r)}} = p_{0(x+r)}$ die Überlebenswahrscheinlichkeit eines $x+r$ -jährigen, d. h. die Wahrscheinlichkeit für

einen $x + r$ -jährigen das Alter $x + r + 1$ zu erreichen. Nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung stellt $p_{0(x+r)}$ den wahrscheinlichsten Wert der Überlebenswahrscheinlichkeiten des Alters $x + r$ dar.

$$q_{0(x+r)} = 1 - p_{0(x+r)}$$

ist dann der wahrscheinlichste Wert der Sterbenswahrscheinlichkeit.

7. Es sei nun eine Gesamtheit von $\lambda_{(x)}$ Individuen des Alters x vorhanden. Von diesen $\lambda_{(x)}$ Personen erleben das Alter $x + 1$ $\lambda_{(x+1)}$, das Alter $x + 2$ $\lambda_{(x+2)}$, das Alter $x + r$ $\lambda_{(x+r)}$.

Mit Hilfe der $p_{0(x+r)}$ lassen sich die $\lambda_{(x+r)}$ ausdrücken und es ist

$$\begin{aligned}\lambda_{(x+1)} &= \lambda_{(x)} p_{0(x)} \\ \lambda_{(x+2)} &= \lambda_{(x)} p_{0(x)} p_{0(x+1)} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \lambda_{(w-1)} &= \lambda_{(x)} p_{0(x)} p_{0(x+1)} \dots p_{0(w-2)} \\ \lambda_{(w)} &= 0.\end{aligned}$$

8. An das Ableben dieser $\lambda_{(x)}$ Personen und an das Erleben von voraus bestimmten Terminen sind Leistungen eines Versicherers gebunden, für welche der Versicherte in Form von Einmalprämien oder konstanten oder veränderlichen Jahresprämien Gegenleistungen zu entrichten hat. Als solche Leistungen kann auch die Prämienreserve (dieselbe möge eine Netto-, Brutto- oder *Zillmersche* Reserve etc. sein) aufgefaßt werden. Sie stellt dann jene Leistung dar, welche der Versicherte zu entrichten hätte, wenn er seine Versicherung zum Zeitpunkte der Reservierung beginnen lassen, jedoch eine Prämie zahlen wollte, die einem vorausgehenden Zeitpunkte entsprechen würde.

Diese Leistungen des Versicherten lassen sich nach versicherungstechnischen Regeln als Funktionen der $\lambda_{(x+r)}$ Überlebenden darstellen; bezeichnen wir als $V_{(\lambda_{(x)})}$ die betreffenden Leistungen, also die einmaligen oder die jährlichen wie immer gearteten Prämien, die die $\lambda_{(x)}$ zu zahlen haben werden, oder die Prämienreserve, die für laufende Versicherungen der $\lambda_{(x)}$ anzusammeln ist, u. s. w., so ist

$$V_{(\lambda_{(x)})} = F(\lambda_{(x)} \lambda_{(x+1)} \dots i)$$

wo i den Zinsfuß bezeichnet, der im weiteren Verlaufe dieser Arbeit als Konstante betrachtet werden soll, da nur beabsichtigt ist, den Einfluß

der abweichenden Sterblichkeit zu untersuchen. Da die $\lambda_{(x)}, \lambda_{(x+1)}, \dots$ in der vorhandenen Formel bestimmte Zahlenwerte sind, stellt der Wert $V(\lambda_{(x)})$ einen ganz bestimmten numerischen Wert dar.

9. Jedwede Anordnung der Überlebenden aus $\lambda_{(x)}$, die das Alter $x+1, x+2, \dots$ erreichen, führt zu einem anderen Werte für $V(\lambda_{(x)})$, den wir mit $\bar{V}(\lambda_{(x)})$ bezeichnen wollen. Ist eine solche Anordnung gegeben durch:

$$\bar{\lambda}_{(x+1)}, \bar{\lambda}_{(x+2)}, \dots, \bar{\lambda}_{(x+r)}$$

so ist

$$\bar{V}(\lambda_{(x)}) = F(\lambda_{(x)}, \bar{\lambda}_{(x+1)}, \dots, i).$$

Während wir den Wert $V(\lambda_{(x)})$ als den wahrscheinlichsten zu betrachten haben, da er sich auf die wahrscheinlichsten Werte der zugrunde liegenden Überlebenswahrscheinlichkeiten aufbaut, haben wir den Wert $\bar{V}(\lambda_{(x)})$ als einen minderwahrscheinlichen Wert anzusehen. Würden daher die Leistungen des Versicherten entsprechend dem Aufbau $\bar{\lambda}_{(x+r)}$ statt nach dem Aufbau $\lambda_{(x+r)}$ erfolgen und wäre vorausgesetzt, daß

$$V(\lambda_{(x)}) > V(\lambda_{(x)})$$

ist, so ergibt sich eine Mehrleistung, die gleichzusetzen ist der Differenz

$$\bar{V}(\lambda_{(x)}) - V(\lambda_{(x)}).$$

Dem Auftreten dieser Differenz kommt aber eine bestimmte Wahrscheinlichkeit $\Pi(\lambda_{(x)})$ zu und es definiert nun

$$\Pi(\lambda_{(x)}) \left\{ \bar{V}(\lambda_{(x)}) - V(\lambda_{(x)}) \right\}$$

den Risikozuschlag, der für eine bestimmte vorausgesetzte Ordnung der $\bar{\lambda}_{(x+r)}$ zu entrichten wäre.

Soll aber für alle möglichen Anordnungen, die sich aus den $\lambda_{(x)}$ ergeben könnten, vorgesorgt werden, so ist als Risikozuschlag für die Gruppe $\lambda_{(x)}$ die Summe

$$\sum_{V(\lambda_{(x)}) > V(\lambda_{(x)})} \Pi(\lambda_{(x)}) \left\{ \bar{V}(\lambda_{(x)}) - V(\lambda_{(x)}) \right\}$$

definiert, wobei die Summierung ausgedehnt ist über alle möglichen Gruppierungen der $\bar{\lambda}_{(x+r)}$.

10. Die Wahrscheinlichkeit, daß von $\bar{\lambda}_{(x+r)}$ Personen $\lambda_{(x+r+1)}$ Personen das Alter $x+r+1$ erreichen, ist gegeben durch

$$\frac{\bar{\lambda}_{(x+r)}! \{p_{0(x+r)} [l_{(x+r)} + \bar{\lambda}_{(x+r)}] - \triangle \bar{\lambda}_{(x+r)}\}!}{\{p_{0(x+r)} \bar{\lambda}_{(x+r)} - \triangle \bar{\lambda}_{(x+r)}\}! \{q_{0(x+r)} \bar{\lambda}_{(x+r)} + \triangle \bar{\lambda}_{(x+r)}\}!}$$

$$\frac{\{q_{0(x+r)} [l_{(x+r)} + \bar{\lambda}_{(x+r)}] + \triangle \bar{\lambda}_{(x+r)}\}! \{l_{(x+r)} + 1\}!}{\{l_{(x+r)} + \bar{\lambda}_{(x+r)} + 1\}! \{p_{0(x+r)} l_{(x+r)}\}! \{q_{0(x+r)} l_{(x+r)}\}!}$$

$$\triangle \bar{\lambda}_{(x+r)} = p_{0(x+r)} \bar{\lambda}_{(x+r)} - \bar{\lambda}_{(x+r+1)}$$

und die Wahrscheinlichkeit $\bar{\Pi}(\lambda_{(x)})$ ist gegeben durch ein Produkt von Faktoren, die die obige Gestalt besitzen. Die weitere Behandlung des Themas könnte auf Grund dieser Darstellungsweise der Wahrscheinlichkeit erfolgen, was aber die Durchführung außerordentlich komplizieren würde und es ist in Anbetracht dessen, daß hier nur ein Gedankenweg gegeben werden soll, angezeigter, die in Nr. 3 gegebene Voraussetzung zu benützen, unter welcher sich nun die Wahrscheinlichkeit für irgend eine bestimmte Gruppierung $\bar{\lambda}_{(x+1)} \dots \dots \bar{\lambda}_{(x+r)}$ etc. ergibt

$$\bar{\Pi}(\lambda_{(x)}) = \frac{h_1^{(\bar{\lambda}_{(x)})} \cdot h_2^{(\bar{\lambda}_{(x)})} \dots \dots h_{w-x-1}^{(\bar{\lambda}_{(x)})}}{V 314159 \dots w-x-1} e^{-h_1^{(\bar{\lambda}_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(x+1)} - \bar{\lambda}_{(x)} p_{0(x)}]^2} \cdot$$

$$\cdot e^{-h_2^{(\bar{\lambda}_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(x+2)} - \bar{\lambda}_{(x+1)} p_{0(x+1)}]^2} \dots \dots e^{-h_{w-x-1}^{(\bar{\lambda}_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(w-1)} - \bar{\lambda}_{(w-2)} p_{0(w-2)}]^2}$$

hiebei ist

$$h_1^{(\bar{\lambda}_{(x)})} = \frac{1}{2 \bar{\lambda}_{(x)} p_{0(x)} q_{0(x)} \left[1 + \bar{\lambda}_{(x)} \frac{1}{l_{(x)}} \right]}$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$h_r^{(\bar{\lambda}_{(x)})} = \frac{1}{2 \bar{\lambda}_{(x+r-1)} p_{0(x+r-1)} q_{0(x+r-1)} \left[1 + \bar{\lambda}_{(x+r-1)} \frac{1}{l_{(x+r-1)}} \right]}$$

In der hier vorausgehenden Formulierung der Wahrscheinlichkeiten ist somit die weitere Voraussetzung gemacht (siehe Punkt Nr. 4), daß es sich um statistische Wahrscheinlichkeiten a posteriori und nicht um solche a priori handelt.

11. Als Risikozuschlag für alle möglichen Gruppierungen der $\bar{\lambda}_{(x+r)}$ ergibt sich somit angenähert:

$$\Re(\lambda_{(x)}) = \sum_{\bar{\lambda}_{(x+2)}}^{\bar{\lambda}_{(x)}} \sum_{\bar{\lambda}_{(x+3)}}^{\bar{\lambda}_{(x+1)}} \dots \sum_{\bar{\lambda}_{(w)}=0}^{\bar{\lambda}_{(w-2)}} \left[\bar{V}(\lambda_{(x)}) - V(\lambda_{(x)}) \right] h_1^{(\lambda_{(x)})} h_2^{(\lambda_{(x)})} \dots$$

$$h_{w-x-1}^{(\lambda_{(x)})} e^{-h_1^{(\lambda_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(x+1)} - \lambda_{(x)} p_{0(x)}]^2 - h_2^{(\lambda_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(x+2)} - \bar{\lambda}_{(x+1)} p_{0(x+1)}]^2 - \dots}$$

$$\dots - h_{w-x-1}^{(\lambda_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(w-1)} - \bar{\lambda}_{(w-2)} p_{0(w-2)}]^2$$

Dieser Darstellung entsprechend, kann der Risikozuschlag für die Versicherungen der $\lambda_{(x)}$ Individuen nur als ein unteilbarer Komplex betrachtet werden und es ist nicht zulässig, ihn für bestimmte Versicherungsarten getrennt zu behandeln und insbesondere verliert das Risiko auf eine einzelne Person jedwede Bedeutung.

12. Es sei nun eine andere von $\lambda_{(x)}$ unabhängige Gesamtheit $\Gamma_{(x+1)}$ Individuen des Alters $x+1$ vorhanden; denn stellt sich der Risikozuschlag nach 10 dar als:

$$\Re(\Gamma_{(x+1)}) = \sum_{\bar{\Gamma}_{(x+3)}}^{\Gamma_{(x+1)}} \sum_{\bar{\Gamma}_{(x+4)}}^{\bar{\Gamma}_{(x+2)}} \dots \left[\bar{V}(\Gamma_{(x+1)}) - V(\Gamma_{(x+1)}) \right]$$

$$h_1^{(\Gamma_{(x+1)})} h_2^{(\Gamma_{(x+1)})} \dots e^{-h_1^{(\Gamma_{(x+1)})} [\bar{\Gamma}_{(x+2)} - \Gamma_{(x+1)} p_{0(x+1)}]^2 - \dots}$$

13. Da aber eine bestimmte Gruppierung der $\bar{\lambda}$ zu einer Differenz $\bar{V}(\lambda_{(x)}) > V(\lambda_{(x)})$ führt und eine Gruppierung der $\bar{\Gamma}$, die zu einer Differenz $\bar{V}(\Gamma_{(x+1)}) > V(\Gamma_{(x+1)})$ führt, bei gleichzeitigem Auftreten zu einer Gesamtdifferenz von $V(\lambda_{(x)}) + \bar{V}(\Gamma_{(x+1)}) > V(\lambda_{(x)}) + V(\Gamma_{(x+1)})$ führen kann, so ergibt sich als Risikozuschlag für beide Gruppen

$$\Re(\lambda_{(x)} | \Gamma_{(x+1)}) = \sum_{\bar{\lambda}_{(x+2)}}^{\bar{\lambda}_{(x+1)}} \sum_{\bar{\lambda}_{(x+3)}}^{\bar{\lambda}_{(x+2)}} \dots \sum_{\bar{\lambda}_{(w)}=0}^{\bar{\lambda}_{(w-2)}} \sum_{\bar{\Gamma}_{(x+2)}}^{\bar{\Gamma}_{(x+1)}} \sum_{\bar{\Gamma}_{(x+3)}}^{\bar{\Gamma}_{(x+2)}} \dots$$

$$[\bar{V}(\lambda_{(x)}) + \bar{V}(\Gamma_{(x+1)}) - V(\lambda_{(x)}) - V(\Gamma_{(x+1)})] h_1^{(\lambda_{(x)})} h_2^{(\lambda_{(x)})} \dots - h_1^{(\Gamma_{(x+1)})} h_2^{(\Gamma_{(x+1)})} \dots$$

$$e^{-h_1^{(\lambda_{(x)})} [\bar{\lambda}_{(x+1)} - \lambda_{(x)} p_{0(x)}]^2 - \dots - h_1^{(\Gamma_{(x+1)})} [\bar{\Gamma}_{(x+2)} - \Gamma_{(x+1)} p_{0(x+1)}]^2 - \dots}$$

Diese Formel läßt sich nun verallgemeinern, wenn noch andere Gruppen von Personen $X_{(x+2)}$ etc. etc. hinzutreten.

Insbesondere soll darauf hingewiesen werden, daß diese Betrachtungsweise auch dann zur Anwendung zu gelangen hat, wenn

es sich um Gruppen von Personen (gleichen Alters) handelt, bei denen jedoch verschiedene Absterbetafeln in Anwendung gelangen.

14. Die in 11 gegebene Formel läßt unter gewissen Voraussetzungen eine Vereinfachung zu. Diese Voraussetzungen sind:

a) Wenn man in den Bestimmungen der Präzisionsmaßzahlen h für

$$\bar{\lambda}_{(x+r)} = \lambda_{(x)} p_{0(x)} \cdot \dots \cdot p_{0(x+r-1)}$$

einführt, so daß allgemein

$$h_r^2 = \frac{1}{2 \lambda_{(x)} p_{0(x)} \cdot \dots \cdot p_{0(x+r-1)} q_{0(x+r-1)} \left[1 + \lambda_{(x)} p_{0(x)} \cdot \dots \cdot p_{0(x+r-2)} \frac{1}{l_{(x+r-1)}} \right]}$$

b) Ferner wenn

$$\bar{\lambda}_{(x+r)} - \bar{\lambda}_{(x+r-1)} p_{0(x+r-1)} = \bar{\lambda}_{(x+r)} - \lambda_{(x+r)} - p_{0(x+r-1)} (\bar{\lambda}_{(x+r-1)} - \lambda_{(x+r-1)}) = z_{x+r-1}$$

gleichgesetzt wird.

c) Wenn ferner die Annahme gemacht wird, daß das Resultat wenig tangiert wird, wenn man die Summierungen über die Grenzen ausdehnt

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{(x+r)} &< \bar{\lambda}_{(x+r+1)} \\ \bar{\lambda}_{(x+r)} &> \bar{\lambda}_{(x+r-1)} \end{aligned}$$

d) Schließlich, wenn man für die Summe das Integral einführt, so erhält man als Risikozuschlag

$$\Re(\lambda_{(x)}) = h_1^{(\lambda_{(x)})} \cdot h_2^{(\lambda_{(x)})} \cdot \dots \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(w-x-1) \text{ fach}}{\bar{V}(\lambda_{(x)}) > V(\lambda_{(x)})} [V(\lambda_{(x)}) - V(\lambda_{(x)})] e^{-h_1^2 z_1^2 - h_2^2 z_2^2 - \dots} dz_1 dz_2 \dots$$

15. Für den besonderen Fall, daß $V(\lambda_{(x)})$ die Einmalprämie darstellt, und nur für diesen Fall, läßt sich die Reduktion so weit führen, daß das von *Medolaghi* angegebene Integral gewonnen wird, welches weiter, wenn an Stelle der aposteriorischen die apriorischen Wahrscheinlichkeiten eingeführt werden, sich auf das Integral reduziert, welches *Hattendorf* (*Masius' Rundschau* 1868 über die Berechnung der Reserven und das Risiko bei der Lebensversicherung) eingeführt hat.

On the theory of the loading for risk.

By **Fred. Zalai**, Trieste.

The question has been dealt with under the following assumptions.
Theory, of probabilities to be applicable to insurance methods (No. 2).
Stirlings formula to be applicable (No. 3).

Statistical probabilities to be considered as decidedly a posteriori (No. 4).

Aggregate tables to be adopted (No. 5).

With the aid of the most probable values of survivorship probabilities, found from observation (No. 6), the survivors out of λ_x persons aged x , living at ages $x+1, \dots$ etc: can be determined (No. 7).

The contributions (single and yearly premiums, premium reserves &c.), payable by the insured as equivalent for the risks incurred by the insurer, can be determined as functions of survivors out of λ_x .

Every law of mortality is represented by a different numerical value of the said functions. Whilst the value determined by the law of mortality adopted (No. 7) is to be considered as the most probable one, there can yet be established a certain probability for expecting another curve of mortality which would increase the value of the aforesaid function above the most probable amount. This surplus value multiplied by the corresponding probability shows the „loading for risk“. By summing all possible expressions thus determined, the „loading for risk“, taken for the whole group λ_x is arrived at (No. 9).

The probability that a certain given law of mortality will result is determined by No. 10; whence the summed expression contained in No. 11 gives the „loading for risk“.

As to other communities existing out of λ_x and independent thereof, the similar expression No. 12 is found; in the same way, the most general expression referring to the total of all insured persons is arrived at (No. 13).

Under the assumptions given in No. 14, the „loading for risk“ can be finally expressed by a function integrated $(w-x+1)$ times (No. 14), which is reducible to those given by *Medolaghi* and *Hattendorf* (No. 15).

Sur la théorie du risque.

Par **Frédéric Zalai**, Trieste.

Le problème est examiné en admettant :

Que le calcul des probabilités soit applicable à la théorie des assurances (n° 2);

que la formule de Stirling soit applicable (n° 3);

que les probabilités statistiques soient à considérer essentiellement comme probabilités a posteriori (n° 4);

qu'il s'agit d'„Aggregate-Tables“ (n° 5). A l'aide des valeurs les plus probables, trouvées par l'observation, des probabilités de survie, on détermine le nombre des survivants aux âges $x + 1$ etc. qu'il y a dans une collectivité de λ_x individus dont l'âge est actuellement de x ans (n° 7).

Les contributions (primes uniques et annuelles, réserves de prime etc.) incombant aux assurés comme équivalent du risque couru par l'assureur, s'expriment par des fonctions des survivants de l_x .

A tout groupement donné correspond également une valeur numérique déterminée desdites fonctions. Bien que la valeur, résultant de l'application de la loi de survie énoncée au n° 7, soit à considérer comme la plus probable, il y a lieu toutefois de définir la probabilité de l'arrivée d'un autre cours de la mortalité qui donnerait à la fonction une valeur supérieure. Le produit de cette probabilité par la plus value en question, doit être considéré comme le „chargement du risque“. L'ensemble de tous ces termes possibles représente le chargement du risque pour la collectivité λ_x (n° 9).

La probabilité, définie pour un groupement déterminé est indiquée au n° 10; il en résulte comme chargement du risque la sommation contenue au n° 11.

Le terme analogue au n° 12 correspond à des complexités existant en dehors de λ_x et indépendantes de celle-ci; c'est ainsi qu'on arrive au terme le plus général, déterminant le chargement du risque pour la totalité des assurés (n° 13).

Dans les conditions citées au n° 14, le chargement du risque peut enfin s'exprimer par une intégrale multiple d'ordre $w - x - 1$ (n° 14), réductible aux intégrales données par *Medolaghi* et *Hattendorff*.

Sulla teoria del rischio.

Federico Zalai, Trieste.

Il problema viene esaminato, ammettendo: che il calcolo delle probabilità sia applicabile alla teoria delle assicurazioni (No. 2); che la formula dello Stirling sia applicabile (No. 3); che le probabilità statistiche siano da considerarsi essenzialmente come probabilità *a posteriori* (No. 4); che si tratti di tavole aggregate (No. 5).

Con l'aiuto dei valori più probabili, trovati mediante l'osservazione delle probabilità di sopravvivenza, si determina il numero dei sopravvissuti alle età $x + 1 \dots$ ecc. che si hanno in una collettività di λ_x individui, la cui età sia attualmente di x anni (No. 7).

Le contribuzioni (premi unici ed annuali, riserve di premio, ecc.) incumbenti agli assicurati come equivalente del rischio corso dall'assicuratore, si esprimono mediante funzioni dei sopravvissuti di λ_x .

Ad ogni raggruppamento dato corrisponde egualmente un valore numerico determinato dalle dette funzioni. Quantunque il valore, risultante dall'applicazione della legge di sopravvivenza enunciata al No. 7 sia da considerarsi come il più probabile, pure conviene di definire anche la probabilità del verificarsi di un altro andamento della mortalità, che darebbe alla funzione un valore maggiore. Il prodotto di questa probabilità per il plus-valore in questione deve venir considerato come l'„aggravamento del rischio“. L'insieme di tutti questi termini possibili rappresenta l'aggravamento del rischio per la collettività λ_x (No. 9).

La probabilità definita per un raggruppamento determinato è indicata al No. 10; ne risulta come addizionale per il rischio l'espressione contenuta al No. 11.

Il termine analogo al No. 12 corrisponde a delle complessità esistenti all'infuori di λ_x ed indipendenti da questa; è così che si perviene al termine più generale, determinante l'aggravamento del rischio per la totalità degli assicurati (No. 13).

Nelle condizioni citate al No. 14, l'aggravamento del rischio può esprimersi infine con una integrale multipla d'ordine $w - x + 1$ (No. 14), riducibile alle integrali date dal Medolaghi e dall'Hattendorf (No. 15).

IV. — G₁.

Das Problem des mathematischen Risikos; die Sicherheitsreserve bei Versicherungsanstalten und Pensionfonds.

Von Dr. Phil. **Nils Ekholm**, Stockholm.

I. Einleitung.

Bei der Besprechung dieser Frage werde ich mich auf die Lebensversicherung beschränken.

Das Problem des mathematischen Risikos kann von dreierlei Art sein.

Erstens kann man nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung untersuchen, wie große Abweichungen von der rechnungsmäßigen Sterblichkeit, Zinsfuß und Unkosten und von der dadurch bedingten rechnungsmäßigen Auszahlung zu befürchten sind und wie groß die deshalb erforderliche Sicherheitsreserve sein muß.

Zweitens kann man die Frage historisch betrachten, indem man ohne irgend eine Rücksicht auf die mathematische Wahrscheinlichkeit nachsieht, wie die tatsächlichen Abweichungen bisher ausgefallen sind. Bei dieser Methode wird man vor allem die großen und seltenen Unglücksfälle, wie Krieg, Pest, Hungersnot, Erdbeben, zusammenstellen, und ihren möglichen Einfluß auf die Ökonomie der Versicherungsanstalten zu beurteilen suchen.

Drittens kann man die langsamen, sogenannten säkularen Schwankungen der Sterblichkeit, des Zinsfußes und der Unkosten untersuchen, um zu sehen, welche dauernde Abweichungen von den gegenwärtigen Rechnungsgrundlagen zu erwarten sind und was für eine Sicherheitsreserve dadurch erforderlich werden wird.

Von diesen drei Arten scheint mir die letzte die wichtigste zu sein, obgleich sie bisher nur wenig Berücksichtigung gefunden hat.

Am Anfang der rationellen Lebensversicherung, um die Mitte des 18. Jahrhunderts, hat man nur die zwei ersten Arten in Rechnung ziehen können. So z. B. hat der Engländer *James Dodson* für die um 1762 gegründete Anstalt *The Equitable Life Assurance Society* eine Sterblichkeitsstatistik aus London benützt, welche eine zwanzigjährige Periode umfaßte, die auch die Jahre 1740—1741 enthielt, wo die Sterblichkeit nahezu ebenso so hoch als in Pestzeiten war. In dieser Weise ergaben sich z. B. folgende Nettoprämien in Prozent der Versicherungssumme für eine lebenslängliche Versicherung auf Todesfall:

The Equitable um 1762:			Svenska Lif um 1897:	
Beitrittsalter	Männer	Frauen	Männer	Frauen
25 Jahre	2.47	3.20	1.38	1.38
49 „	6.12	6.92	3.15	3.15

Die entsprechenden Nettoprämien der schwedischen Gesellschaft Svenska Lif von 1897 sind zum Vergleich daneben gestellt, woraus sich ergibt, daß dieselben für Männer nur 56. bzw. 51% und für Frauen nur 43, bzw. 46% von den 135 Jahre älteren englischen Prämien betragen. Die angeführten schwedischen Prämien sind aus der Sterblichkeit aller schwedischer Männer 1881—1890 berechnet, und da wir für das schwedische Volk seit 1749 bis heute eine ununterbrochene und vollständige Sterblichkeitsstatistik besitzen, so können wir daraus sehen, daß, wenn es um 1762 eine Lebensversicherungsanstalt in Schweden gegeben hätte, dieselbe mit ungefähr ebenso hohen Prämien hätte rechnen müssen, denn die Sterblichkeit in Schweden um 1880 für die Altersjahre 20 bis 60 betrug nur 55% von der entsprechenden Sterblichkeit um 1770. Wahrscheinlich hat die Sterblichkeit anderer Kulturvölker in etwa demselben Maße abgenommen und deshalb sehen wir ein, welche riesige Bedeutung diese säkulare Abnahme der Sterblichkeit der jetzigen Kulturvölker für die Frage von der Sicherheitsreserve hat. Dadurch nimmt nämlich das Risiko bei Versicherung auf Todesfall langsam und stetig ab, während es bei Versicherungen auf Erlebensfall und Pensionsversicherungen eben so viel zunimmt.

Man hat oft angenommen, daß der Zinsfuß von der Kultur in derselben Weise wie die Sterblichkeit beeinflußt wird, und behauptet, daß auch jener langsam und stetig abnimmt. Wäre dies der Fall, so würde dadurch der Barwert des zukünftigen Risikos größer als der nach dem jetzigen Zinsfuß berechnete sein, und zwar sowohl für Ver-

sicherungen auf Todesfall, wie für diejenigen auf Erlebensfall und besonders für Pensionen. Indessen ist die säkulare Variation des Zinses zweifelhaft. Denn einerseits vermehrt die steigende Kultur ganz enorm das Kapital der Lebensversicherungsanstalten und anderer Ersparniseinrichtungen, und dadurch entsteht gewiß eine Tendenz zum Sinken des Zinsfußes. Andererseits aber haben die großen naturwissenschaftlichen Entdeckungen und Erfindungen des letzten Jahrhunderts neue Erwerbsquellen geschaffen, welche für ihre Ausnützung große Kapitalien verlangen. Wenigstens in den zwei letzten Jahrzehnten in Schweden hat die letztere Einwirkung überwogen, so daß der Zinsfuß tatsächlich etwas gestiegen ist. So z. B. hat die genannte Gesellschaft Svenska Lif, welche im Herbste 1891 ihre Tätigkeit begann und wegen der angenommenen langsamen Abnahme des Zinsfußes als rechnungsmäßigen Zinsfuß $3\frac{5}{10}\%$ annahm, während damals die meisten anderen schwedischen Gesellschaften nach 4% rechneten, bisher den folgenden effektiven Zins an ihren Fonds gekriegt:

Tabelle 1.

Jahr	Effektiver Zinsfuß der Svenska Lif
1891—1900	$4\frac{14}{10}\%$
1901	4·32
1902	4·44
1903	4·27
1904	4·41
1905	4·31
1906	4·46
1907	4·64

Während der 17 Jahre ist also der Zinsfuß um $0\frac{5}{10}\%$ gestiegen, obgleich durch das schwedische Versicherungsgesetz vom 24. Juli 1903 die Wahlfreiheit bei der Anbringung der Fonds noch beschränkter als früher wurde.

Was die zufälligen Abweichungen anbetrifft, welche ich oben als diejenigen erster und zweiter Art bezeichnete, so sind die ersten verhältnismäßig leicht geschätzt. Das gilt aber nicht von den zweiten, d. h. von den großen und seltenen Unglücksfällen, wie Krieg, Pest, Hungersnot und Erdbeben. Freilich werden offenbar Krieg, Pest und Hungersnot mit steigender Kultur immer seltener, aber das Erdbeben ist von der Kultur unabhängig und kann, wie das am 28. Dezember 1908

in Süditalien eingetroffene, in einigen Stunden 200,000 Menschen töten. Es fragt sich nun, wie eine Lebensversicherungsanstalt sich gegen solche „forces majeures“ sicherstellen kann. Von den kurzen und zufälligen Schwankungen des Zinsfußes und der Unkosten können wir wohl absehen.

II. Sicherheitsreserve wegen des mathematischen Risikos der Mehrsterblichkeit oder Mindersterblichkeit.

Wenn eine Lebensversicherungsanstalt während einer langen Jahresreihe nach einer gewissen Sterbetafel gearbeitet hat, so zeigt eine Vergleichung der rechnungsmäßigen und der beobachteten Gesamtzahl der Sterbefälle während der ganzen Zeit, ob irgend eine konstante Abweichung in der Richtung von Mehrsterblichkeit oder Mindersterblichkeit stattgefunden hat. Wollen wir die zufälligen Abweichungen der einzelnen Jahre von der konstanten Abweichung trennen, so vergleichen wir dieselben mit der mittleren beobachteten Sterblichkeit, oder, wenn, wie bei der allgemeinen schwedischen Sterblichkeit, eine langsame und regelmäßige, sogenannte säkulare Variation stattfindet, vergleichen wir dieselben mit dem entsprechenden Wert der ausgeglichenen säkularen Sterblichkeit. Dabei finden wir gemäß der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine gewisse Gesetzmäßigkeit in der Größe und Zahl dieser zufälligen Abweichungen, welche zu dem Begriffe des mathematischen Risikos führt.

Aus der allgemeinen schwedischen Sterblichkeit 1881—1890 finden wir z. B., daß von 1000 47jährigen Menschen jährlich 10 sterben. Daraus folgt aber nicht, daß auch wirklich von diesen 1000 gerade 10 jedes Jahr sterben, denn es ist wohl möglich, daß ein Jahr nur 9 oder 8 oder noch weniger, ein anderes Jahr 11 oder mehr sterben. Um die Wahrscheinlichkeit solcher Fälle zu erörtern, seien n eine Anzahl von Menschen, die alle die gleiche jährliche Sterbewahrscheinlichkeit q , und folglich auch die gleiche jährliche Lebenswahrscheinlichkeit p haben, so daß $p + q = 1$. Demnach wird nq oder falls nq ein Bruch ist, die am nächsten liegende ganze Zahl die wahrscheinlichste Zahl der jährlichen Sterbefälle dieser n Menschen sein, wie wir unten zeigen werden. Es sei $nq = d$. Am Ende des Jahres würden, wenn d gestorben sind, $n - d$ noch leben. Der Kürze wegen sei $n - d = l$. Offenbar ist auch $l = pn$ oder der nächsten ganzen Zahl.

Gemäß der Wahrscheinlichkeitsrechnung finden wir nun

(1) { die Wahrscheinlichkeit

S ₀ , daß keiner stirbt	= p ⁿ
S ₁ , daß 1 stirbt	= n p ⁿ⁻¹ q
S ₂ , daß 2 sterben	= $\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} p^{n-2} q^2$
.
S _r , daß r sterben	= $\frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r} p^{n-r} q^r$
.
S _n , daß alle n sterben	= q ⁿ

Hierdurch sind alle Möglichkeiten erschöpft, auch ist die Summe aller dieser $n + 1$ Wahrscheinlichkeiten $= 1$, denn sie ist $(p + q)^n = 1^n = 1$.

Die Gleichungen (1) enthalten die Lösung der Frage, wenn alle die Versicherten die gleiche Sterbewahrscheinlichkeit haben. Wenn aber die Sterbewahrscheinlichkeiten q verschieden sind, so muß die Anzahl n in Gruppen mit gleichen q zerlegt werden und für jede Gruppe gemäß (1) S_0 bis S_n berechnet, sodann die verschiedenen S kombiniert und alle Wahrscheinlichkeiten summiert. Als Kontrolle gilt, daß die Summe gleich Eins sein muß. Natürlich führt dies zu überaus mühsamen Rechnungen.

Etwas bequemere Formeln erhält man in folgender Weise. In Übereinstimmung mit der obigen Bezeichnung ist die Wahrscheinlichkeit

$$S_d, \text{ daß } d \text{ sterben} = \frac{n(n-1) \dots (n-d+1)}{1.2.3 \dots d} p^{n-d} q^d$$

oder wenn hierin $\frac{d}{n}$ statt q und $\frac{1}{n}$ statt p gesetzt werden,

$$(2) \quad \dots S_d = \frac{n(n-1)\dots(n-d+1)}{1.2.3\dots d} \frac{d^d}{n^n} \dots$$

In derselben Weise findet man

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} S_{d-1} = \frac{1}{1+1} S_d \\ S_{d-2} = \frac{d-1}{d} \cdot \frac{1^2}{(1+1)(1+2)} S_d \\ S_{d-3} = \frac{(d-1)(d-2)}{d^2} \cdot \frac{1^3}{(1+1)(1+2)(1+3)} S_d \\ \dots \dots \dots \\ S_{d-r} = \frac{(d-1)(d-2) \dots (d-r+1)}{d^{r-1}} \cdot \frac{1^r}{(1+1)(1+2) \dots (1+r)} S_d \end{array} \right.$$

und

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} S_{d+1} = \frac{d}{d+1} S_d \\ S_{d+2} = \frac{1-1}{1} \cdot \frac{d^2}{(d+1)(d+2)} S_d \\ S_{d+3} = \frac{(1-1)(1-2)}{1^2} \cdot \frac{d^3}{(d+1)(d+2)(d+3)} S_d \\ \dots \dots \dots \\ S_{d+r} = \frac{(1-1)(1-2) \dots (1-r+1)}{1^{r-1}} \cdot \frac{d^r}{(d+1)(d+2) \dots (d+r)} S_d \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

Aus den Formeln (3) und (4) ersieht man deutlich, daß S_d größer als irgend eine der anderen S ist und daß diese immer kleiner werden, je größer die Differenz ist zwischen d und die Zahl $d-r$ oder $d+r$, welche S_{d-r} beziehungsweise S_{d+r} entspricht.

Wenn alle die $(n+1)$ S addiert werden, so wird die Summe gleich Eins und man bekommt

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{S_d} = 1 + \frac{1}{1+1} + \frac{d-1}{d} \cdot \frac{1^2}{(1+1)(1+2)} + \frac{(d-1)(d-2)}{d^2} \cdot \\ \frac{1^3}{(1+1)(1+2)(1+3)} + \dots + \frac{d}{d+1} + \frac{1-1}{1} \cdot \frac{d^2}{(d+1)(d+2)} + \\ \frac{(1-1)(1-2)}{1^2} \cdot \frac{d^3}{(d+1)(d+2)(d+3)} + \dots \end{array} \right.$$

wonach S_d berechnet werden kann und somit nach (3) und (4) auch die übrigen S .

Diese Gleichungen geben uns eine interessante Belehrung, nämlich diejenige, daß, wenn die Zahl der Versicherten verhältnismäßig klein ist, z. B. nur einige hundert, die Wahrscheinlichkeit der Mindersterblichkeit immer bedeutend größer ist als diejenige der Mehrsterblichkeit, so lange q gering ist.

Wenn wir z. B. 100 47jährige Schweden haben, also dem obigen gemäß $n=100$, $q=0.01$, $d=1$, $l=99$, so findet man

$$\begin{array}{rcl} S_{d-1} & = & S_0 = 0.366 \\ S_d & = & S_1 = 0.370 \\ S_{d+1} & = & S_2 = 0.185 \\ S_{d+2} & = & S_3 = 0.061 \\ S_{d+3} & = & S_4 = 0.015 \\ S_{d+4} & = & S_5 = 0.003 \\ S_{d+5} & = & S_6 = 0.000 \\ \hline \text{'Summe} & & 1.000 \end{array}$$

Die Wahrscheinlichkeit S_0 , daß *keiner* stirbt, ist nahezu eben so groß als diejenige, daß *einer* stirbt, aber diejenige, daß 2 oder mehr sterben, ist nur 0.264, also $\frac{1}{3}$ geringer. Andererseits aber gibt es hier nur eine Möglichkeit der Mindersterblichkeit, nämlich daß keiner stirbt, aber 99 Möglichkeiten der Mehrsterblichkeit, nämlich daß 2 oder mehr sterben, wovon freilich nur die drei ersten eine nennenswerte Wahrscheinlichkeit haben. Hieraus ist jedenfalls zu schließen, daß 100 Versicherte in einer Anstalt nicht genügen, um das Gesetz der großen Zahlen gelten zu lassen. Man könnte in dem gewählten Falle anfangs etwa jedes zweite Jahr eine Mindersterblichkeit von 100% warten, aber bisweilen auch eine zufällige Mehrsterblichkeit von mehreren 100 Prozenten.

Aber nicht einmal 1000 Versicherte genügen immer für eine Lebensversicherungsanstalt, wie folgendes Beispiel zeigt. Es seien 1000 18jährige Schweden, $q = 0.05$, $d = 5$, $l = 995$, $n = 1000$. Die Rechnung ergibt

$S_{d-5} = S_0 =$	0.0066
$S_{d-4} = S_1 =$	0.0335
$S_{d-3} = S_2 =$	0.0839
$S_{d-2} = S_3 =$	0.1403
$S_{d-1} = S_4 =$	0.1758
$S_d = S_5 =$	0.1759
$S_{d+1} = S_6 =$	0.1466
$S_{d+2} = S_7 =$	0.1046
$S_{d+3} = S_8 =$	0.0652
$S_{d+4} = S_9 =$	0.0361
$S_{d+5} = S_{10} =$	0.0180
$S_{d+6} = S_{11} =$	0.0081
$S_{d+7} = S_{12} =$	0.0034
$S_{d+8} = S_{13} =$	0.0013
$S_{d+9} = S_{14} =$	0.0005
$S_{d+10} = S_{15} =$	0.0002
$S_{d+11} = S_{16} =$	0.0000
Summe	1.0000

Wahrscheinlichkeit der Mindersterblichkeit = 0.4401

„ der normalen Sterblichkeit = 0.1759

„ der Mehrsterblichkeit = 0.3840

Wie man sieht, ist die Wahrscheinlichkeit der Mindersterblichkeit fortwährend etwas größer als diejenige der Mehrsterblichkeit, aber eine Anzahl von 9 bis 11 Sterbefälle, d. h. eine Mehrsterblichkeit von

etwa 100% liegt noch nicht ganz außerhalb der Grenzen des Wahrscheinlichen.

Wenn wir in den Formeln (3) und (4) d und l sehr groß werden lassen, so können wir daraus die bekannte Formel *Wittstein's* ableiten und im allgemeinen gemäß dem Gesetz der großen Zahlen die Wahrscheinlichkeit einer gewissen Abweichung von der rechnungsmäßigen Sterblichkeit untersuchen. Diese Ableitung bietet keine größeren mathematischen Schwierigkeiten dar, und ist deshalb interessant, weil man dadurch in ganz anderer Weise als *Gauss* zu dem gleichen Gesetz der Verteilung der zufälligen Abweichungen vom Mittelwert gelangt, das er gefunden hat. Die Ableitung ist wesentlich dieselbe wie diejenige, welche von *G. Hagen*, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3. Ausgabe, Berlin 1882, angegeben wird. Hierdurch ergibt sich noch eine Kontrolle der Richtigkeit der Formel *Wittstein's*. Diese sagt aus, daß das mathematische Risiko der Mehrsterblichkeit, das wir kurzweg MRM schreiben, durch die folgende Formel angegeben wird

$$(6) \quad \text{MRM} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{p d} \quad \text{oder nahezu} = 0.4 \sqrt{p d}.$$

Wenn nun K die mittlere Versicherungssumme und V die mittlere Prämienreserve eines auf Todesfall Versicherten bedeuten, so ist also das mathematische Risiko der Sterbeauszahlungen, es sei MRS, durch die folgende Formel gegeben

$$(7) \quad \text{MRS} = 0.4 (K - V) \sqrt{p d}.$$

Das mathematische Risiko der Mehrsterblichkeit nach der obigen Definition ist nur etwa 0.6 der wahrscheinlichen Sterblichkeit gemäß der *Gauss'schen* Definition des wahrscheinlichen Fehlers. Nehmen wir nun für die Abweichungen der Sterblichkeit von der mittleren das *Gauss'sche* Fehlerverteilungsgesetz an, so findet man, daß das Fünffache MRM aller Wahrscheinlichkeit nach nur einmal in 50 Jahren überschritten werden dürfte. Und da die zufälligen Abweichungen etwa eben so oft unter wie über die mittlere Sterblichkeit fallen müssen, so scheint diese Wahl der Sicherheit völlig befriedigend. Da p nahezu gleich Eins ist, so ergibt sich demnach als passende Sicherheitsreserve wegen zufälliger Abweichungen von der mittleren Sterblichkeit

$$(8) \quad 5 \text{ MRS} = 2 (K - V) \sqrt{d}$$

was zu folgender Regel führt:

Die doppelte Quadratwurzel der rechnungsmäßigen Sterbefälle, auf ganze Zahl abgerundet, gibt die höchste zu befürchtende Mehrsterblichkeit an. Wird diese Zahl durch die um die mittlere Prämienreserve verminderte mittlere Versicherungssumme eines Versicherten multipliziert, so ergibt sich die nötige Sicherheitsreserve, falls die mittlere beobachtete Sterblichkeit gleich der rechnungsmäßigen ist. Wenn aber die mittlere beobachtete Sterblichkeit um so viel geringer als die rechnungsmäßige ist, daß die Differenz $\geq \text{MRM}$ ist, dann ist die fragliche Sicherheitsreserve überflüssig. Wenn dagegen die mittlere beobachtete Sterblichkeit größer als die rechnungsmäßige ist, dann muß die nach (8) berechnete Sicherheitsreserve um den Betrag der durch $(K - V)$ multiplizierten mittleren Mehrsterblichkeit vermehrt werden.

Für Pensionen handelt es sich um Mindersterblichkeit, da aber gemäß dem Gesetz der großen Zahlen für diese eben dasselbe gilt wie für die Mehrsterblichkeit, so wird auch hier die Regel dieselbe, wenn als mittlere Versicherungssumme der mittlere Barwert der Leibrente eines Versicherten gesetzt wird.

Eigentlich müßte man bei Verwendung der Gleichungen (6), (7) und (8), wie *Landré* vorschlägt, besondere Berechnungen für die verschiedenen Alter, Versicherungssummen und Versicherungsarten machen, da es sich aber nur um eine Annäherung handelt, so dürfte die angegebene einfache Methode genügen, und falls man dieselbe nicht als hinlänglich sicher betrachten will, kann man die in den Gl. (7) und (8) eingeführte fünffache Sicherheit erhöhen.

Die Formel *Wittstein's* hat nur für einen recht großen Versicherungsbestand mit wenigstens einigen hundert jährlichen Sterbefällen volle Gültigkeit, aber durch die oben von mir gegebene strenge Methode kann man auch für kleinere Zahlen das wahrscheinliche Risiko berechnen. Überdies kann man, da es nicht nötig ist, die kleinen Summen so genau wie die großen zu berechnen, die Gl. (6), (7) und (8) ohne Bedenken auch für einen Versicherungsbestand von einigen hundert Menschen verwenden.

Um die Verwendung dieser Theorie zu veranschaulichen, wollen wir aus der 17jährigen Tätigkeit der Svenska Lif eine statistische Zusammenstellung der Sterbefälle geben.

Tabelle 2.

Die jährliche Sterblichkeitserfahrung der Svenska Lif.

Jahr	Anzahl der rechnungs- mäßigen Sterbefälle	Anzahl der beobachteten Sterbefälle	Minder- sterblichkeit Kol. 2—Kol. 3	Fünffaches mathemati- sches Risiko der Mehr- sterblichkeit	Kol. 4—Kol. 5
1	2	3	4	5	6
1891	0	0	—	—	—
1892	3	0	3	3	0
1893	9	5	4	6	— 2
1894	18	15	3	8	— 5
1895	28	12	16	11	+ 5
1896	39	18	21	12	+ 9
1897	60	40	20	15	+ 5
1898	79	35	44	18	+ 26
1899	96	56	40	20	+ 20
1900	115	83	32	21	+ 11
1901	140	82	58	24	+ 34
1902	173	85	88	26	+ 62
1903	208	111	97	29	+ 68
1904	244	169	75	31	+ 44
1905	274	166	108	33	+ 75
1906	303	183	120	35	+ 85
1907	330	223	107	36	+ 71

In der Tabelle 2 sind alle Sterbefälle unter den auf Todesfall Versicherten aufgenommen, auch diejenigen, für welche die Gesellschaft wegen der Karenzbedingungen nur einen geringen Teil der Versicherungssumme auszuzahlen hätte. Dessenungeachtet ist, nur mit Ausnahme der Jahre 1893 und 1894, die Mindersterblichkeit immer größer als das Fünffache mathematische Risiko der Mehrsterblichkeit, wie sich ergibt aus einer Vergleichung der Kolonnen 4 und 5 oder aus der Kolonne 6, welche die Differenz der Zahlen dieser Kolonnen angibt.

Wie ersichtlich, fand Mindersterblichkeit in allen den 17 Jahren statt, und wenn dennoch die Zahlen in der Kolonne 5 für die Jahre 1893 und 1894 ein wenig größer ausfallen als die entsprechenden in der Kolonne 4, so liegt die Ursache darin, daß das mathematische Risiko der Mehrsterblichkeit verhältnismäßig sehr groß ist, so lange die Zahl der Versicherten gering ist und folglich das Gesetz der großen Zahlen sich noch nicht geltend gemacht hat. Die Wahrscheinlichkeits-

rechnung gibt hier nur einen Ausdruck der auch in der Praxis anerkannten Wahrheit, daß eine Lebensversicherungsanstalt, wenn sie nicht schon an ihrem Anfang eine recht große Anzahl Versicherungen sogleich erworben hat, ein Grund- oder Garantiekapital braucht, um unter anderem, ein etwa eintretendes ungünstiges Jahr ertragen zu können, daß aber nachher, sobald der Versicherungsbestand hinlänglich angewachsen ist, dieses Kapital unnötig wird, falls die mathematischen Grundlagen der Anstalt zuverlässig sind.

Am Ende des Jahres 1907 betrug in der Svenska Lif die Zahl der auf Todesfall Versicherten 40.409, die Gesamtsumme ihrer Versicherungen 96,765.699 schwedische Kronor, und die ganze entsprechende Prämienreserve 12,199.552 Kronor, es war also $K = 2395$ Kr. und $V = 302$ Kr., $K - V = 2093$, und folglich gemäß der Gleichung (8) das fünffache mathematische Risiko der Auszahlungen für das Jahr 1907

$$2(K - V) \sqrt{a} = 75.348 \text{ Kr.}$$

Gleichzeitig aber war die rechnungsmäßige Gesamtsumme der Auszahlungen für die 330 rechnungsmäßigen Sterbefälle Kr. 795.373, wogegen die tatsächlichen Auszahlungen für die 223 beobachteten Sterbefälle nur Kr. 561.397 betrug, was also ein Ersparnis oder Gewinn von Kr. 233.976 wegen Mindersterblichkeit bedeutet. Unter diesen Umständen ist es offenbar, daß die Svenska Lif keiner Sicherheitsreserve wegen des mathematischen Risikos der Auszahlungen bedarf, umsomehr als eine Untersuchung, die unten besprochen werden wird, gezeigt hat, daß die Mindersterblichkeit auch bei den längsten bisher erreichten Versicherungsdauern (von $10\frac{1}{2}$ bis $15\frac{1}{2}$ Jahre) besteht, und somit nicht aus der Jugend der Gesellschaft herrührt.

Indessen nimmt das oben erwähnte schwedische Versicherungsgesetz vom 24. Juli 1903 keine weitere Rücksicht auf die Solidität der mathematischen Gründe einer Lebensversicherungsanstalt, sondern fordert jedenfalls gemäß § 126, daß unabhängig von Mindersterblichkeit und Mehrverzinsung etc. eine Sicherheitsreserve zum Betrag von einem Zwanzigstel der um die Darlehen an die Versicherten und die Prämienreserven der Rückversicherungen verminderten Prämienreserve gespart werden soll. Deswegen betrug die tatsächliche Sicherheitsreserve der Svenska Lif schon am Anfang des Jahres 1907 Kr. 433.260'84.

Im vorigen Jahre wurde die Sterblichkeit der ärztlich untersuchten gesunden Versicherten der Svenska Lif nach Versicherungsdauern für die Jahre 1891 bis 1906 berechnet und es ergab sich so für die Versicherungsdauer von $\frac{1}{2}$ bis $5\frac{1}{2}$ Jahre eine mittlere Mindersterblichkeit von 45.0 %, für diejenige von $5\frac{1}{2}$ bis $10\frac{1}{2}$ Jahre eine solche von 35.3 und für diejenige von $10\frac{1}{2}$ bis $15\frac{1}{2}$ Jahre eine

solche von 14.5% .¹⁾ Da für die letzte Gruppe gemäß der bisherigen Erfahrung der Versicherungsanstalten die Einwirkung der ärztlichen Auswahl schon nahezu aufgehoben ist, so ersieht man hieraus, daß aller Wahrscheinlichkeit nach, eine bedeutende Mindersterblichkeit auch in der Zukunft eintreten wird. Die Ursache hievon liegt ohne Zweifel größtenteils in der oben besprochenen säkularen Abnahme der allgemeinen Sterblichkeit des schwedischen Volkes. Zum geringeren Teil dürfte auch die allmählich vermehrte Erfahrung und Geschicklichkeit der Ärzte dazu beigetragen haben. Die Einwirkung des ersteren Umstandes läßt sich folgendermaßen näherungsweise berechnen. Da das Alter der meisten Versicherten der Anstalt zwischen 25 und 54 Jahren liegt, so berechnen wir nach den allgemeinen schwedischen Sterbetafeln der Männer für die Jahrzehnte 1881—1890 und 1891 bis 1900 die mittlere Sterbenswahrscheinlichkeit. Für 1881—1890 ergibt sich 9.463% und für 1891—1900 9.004% , wonach die jährliche Verbesserung 0.0459% betrug. Unter der Annahme, daß diese Verbesserung bis 1906 fortging, findet man für 1891—1906 die mittlere Zahl 8866, und somit von 1881—1890 bis zu 1891—1906 eine durchschnittliche Verbesserung von 0.597% , welche wahrscheinlich auch den Versicherten der Svenska Lif zugute gekommen ist. Da aber die Gesamtzahl der unter einjährigem Risiko beobachteten Versicherten 184.519 betrug, so ergibt sich, daß durch die fragliche Verbesserung die Sterbefälle der Gesellschaft um 110 vermindert wurde. Die tatsächliche Zahl der Sterbefälle war aber 893. Hätte also während der Zeit von 1881—1890 bis zu 1891—1906 keine Verminderung der Sterblichkeit stattgefunden, so würde die Zahl der Sterbefälle $893 + 110 = 1003$ betragen haben. Dieser Umstand hat also mathematisch eine Mindersterblichkeit von 11% verursacht und um den ganzen oben besprochenen Betrag der Mindersterblichkeit von 14.5% zu erklären, ist anzunehmen, daß die vermehrte Geschicklichkeit der Ärzte die übrigen 3.5% hervorgebracht hat.

Diese Umstände habe ich hier deshalb so eingehend besprochen, weil sie ohne Zweifel von allgemeiner Bedeutung sind und nicht nur für die als Beispiel angeführte Anstalt Svenska Lif, sondern für alle Lebensversicherungsanstalten Schwedens und gewissermaßen auch für diejenigen anderer Kulturländer gültig bleiben, wo eine säkulare Abnahme der Sterblichkeit und eine allmählich zunehmende Geschicklich-

¹⁾ *Fredrik Svedelius*, Abteilungschef der Svenska Lif, Bidrag till beräkning af dödligheten efter olika försäkringstider (zur Berechnung der Sterblichkeit nach verschiedenen Versicherungsdauern) in Assurans, Svensk försäkrings-tidning, Stockholm, 11. September 1903, Gjallarhornet, Nordisk Försäkrings-tidning, Stockholm, 19. September 1903.

keit der Ärzte zusammenwirken, um die nach älteren Sterbetafeln berechnete Mindersterblichkeit langsam und stetig zu vermehren. Hiedurch wird, wie schon bemerkt, bei den jetzigen Berechnungsgrundlagen eine Sicherheitsreserve gegen die Gefahr der Mehrsterblichkeit bei Versicherungen auf Todesfälle immer mehr überflüssig. Für die Versicherungen auf Erlebensfall, insbesondere die Pensionen, stellt sich die Sache anders, wie unten besprochen wird.

III. Sicherheitsreserve gegen verheerende Naturerscheinungen, wie Erdbeben.

Die mathematischen Grundlagen einer Lebensversicherungsanstalt setzen voraus, daß die Sterbeordnung gemäß dem Gesetz der großen Zahlen regelmäßig abläuft. Wenn aber durch ein Erdbeben, wie dasjenige, das in Südtalien am 28. Dezember 1908 stattfand, in einigen Stunden etwa 200.000 Menschen getötet werden, dann wird dieses Gesetz ganz aufgehoben, und wenn alle diese Menschen bei einer oder einigen Gesellschaften auf Ableben versichert wären, dann wäre diese plötzlich ruiniert gewesen. Gegen solche „Forces majeures“ gibt es nur ein einziges Mittel um die Solidität zu sichern, nämlich dasjenige, daß alle oder die meisten Lebensversicherungsanstalten der Erde einen Verein auf Gegenseitigkeit gegen die von Erdbeben verursachten Verluste bilden. Obgleich ich nicht die statistischen Daten besitze, um die mathematischen Grundlagen eines solchen Vereines zu berechnen, will ich jedoch dieselben andeuten.

Nach der Weltgeschichte kann man wohl annehmen, daß in einem Jahrhundert $\frac{1}{2}$ Million Menschen durch Erdbeben getötet werden, also im jährlichen Durchschnitt 5000, wovon vielleicht $\frac{1}{10}$ d. h. 500 auf Ableben versichert sein dürften. Die Gesamtzahl der auf Ableben versicherten Menschen schätze ich aber auf 200 Millionen und die jährlichen Sterbefälle unter ihnen auf 4 Millionen. Es wird also nur jeder 8000^{te} von ihnen wegen Erdbeben sterben und es würde genügen, wenn jede Gesellschaft der Erde jährlich $\frac{1}{8000}$ von ihrer Auszahlung für Sterbefälle zu einem Fond zur gegenseitigen Hilfe gegen die von Erdbeben verursachten Verluste einbrächte. Für die Gesellschaft Svenska Lif, welche im Jahre 1907 eine Auszahlung von 561.397 Kr. hatte, würde diese Erdbebenprämie dann etwa 70 Kr. betragen haben. Eine verhältnismäßig so geringe Prämie könnte wohl jede Gesellschaft zahlen, selbst wenn dieselbe in einer Erdgegend arbeitet, wo gegenwärtig schwere Erdbeben nicht beobachtet werden. Natürlich wäre es auch möglich, das Erdbebenrisiko der verschiedenen Erdteile gemäß den bisherigen Erfahrungen näherungsweise abzustufen. Es wäre auch

denkbar, einen solchen Verein zu gründen, um die durch Krieg, Pest und Hungersnot verursachten Verluste gegenseitig zu verteilen, da es aber meistens in der Macht der Kulturvölker steht, diese Übel abzuwehren, so dürfte es unzweckmäßig sein, sich gegen dieselben gegenseitig international zu versichern. Das könnte die Sorglosigkeit ermuntern.

IV. Sicherheitsreserve gegen die Einwirkung der säkularen Variation der Sterblichkeit.

Wir haben schon oben bemerkt, daß die Sterblichkeit wahrscheinlich bei allen Kulturvölkern langsam und stetig abnimmt. Von den Schweden, für welche die Bevölkerungsstatistik seit 1749 vollständig ist, wissen wir, daß die allgemeine mittlere Sterblichkeit seit dem Anfang des 19. Jahrhunderts bis zu der Gegenwart nahezu um 0.1‰ jährlich abgenommen hat, wie man findet, wenn man die jährlichen Sterbezahlen zweckmäßig ausgleicht. Die ausgeglichene Sterbezahl betrug

im Jahre 1810	26.0‰
1820	24.7
1830	23.5
1840	22.3
1850	21.3
1860	20.3
1870	19.2
1880	18.0
1890	17.0

Ogleich es noch nicht möglich ist, für 1900 einen genauen Wert abzuleiten, so wissen wir jedoch, daß die Sterbezahl gegenwärtig unter 16‰ liegt, und zwar erreichte sie im Jahre 1906 den wohl exzeptionell geringen Wert von 14.37‰ . Diese Erscheinung ist natürlich an sich überaus erfreulich, und insbesondere bei der Versicherung auf Todesfall günstig, da sie eine immer größere zukünftige Mindersterblichkeit verspricht, und zwar von der Art, daß dabei sowohl die Nettoprämie als auch die Prämienreserve abnehmen. Das letztere ist wenigstens bei der schwedischen Sterblichkeit der Fall.

Bei der Versicherung auf Erlebensfall jedoch und insbesondere bei Pensionen verursacht diese säkulare Abnahme der Sterblichkeit große Schwierigkeit, da infolge dessen keine der jetzt vorhandenen Sterbetafeln eine hinlängliche Sicherheit bieten. Da die Svenska Lif nur ausnahmsweise solche Versicherungen bewilligt, so habe ich noch nicht Veranlassung gehabt, die Frage genau ins Auge zu fassen. Jedoch sei bemerkt, daß die einzige sichere Methode, um gegenwärtig

die Prämien und Reserven von Pensionen für Schweden zu berechnen, diejenige zu sein scheint, aus den bisher erschienenen allgemeinen Sterbetafeln für 1871—1880, 1881—1890 und 1891—1900 ein empirisches Gesetz der säkularen Variation abzuleiten suchen und mit Hilfe dessen die Sterbetafeln der Zukunft zu berechnen. Dabei aber stößt man auf die Schwierigkeit, daß ohne Zweifel die Abnahme der zukünftigen Sterblichkeit immer langsamer sein wird, weil die mittlere Lebensdauer eines Menschen wohl nicht über eine gewisse Grenze zunehmen kann. Die für die fernere Zukunft durch Extrapolation berechneten Sterbetafeln werden deshalb wahrscheinlich eine zu geringe Sterblichkeit angeben, besonders in den höheren Altersklassen, wo jetzt die Abnahme der Sterblichkeit am ausgeprägtesten ist. Man könnte aber so verfahren, daß man teils nach der gegenwärtigen, teils nach der extrapolierten Sterbetafel rechnete und den Überschuß der nach der letzteren berechneten Prämienreserve als Sicherheitsreserve fondierte. Durch die jährliche Vergleichung zwischen der rechnungsmäßigen und der beobachteten Sterblichkeit der Pensionäre wird man in der Zukunft entscheiden können, ob es nötig sein wird diese Sicherheitsreserve als solche in Anspruch zu nehmen, oder ob dieselbe zum Teil den Pensionären als sogenannter Bonus zugute kommen kann, indem die kontrahierte Pension dadurch erhöht wird.

V. Sicherheitsreserve gegen die Einwirkung der säkularen Schwankung des Zinsfußes.

Was den Zinsfuß betrifft, so scheint es aus den oben angeführten Gründen gegenwärtig ganz unmöglich, einige bestimmte Schlußfolgerungen bezüglich der zukünftigen Schwankungen desselben zu ziehen. Der gegenwärtige rechnungsmäßige Zinsfuß aber liegt, so viel mir bekannt ist, zwischen 3 und 4⁰/₁₀ inklusive, und der effektive Zinsfuß ist bei fast allen Lebensversicherungsanstalten etwas höher als der rechnungsmäßige. So z. B. finde ich folgende Angaben für 1900.

Tabelle 3.

Anstalten	Rechnungsmäßiger Zinsfuß	Effektiver Zinsfuß
Amerikanische . . .	3·5 bis 4 ⁰ / ₁₀	4·23 bis 4·52 ⁰ / ₁₀
Deutsche	3 bis 3·5	3·93 bis 4·35
Englische	3 bis 3·5	4·00 bis 4·03
Finnische	4	4·80 bis 5·03
Französische . . .	3·5	3·88
Schwedische . . .	3·5 bis 4	4·33 bis 5·00

Es ist gewiß anzunehmen, daß der effektive Zinsfuß innerhalb der nächsten Jahrzehnte nicht unter $3\frac{1}{2}\%$ sinken wird, ja wahrscheinlich werden die meisten Anstalten während dieser Jahrzehnte ihre Fonds zu mehr als 4% anlegen können. Da die Prämienreserve bei allen Versicherungsarten zunimmt, wenn der Zinsfuß abnimmt, so ist es bekanntlich für die Solidität einer Lebensversicherungsanstalt von der höchsten Wichtigkeit, daß der effektive Zins immer höher oder keinesfalls niedriger wird als der rechnungsmäßige. Wenn aber die Tarifprämien hinlänglich groß sind, so ist dies jedenfalls dadurch zu erreichen, daß der rechnungsmäßige Zinsfuß allmählich in der Zukunft erniedrigt wird, sobald es sich zeigt, daß es Schwierigkeit macht, die Prämienreserve zu dem rechnungsmäßigen Zinsfuß sicher anzubringen. Dies war gegen die Mitte der 1890er Jahre der Fall mit einigen der älteren schwedischen Lebensversicherungsanstalten, welche von Anfang an einen rechnungsmäßigen Zinsfuß von 4% angenommen hatten. Man glaubte bemerkt zu haben, daß es klug wäre, diesen Zinsfuß bis zu $3\frac{1}{2}\%$ zu vermindern. Für eine alte Gesellschaft ist dies aber keine leichte Sache, denn eine solche Verminderung erhöht die Reserve um etwa 8% ; Da einige dieser Gesellschaften schon Prämienreserven von 12 bis 15 Millionen Kronor hatten, so wäre also die einmalige Vermehrung gleich 1 bis $1\frac{1}{5}$ Millionen Kronor. Deshalb hat man begonnen, nur die Reserve der neuen Versicherungen nach $3\frac{1}{2}\%$, die alten aber fortwährend nach 4% und zum Teil mit einigem Zuschlag zu berechnen, um nach mehr als zwanzig Jahren (1919 oder später) die neue Berechnungsweise vollständig durchführen zu können. Es leuchtet aber ein, daß eine solche Anordnung mangelhaft ist, teils deshalb, weil man nicht weiß, ob der neue Zinsfuß für die ferne Zukunft passend ist, wann sie durchgeführt wird, teils deshalb, weil der zu der alten nach 4% berechneten Reserve gelegte Zuschlag willkürlich bleibt, teils auch deshalb, weil die Diskontinuität von $0\frac{1}{2}\%$ in den rechnungsmäßigen Zinsfuß keiner solchen Diskontinuität in der säkularen Schwankung des effektiven Zinsfußes entspricht.

Indessen kann man ja hier die Differenz zwischen der nach $3\frac{1}{2}\%$ und der nach 4% berechneten Prämienreserve als eine Sicherheitsreserve betrachten, welche allmählich anwachsen soll, bis sie eine solche Größe erreicht, daß, wenn sie zu der nach den alten Grundlagen berechneten Reserve gelegt wird, die Summe der nach den neuen Grundlagen berechneten Reserve gleich wird, und folglich die Änderung durchgeführt ist.

Dieser Gedanke aber könnte in einer rationelleren Weise durchgeführt werden und zwar folgendermaßen. Wir stellen zuerst fest, daß nach den strengen mathematischen Gründen der rechnungsmäßige

Zinsfuß dem effektiven gleich sein muß. Die nach diesem Grundsatz berechnete Prämienreserve werden wir die wahre nennen. Dann aber verlangen wir auch eine Sicherheitsreserve, deren Größe dadurch bestimmt werden soll, daß ein bestimmter Mehrzins, d. h. ein bestimmter Überschuß des effektiven Zinsfußes über dem rechnungsmäßigen vorhanden sein soll. Dieser Mehrzins dürfte passend 0·5% und höchstens 1% betragen (vergleiche Tabelle 3). Die entsprechende Reserve nennen wir die rechnungsmäßige Prämienreserve.

Um die Kontinuität des effektiven Zinsfußes zu sichern, könnte man z. B. für denselben den Mittelwert für die drei letztverflossenen Jahre nehmen. Gemäß der Tabelle 1 würde alsdann z. B. für die Svenska Lif der effektive Zinsfuß der in Tabelle 4 verzeichnete gewesen sein, und gemäß

Tabelle 4.

Jahr	Mittlerer effektiver	Rechnungsmäßiger
	Zinsfuß	Zinsfuß
1903	4·34	3·84
1904	4·37	3·87
1905	4·33	3·83
1906	4·39	3·89
1907	4·47	3·97

der Annahme von 0·5% Mehrzins, der in der letzten Kolonne der Tabelle 4 angegebene Zinsfuß der rechnungsmäßige.

Um diese Berechnungsweise bequem durchführen zu können, würde man also nach drei oder vier um 0·5% verschiedenen Zinsfüßen Prämienreservetabellen berechnen, und zwar in unserem Falle für 3·5, 4·0 und 4·5%. Nachdem die Gesamtreserve nach zwei um 0·5% verschiedenen Tabellen berechnet ist, findet man leicht die dem richtigen Zinsfuß entsprechende Reserve durch Interpolation. Für das Jahr 1906 wäre z. B. die wahre Prämienreserve nach 4·39% und die rechnungsmäßige Prämienreserve nach 3·89%. In der Praxis genügt es, nur die letztere zu berechnen. Dieselbe enthält alsdann sowohl die wahre Prämienreserve als die Sicherheitsreserve. Ein Mehrzins von 0·5% erhöht die Prämienreserve, wie schon bemerkt, um etwa 8%, aber natürlich kann man eine noch größere Sicherheit verlangen. Wegen der langsamen Variation des ausgeglichenen effektiven Zinsfußes scheint mir jedoch 0·5% Mehrzins vollkommen genügend. Das oben genannte schwedische Versicherungsgesetz verlangt nur 5 Prozent der Prämienreserve als Sicherheitsfond, wobei freilich die Regierung den rechnungsmäßigen Zinsfuß ein- für allemal und ohne Rücksicht auf etwaige Änderungen in der Zukunft bestimmt.

Daß die oben geplante Berechnung einer wahren Prämienreserve, welche sich alljährlich den kleinen säkularen Schwankungen des effektiven Zinsfußes anschmiegt, und eine Sicherheitsreserve mit konstantem Mehrzins sich ohne allzu große Mühe durchführen läßt, habe ich praktisch geprüft. Es war nämlich meine Absicht, diesen Vorschlag der Direktion der Svenska Lif vorzulegen, wir haben aber geglaubt, daß die Regierung wegen des neuen Versicherungsgesetzes diese Methode nicht billigen würde und haben deshalb von diesem Plane Abstand genommen.

Die Übelstände der jetzt vorgeschriebenen Methode mit einem während längerer Zeiten konstanten rechnungsmäßigen Zinsfuß, welchen man nötigenfalls sprungweise ändert und folglich mit veränderlicher und willkürlicher Sicherheit, sind aber so augenscheinlich, daß sie nicht weiter hervorgehoben zu werden brauchen.

VI. Die Gefahr der gegenwärtigen Tendenz zur Steigerung der Unkosten. Sparsamkeit und Gewinnverteilung als eine moralische Sicherheitsreserve.

Es ist eine allgemeine Klage unter den Lebensversicherungsmännern, daß die Unkosten und besonders die Akquisitionskosten allmählich zunehmen. In der Tat ist es eine wichtige Aufgabe der Direktion einer Gesellschaft, diese Tendenz zur Steigerung so weit als möglich zu bekämpfen. Denn die Unkosten können nicht ohne Gefahr für die Solidität über eine gewisse Grenze zunehmen. Wegen der großen Konkurrenz der vielen Gesellschaften sind in den letzten Jahrzehnten die Akquisitionskosten wenigstens in Schweden riesig angewachsen. Mehrere jüngere Gesellschaften haben seit den 1890er Jahren an diesem Felsen gescheitert und sind genötigt gewesen, ihren Versicherungsbestand älteren und solideren Gesellschaften zu überlassen, freilich ohne Nachteil der Versicherten, aber zum großen Verlust für diejenigen, welche als Garanten, Verleger und Direktion die junge Gesellschaft gestiftet hatten. Unter solchen Umständen ist es nötig, die maximalen Unkosten genau zu berechnen und dieselben keinesfalls zu überschreiten. Diese wichtige Frage wurde von dem im Jahre 1904 hingschiedenen *Johan Bäckman*, Direktor der Svenska Lif von 1892 bis 1904, gründlich studiert und in dem von ihm veröffentlichten Buche „Populär Handbok i Lifförsäkring, Stockholm 1899“ (Gemeinverständliches Handbuch der Lebensversicherung, Stockholm 1899) behandelt, indem das letzte Kapitel eine genau ausgearbeitete „Geschäftsrechnung für den Versicherungsbetrieb“ enthält, wo die Sicherheitsgrenzen der Unkosten angegeben werden. Es ist aber gegenwärtig

nicht hinreichend, wenigstens in Schweden, sich unterhalb der Grenze zu befinden, es ist überdies nötig, eine besondere Sparsamkeit zu beobachten. Denn wegen der großen Konkurrenz ist es vielen Gesellschaften schwer, die Versicherungskandidaten an sich zu ziehen und die schon Versicherten zu behalten, wenn die Gesellschaft nicht den größtmöglichen Gewinn den Versicherten zugute kommen lassen kann. In der Tat arbeiten gegenwärtig diejenigen Gesellschaften mit dem besten Erfolg, welche eine vorzügliche Gewinnverteilung darbieten. Dieser Gewinn ist folglich gewissermaßen auch eine unentbehrliche moralische Sicherheitsreserve. Freilich hat man auch mit billigeren Prämien ohne Gewinnanteil Versuche gemacht, aber nur mit geringem Erfolg. Dies ist ein Beweis des gesunden Geschäftsgefühls des Publikums, denn tatsächlich geben die höheren Prämien mit Gewinnanteil eine größere Solidität und gleichmäßigere Verteilung des gesparten Geldes unter die Versicherten als die billigeren Prämien ohne Gewinnanteil.

The problem of the mathematical risk; special reserves of Insurance Companies and Pension Funds.

By Nils Ekholm, Stockholm.

The problem of the mathematical risk can be a triple one; 1. an investigation based upon the law of probability into chance deviations of actual from expected mortality, rate of interest or expenses; 2. a purely historical consideration of such deviations, whereby in fact "force majeure" as earthquake &c., would alone be important; 3. investigations into the laws of periodical fluctuations of mortality, rate of interest and expenses. Every one of the said contingencies should be made by special reserves of individual character which are defined and discussed in the report. Finally, owing to the strong competition and the consequent growth of expenses, especially cost of new business, utmost economy in administration combined with most favorable participating plans seem indispensable in order to further the production of new business and secure the continuance of contracts in force; the solidity thus arrived at could be considered duly as a moral guarantee fund.

Le problème du risque mathématique; les réserves de garantie des institutions d'assurances et de caisses de retraite.

Par Nils Ekholm, Stockholm.

Le problème du risque mathématique peut être de triple nature; il peut consister ou 1^o dans un examen, d'après les lois du calcul des probabilités, des déviations accidentelles de la mortalité, du taux d'intérêt et des frais ou 2^o dans une considération des dites déviations au point de vue purement historique (dans ce cas on arriverait à n'attribuer une importance particulière qu'aux „forces majeures“, comme tremblements de terre, etc.), ou 3^o dans la recherche des lois des fluctuations périodiques de la mortalité, du taux d'intérêt et des frais. Chacune de ces fluctuations donne lieu à la constitution de certaines réserves spéciales qui sont définies et discutées dans le rapport. Enfin, la forte concurrence dans l'industrie des assurances, tout en augmentant excessivement les frais généraux et surtout les frais de la nouvelle production, rend indispensable la plus haute économie dans l'administration. De même les Compagnies sont obligées à favoriser les assurés, dans la mesure du possible, par les systèmes de participation dans les bénéfices, afin d'assurer la souscription de nouvelles affaires et la conservation du portefeuille en cours. Voici des cautions de solidité qu'on pourrait considérer dûment comme réserves de garantie morales.

Il problema del rischio matematico; le riserve di garanzia degli istituti d'assicurazione e delle casse pensioni.

Nils Ekholm, Stoccolma.

Il problema del rischio matematico può essere di triplice natura; può cioè consistere 1. in un esame, secondo le leggi del calcolo delle probabilità, delle deviazioni accidentali della mortalità, del tasso d'interesse e delle spese, oppure 2. in una considerazione delle dette deviazioni dal punto di vista puramente storico (in questo caso si perverrebbe a non attribuire una importanza speciale che alle „forze maggiori“, come terremoti, ecc.), oppure 3. nella ricerca delle leggi delle oscillazioni periodiche della mortalità, del tasso d'interesse e delle spese. Ciascuna di queste oscillazioni dà luogo alla costituzione di certe riserve speciali, che vengono definite e discusse nel rapporto.

Infine la forte concorrenza nell'esercizio delle assicurazioni, pur aumentando eccessivamente le spese generali e soprattutto le spese di nuova produzione, rende però indispensabile la più grande economia nell'amministrazione. Le Compagnie sono parimente obbligate a favorire gli assicurati, nella misura del possibile, con i sistemi di partecipazione ai benefizi, al fine di assicurare la stipulazione di nuovi affari e la conservazione del portafoglio in corso. Ecco dei pegni di solidità, che si potrebbero debitamente considerare quali *riserve* di garanzia *morali*.

IV. — G₂.

Über die Theorie der Rückversicherung.

Von **Filip Lundberg**, Stockholm.

1. Die Problemenlage.

Den Begriff Rückversicherung in ausgedehntem Sinne fasse ich so auf, daß die Rückversicherung sowohl in der die Versicherung direkt übernehmenden Anstalt selbst als auch in einem außenstehenden Geschäftsunternehmen gedeckt werden kann. Die erstere Art von Rückversicherung betrifft somit die Prinzipien der internen Verwaltung gewisser Fonds der in Frage stehenden Anstalt, welche in der Regel Reservefonds, Sicherheitsfonds, Gewinnregulierungsfonds oder dergleichen benannt werden, zur Unterscheidung von Prämienreserve und Gewinnreserve in der Lebensversicherung.

Vom versicherungsmathematischen Gesichtspunkt aus ist der Unterschied zwischen diesen beiden Arten der Rückversicherung in der Tat nur gering. In beiden Fällen bildet der Direktversicherungsverkehr (mit dessen Prämienreserven und Gewinnreserven) eine Einheit — den Rückversicherungsnahmer — welche Rückversicherung nachsucht, in ersterem Falle in der nämlichen Anstalt, in letzterem bei einem außenstehenden Geschäftsunternehmen.

Der Zweck der Rückversicherung ist im allgemeinen ein doppelter, und zwar hat sie erstens als ein Glied in den Vorkehrungen zur Konsolidierung der Direktversicherung zu dienen; zweitens soll sie zu einem guten Gewinnausgleich beitragen. Effektiv wird die Rückversicherung demnach, je nachdem sie diesen beiden Zwecken zu nützen vermag.

Aus der Rückversicherung erwachsen indessen dem Direktversicherer immer noch Ungelegenheiten, dadurch daß dieselbe gewisse Kosten bedingt.

Eine Rückversicherungsmethode ist folglich von den folgenden Gesichtspunkten aus zu beurteilen, und zwar unter Berücksichtigung:

1. des Zuschusses an Solidität, welcher dem Direktversicherer durch die Rückversicherung verliehen wird.
2. der Bedeutung der Rückversicherung für einen guten Gewinnausgleich, sowie
3. der mit der Rückversicherung verbundenen Kosten.

Ich werde mich im folgenden auf die Versicherungsfrage selbst beschränken, indem ich von demjenigen Einfluß absehen will, welchen etwaige Abweichungen vom berechneten Zinsfuß (einschließlich Kapitalgewinne beziehungsweise -Verluste) und von den berechneten Verwaltungskosten auf den ökonomischen Verlauf ausüben können.

Wie bereits angedeutet, stelle ich mir als Rückversicherungsnehmer einen Versicherungsbestand vor, der zum gemeinsamen Gewinnbeziehungsweise Verlustausgleich vereinigte Versicherungen umfaßt, oder mit anderen Worten Versicherungen, welche derselben Gewinnabteilung angehören. Daraus folgt jedoch keineswegs, daß der vom Versicherungsverkehr herrührende Gewinn den einzelnen Versicherungs-inhabern zugute kommen muß; vielmehr ist die Disposition des Gewinnes eine sekundäre Frage ohne Zusammenhang mit der Theorie der Rückversicherung.

Es erscheint in dieser Verbindung angebracht zu präzisieren, inwiefern der Zweck der Rückversicherung von einem theoretischen Gesichtspunkte aus erreicht werden kann. Die Solidität kann der absoluten Sicherheit beliebig nahe gebracht werden, weshalb die Bestimmung der Grenze, die man sich in dieser Beziehung setzen sollte, eine reine Kostenfrage ist. Dagegen ist die Möglichkeit zur Erreichung eines *guten* Gewinnausgleiches immer begrenzt. Das Ideal darf in der Beziehung gewissermaßen als realisiert betrachtet werden, sobald der Direktversicherungsbestand durch die Rückversicherung derart transformiert worden ist, daß sämtliche Risikosummen (Risikosumme d. h. bei der Lebensversicherung: die Versicherungssumme abzüglich der entsprechenden Prämienreserve) untereinander gleich sind. Es liegt in diesem Zusammenhang nahe zu fragen, inwiefern es berechtigt erscheint, den Total-Versicherungsbestand einer Austalt in verschiedene Gewinnabteilungen aufzuteilen und inwiefern es sich empfehlen dürfte, gleichgestellte Versicherungen in verschiedenen Geschäftsunternehmungen mittels Rückversicherung zum gemeinsamen Gewinnausgleich zu vereinigen suchen. Diese interessante Frage werde ich später noch — wenn auch nur vorübergehend — berühren. Wie dieselbe auch gelöst werden möge, bleibt jedoch die obengenannte Behauptung geltend, daß der beste Gewinnausgleich zu erreichen ist, wenn die Risikosumme der einzelnen unabhängigen Versicherungen im ganzen Versicherungsbestande eine Konstante ist.

2. Kritik der üblichen Rückversicherungsmethode.

Von den genannten Gesichtspunkten aus werde ich nun die übliche Methode der Rückversicherung kurz zu kritisieren suchen. Ich lasse hierbei unberücksichtigt die Rückversicherung in der nämlichen Austalt, welche im Etablieren bestimmter Prinzipien für die Verwaltung gewisser Fonds, sowie Reserve-, Sicherheits- und Gewinnregulierungsfonds vorgesehen ist, weil die Verwaltungsregeln gewöhnlich ohne Rücksicht auf eine mathematische Theorie für die Rückversicherungsfrage festgestellt werden, vielmehr auf ganz anderen Voraussetzungen basiert sind. Die nachstehende Kritik bezieht sich somit lediglich auf die Rückversicherung in dem gewöhnlichen begrenzten Sinne des Wortes oder auf die Rückversicherung in einem außenstehenden Geschäftsunternehmen.

In der Praxis erfolgt die Rückversicherung so gut wie ausnahmslos in der Form einer Abgabe seitens des Direktversicherers von einem Teil gewisser einzelner Versicherungen an den Rückversicherer, was einen Ausgleich des relativen Betrages der Risikosummen im Versicherungsbestand bedeutet. Dieser Ausgleich der Risikosummen muß erhöhte Solidität und besseren Gewinnausgleich zur Folge haben. Das zur Erreichung dieser Vorteile zu bringende Opfer kann indessen sehr erheblich werden, indem die Rückversicherung ja eine Reduktion des Versicherungsbestandes selbst bedeutet. In vielen Fällen wird die Anwendbarkeit dieser Methode deshalb mit Hinblick auf die Kosten recht begrenzt und im Falle, wo sämtliche Risikosummen im Direktversicherungsbestande untereinander gleich sind, ist die Methode durchaus unanwendbar (auch im gedachten Falle kann nämlich Rückversicherung vonnöten werden und zwar, wenn die Anzahl von Versicherungen eine verhältnismäßig geringe ist). Ferner ist zu bemerken, daß es zur Erreichung *des bestmöglichen Gewinnausgleiches* nötig sein würde, sämtliche Risikosummen auf die Höhe der niedrigsten in dem Bestande zu ermäßigen.

Schließlich möchte ich betonen, daß die übliche Rückversicherungsmethode in der Praxis gewöhnlich angewandt wird, ohne daß man sich völlig klar macht, was durch die Rückversicherung in der Tat zu gewinnen steht. Es genügt nämlich nicht das Bewußtsein, daß der Versicherungsverkehr durch die Rückversicherung an Solidität und an Gewinnausgleich gewinnt: es muß außerdem in Erwägung gezogen werden, ob die Vorteile auch quantitativ im Verhältnis zu den mit der Rückversicherung verbundenen Kosten stehen.

Daß die gebräuchliche Rückversicherungsmethode eine ganz unvollkommene ist, dürfte bereits durch vorstehendes zur Evidenz dar-

gelegt sein. Die aktuelle Rückversicherungsfrage gibt daher auch nicht eine Kritik der üblichen Methoden, sondern die Anbahnung neuer Wege für die Praxis durch eine positive Lösung der theoretischen Frage.

3. Die Gewinnausgleichsfrage in der Rückversicherung.

Zunächst möchte ich mich ein wenig bei der — in diesem Zusammenhang — einfacheren Frage des Gewinnausgleiches aufhalten, bevor ich die auf die Solidität unter verschiedenartigen Rückversicherungsbedingungen Bezug habende Hauptfrage zur Erörterung aufnehme.

Wie schon oben nachgewiesen, ist der beste Gewinnausgleich zu erzielen, wenn der ursprüngliche Versicherungsbestand in einen Versicherungsbestand mit konstanter Risikosumme umgewandelt wird. Durch die übliche Rückversicherungsmethode ist dies freilich *möglich*, in der Praxis hingegen kaum durchführbar wegen der dadurch in den meisten Fällen eintretenden erheblichen Reduktion des Versicherungsbestandes.

Unter Beibehalt der Höhe des Versicherungsbestandes wäre jedoch eine derartige Umwandlung möglich, vorausgesetzt, daß sich mit dem Rückversicherer eine Abrede treffen ließ, darauf ausgehend, daß letzterer dem Direktversicherer den eventuellen Überschuß der verfallenen Risikosummen über die Mittelrisikosumme vergütete und andererseits den eventuellen Ausfall zwischen der verfallenen Risikosumme und der Mittelrisikosumme für sich appropriieren dürfte. (Eine Definition des Begriffes „Mittelrisikosumme“ erfolgt später in diesem Abschnitt.) Eine dahingehende Abrede wäre natürlich eine Netto-Aufmachung, welche in dieser Eigenschaft einer ergänzenden Bestimmung bedürfen würde, wodurch dem Rückversicherer ein gewisser Kosten- und Sicherheitszuschlag zuerkannt werden könnte.

Zur Beurteilung der Möglichkeit eines Rückversicherungsvertrages gedachter Art und darunter des Momentes der Kosten (in der Form von Sicherheitsprämie etc.) bedarf es einer Untersuchung teils von den Eigenschaften des rückversicherten Risikos aus den Gesichtspunkten der Wahrscheinlichkeitslehre, teils von der Möglichkeit zur Erlangung einer zuverlässigen statistischen Grundlage für die ökonomische Tragweite des Rückversicherungsvertrages und teils noch von der Ausführbarkeit in der Praxis der dem Vertrage zugrunde zu legenden versicherungstechnischen Berechnungen.

Die letztgenannte Voraussetzung dürfte, wenigstens in Betreff der Lebensversicherung, nicht zu schwer zu erfüllen sein. Die relative Zusammensetzung des Versicherungsbestandes ändert sich in den meisten Fällen ziemlich regelmäßig, abgesehen von den Einflüssen

vereinzelter großer Versicherungen. Der Einfluß solcher Versicherungen auf die Mittelrisikosumme ist ferner ganz leicht zu kalkulieren, weshalb die Mittelrisikosumme und deren Schwankungen mit ziemlich großer Genauigkeit sollten geschätzt werden können. Weiters ist zu berücksichtigen, daß der Rückversicherungsvertrag nicht notwendigerweise die *wirklichen* Risikosummen bloßzustellen braucht; anstatt dessen könnte man sich über für die verschiedenen unabhängigen Versicherungen im voraus bestimmte fingierte Risikosummen vereinbaren, wenn nur diese für das praktische Bedürfnis befriedigende Näherungswerte der wirklichen Risikosummen bilden.

Der Rückversicherungsvertrag sollte im Verhältnis zum Direktversicherungsverkehr etwas andere Anforderungen an die grundlegende Statistik in der Beziehung stellen, daß es weniger ins Gewicht fallen würde, ob die den Direktversicherungsprämien zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitszahlen genau bekannt sind, als vielmehr ob die Kenntnis von der Abhängigkeit der letzteren von der Risikosumme eine eingehende ist. Besonders in Bezug auf die Lebensversicherung können die Wahrscheinlichkeitszahlen Abweichungen mit der Risikosumme aufweisen, welche darauf beruhen, daß teils größere Versicherungsbeträge gezeichnet werden auf hinsichtlich der Sterblichkeit teilweise verschiedene Personengruppen im Vergleich mit den kleineren Versicherungen, teils die Risikosumme für eine und dieselbe Versicherung mit dem Alter der Versicherung abnimmt, während die Untersterblichkeit (beziehungsweise die Übersterblichkeit) eine größere (beziehungsweise eine geringere) während der ersten als während der folgenden Versicherungsjahre zu sein pflegt. Aus Rücksicht auf den letzteren Umstand dürfte dennoch eine Berichtigung nicht erforderlich sein, weil dem Rückversicherer daraus erhöhte Sicherheit erwachsen muß.

Das Risiko des Rückversicherers beim gedachten Vertrage liegt in den etwaigen Abweichungen von der berechneten Mittelrisikosumme, wogegen der ökonomische Verlauf der Rückversicherung nicht direkt von den Abweichungen von der berechneten Personensterblichkeit — um fortwährend die Terminologie der Lebensversicherung zu benützen — abhängig ist.¹⁾

Die Mittelrisikosumme ist zu bezeichnen mit 'a. Bei einem eingetretenen Todesfalle wird der Rückversicherer für die verfallende

¹⁾ Auch im folgenden bediene ich mich der Terminologie der Lebensversicherung, obgleich die hier behandelte Theorie sich keineswegs besonders auf die Verhältnisse der Lebensversicherung (und zwar der Ablebensversicherung, vergl. Abschnitt 18) bezieht, sondern auch auf andere Versicherungszweige Bezug hat.

Risikosumme a belastet, wogegen derselbe für die Mittelrisikosumme a zu erkennen ist. Das Elementarrisiko des Rückversicherers schließt somit stets einen und nur einen einzigen Todesfall in sich, und ist im übrigen durch die relative Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Risikosummen a charakterisiert, welche Wahrscheinlichkeit an der Hand der grundlegenden Statistik des Direktversicherungsverkehrs sowie an der Hand der Zusammensetzung des Versicherungsbestandes berechnet wird. Sind etwa n Stück verschiedene Werte a_1, a_2, \dots, a_n für die Risikosumme und zeigte es sich, daß die entsprechenden relativen Sterbenswahrscheinlichkeiten p_1, p_2, \dots, p_n ausmachen, so wird die Mittelrisikosumme durch die Gleichung

$$a = a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \dots + a_n \cdot p_n$$

bestimmt.

Die verschiedenen Elementarrisiken sind als voneinander unabhängig zu betrachten, weil man von der durch einen Todesfall eintretenden Veränderung in der relativen Zusammensetzung des Versicherungsbestandes absehen kann.

In der folgenden mathematischen Analyse sind Risiken von vollständig der angegebenen Beschaffenheit unter der Bezeichnung „Spiel der B-Type“ (vergl. die Definitionen unter Abschnitt 21) wiederzufinden und die für „Spiel der B-Type“ dargelegte Theorie kann folglich Anwendung finden bei der Beurteilung des vom Rückversicherer durch gedachten Abschluß übernommenen Risikos, zusammengesetzt von Elementar-Rückversicherungsrisiken der B-Type.

Auf die Anwendung der mathematischen Theorie in Einzelheiten auf die in Frage stehende Rückversicherungstypen werde ich im folgenden noch näher zurückkommen.

4. Die Soliditätsfrage bei der Rückversicherung.

Ich gehe nun zu der Soliditätsfrage über, welche, wie schon gesagt, als die Zentrale in der Theorie der Rückversicherung zu betrachten sein dürfte.

Es fehlt in der Versicherungsbranche im allgemeinen — trotzdem sich der Versicherungsverkehr auf die Gesetze der Wahrscheinlichkeitslehre gründet — die Möglichkeit, die Solidität quantitativ zu schätzen. Freilich kann man bisweilen feststellen, ob zum Beispiel ein auf einen gewissen Fall angewandtes System der Rückversicherung eine höhere Solidität ergibt, als ein anderes auf den nämlichen Fall angewandtes System; allein auf die Frage wegen einer quantitativen Schätzung sei es der relativen oder der absoluten Solidität, ließ sich eine Antwort noch nicht finden. Nichtsdestoweniger scheint es mir,

daß man ohne eine solche quantitative Schätzung der Solidität genügender Anhaltspunkte ermangelt, so daß die ganze Rückversicherungsfrage in der Luft schwebt.

Es ist evident, daß die absolute Solidität eines Versicherungsunternehmens nicht ausschließlich mittels einer Wahrscheinlichkeitszahl meßbar sein kann, weil ja verschiedene der Grundvoraussetzungen sich den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitslehre entziehen. Dagegen kann man sich unter gewissen mit Vorsicht erwählten Voraussetzungen und vereinfachenden Annahmen einen Ziffermaßstab für die Solidität verschaffen. Eine auf solche Weise vorgenommene Schätzung der Solidität kann große Bedeutung haben, wenn auch nicht für die Beurteilung der absoluten Solidität des Unternehmens, so doch wenigstens für die Beurteilung der Solidität gewisser angewandter Geschäftsprinzipien, zum Beispiel eben der Regeln für die Rückversicherung.

Gewisse vereinfachende Voraussetzungen sind bereits durchgeführt worden, indem ich — unter gänzlicher Vernachlässigung der Zins- und Unkostenfragen — die Aufgabe auf die eigentliche Versicherungsfrage beschränke.

Ferner nehme ich an, daß das *ganze* Risiko der Übersterblichkeit an den Rückversicherer versetzt wird. Falls dies für mäßige Kosten geschehen könnte, wäre nämlich einer derartigen *vollständigen* Rückversicherung der Vorzug vor einer partiellen zu geben. Bei *vollständiger* Rückversicherung würde die Solidität der Direktversicherung ganz von der Solidität des Rückversicherers abhängig werden, so daß die theoretische Untersuchung sich auf die Beurteilung des Rückversicherungsverkehrs konzentrieren wird.

Angenommen ferner, daß die Rückversicherung auf Grund einer kontinuierlichen Rückversicherungsprämie erfolgt, so ist es leicht, den Charakter des Elementarrisikos des Rückversicherers zu definieren. Ich betrachte daher den Rückversicherungsverkehr während eines gewissen Zeitelementes dt ; diesem entspricht die totale Rückversicherungsprämie dP . Während des fraglichen Zeitelementes können verschiedene Einzelfälle eintreffen: Es mag sein, daß kein Todesfall eintritt, oder mag sein, daß durch Todesfälle eine oder mehrere Risikosummen von verschiedenem Werte fällig werden. Indessen ist es nicht notwendig, Fälle mit in Betracht zu nehmen, wo mehr wie ein Todesfall eintritt, weil die Wahrscheinlichkeit mehrerer Todesfälle während des Zeitelementes eine kleine Größe höherer Ordnung als dt ist; dementsprechende Termen werden deshalb in den bezüglichen angewandten Formeln bei Übergang zur Grenze verschwinden. Das Elementarrisiko — entsprechend dem Zeitelemente dt — schließt somit in sich die bezüglichen Einzelfälle, daß keine Risikosumme verfällt und daß alter-

nativ sämtliche in dem Versicherungsbestande inbegriffene Risikosummen verfallen. Sämtlichen diesen Einzelfällen entspricht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, welche unter Hinzuziehung der für den Direktversicherungsverkehr grundlegenden Statistik oder etwa einer anderen auf den Rückversicherungsverkehr angewandten Sterblichkeitsstatistik berechnet werden kann.¹⁾ Die Wahrscheinlichkeitszahlen der verschiedenen Einzelfälle, charakterisiert durch die Risikosummen $0, a_1, a_2, \dots, a_n$, können so angegeben werden: beziehungsweise

$$1 - dt, \Sigma P_1, dt, P_1, dt, P_2, \dots, dt, P_n, \text{ wo } P_1, P_2, \dots, P_n$$

endliche von 0 verschiedene Zahlen sind.

Übersterblichkeit während des Zeitelementes und dabei die Ersatzpflicht des Rückversicherers treten ein, sobald ein Todesfall entsprechend jedweder der Risikosummen eintrifft. Die berechneten Todesfallkosten für das Zeitelement müssen nämlich unter allen Umständen nach 0 konvergieren mit abnehmenden Werte von dt . Das Elementarrisiko des Rückversicherers ist in der Tat der Art, welche in der mathematischen Abteilung unter der Benennung „Spiel der A-Type“ analysiert wird, (vergl. die Definition im Abschnitt 20), weil auch die Bedingung, daß die Elementarrisiken voneinander unabhängig sind, als erfüllt zu betrachten ist. (Vergl. die Erörterung über die Rückversicherungsrisiken der B-Type im vorstehenden Abschnitt.) Wegen der Analogie mit dem Spiel der A-Type bezeichne ich die vorliegenden Rückversicherungsrisiken: „Risiken der A-Type“.

5. Doppelte Rückversicherung.

Ausgehend einerseits von dem Gesichtspunkte des Gewinnausgleiches und andererseits von demjenigen der Solidität habe ich zwei verschiedene Prinzipien für die Rückversicherung konstruiert. Beide Prinzipien können indessen kombiniert werden, wodurch der doppelte Zweck zu erreichen wäre, teils den bestmöglichen Gewinnausgleich zu erhalten, teils das ganze Übersterblichkeitsrisiko an den Rückversicherer zu versetzen. Ich stelle mir hierbei eine Rückversicherung in zwei Reprisen vor; *die erstere Reprise* stellt die Umwandlung des Direktversicherungsbestandes in einen ebenso großen Bestand mit konstanter Risikosumme dar, d. h. Erhöhung sämtlicher kleinerer Risikosummen und Ermäßigung sämtlicher größerer Risikosummen auf die Mittelrisikosumme. *Die zweite Reprise* der Rückversicherung betrifft die

¹⁾ Die Soliditätsschätzung sollte eigentlich von der größeren oder geringeren Unsicherheit betreffend die grundlegende Statistik abhängig gemacht werden; ich werde in die Lage kommen, im Abschnitt 17 diesen Fall näher zu besprechen.

Versetzung von dem ganzen Risiko der Übersterblichkeit im umgewandelten Bestande an den Rückversicherer. Die erstere Reprise der Rückversicherung ist eben die im Abschnitt 3 beregte Rückversicherung der B Type. Die letztere Reprise stellt die Rückversicherung der A-Type dahin vereinfacht dar, daß die verschiedenen Elementarrisiken nur die Möglichkeit einer einzigen Risikosumme in sich schließen (= Mittelrisikosumme des ursprünglichen Versicherungsbestandes). Die beiden Gattungen der Rückversicherung können einerlei von einem und demselben oder ganz oder teilweise von mehreren Rückversicherern angenommen werden.

6. Prinzipien des Rückversicherungsvertrages.

Die für das ökonomische Verhältnis zwischen dem Direktversicherer und dem Rückversicherer maßgebenden Regeln sind zu basieren einerseits aus ökonomischen Rücksichten auf die Interessen eines jeden der beiden Kontrahenten, andererseits auf das Ermöglichen einer ziffermäßigen Schätzung von der Solidität des Rückversicherungsverkehres. Bei der Aufstellung der allgemeinen Grundprinzipien für den Rückversicherungsvertrag gehe ich aus diesem Anlaß von den allgemeinen Voraussetzungen aus, welche der nachstehenden mathematischen Analyse zugrunde liegen und untersuche, inwiefern sich im Rahmen dieser Voraussetzungen eine aus ökonomischem Gesichtspunkte und in Bezug auf die Solidität befriedigende Lösung der Frage konstruieren läßt.

Das für die Rückversicherung Grundlegende sollte gemäß der mathematischen Analyse die Bildung eines Fonds sein — des Rückversicherungsfonds (= des Spielfonds in der mathematischen Analyse) — welcher nach a priori festgestellten Regeln zu verwalten wäre. Die Solidität würde dann auf der anfänglichen Größe dieses Fonds und auf den dafür festgestellten Verwaltungsregeln, daneben natürlich auch auch auf der Beschaffenheit der rückversicherten Risiken beruhen, wogegen die Solidität von der absoluten Größe des rückversicherten Bestandes unabhängig wäre.

Die Unkosten- und Zinsenfragen wären auch von der Rückversicherungsanstalt für ihren Teil gänzlich dem Rückversicherungsgeschäfte fern zu halten, wodurch der Betrag des Rückversicherungsfonds ganz unberührt bleibt von dem ökonomischen Erfolg der entsprechenden Verwaltungszweige.

Die Prinzipien für die Verwaltung des Rückversicherungsfonds sind kurz so zusammenzufassen:

Sämtliche Netto-Rückversicherungsprämien (einschließlich des Sicherheitszuschlages) sind dem Rückversicherungsfonds zu dotieren. Jede dem Rückversicherer obliegende Ersatzpflicht ist aus Mitteln des

Rückversicherungsfonds zu entrichten. Ferner ist gemäß einer a priori-schen Regel der „Rückversicherungsgewinn“ (= Untersterblichkeitsgewinn bei Rückversicherungsrisiken der A-Type) von dem Rückversicherungsfonds abzuschreiben.

Das Zinseneinkommen des Rückversicherungsfonds soll dagegen nicht im nämlichen Fonds verbleiben, sondern unter allen Umständen den Geschäftseigentümern zur Verfügung gestellt werden, also auch im Falle wo der Rückversicherungsverkehr, selbst während der Fiskalperiode, Verlust ergeben hat.

Als eine Konsequenz der Verwaltungsprinzipien für den Rückversicherungsfonds wird es geboten, gewisse allgemeine ökonomische Prinzipien für den Rückversicherungsvertrag einzuführen. So sollte der Rückversicherungsvertrag folgende gegenseitige ökonomische Verpflichtungen enthalten:

1. Der Direktversicherer bezahlt für die Rückversicherung:

Bei Risiken der A-Type	Bei Risiken der B-Type
a) die Netto-Rückversicherungsprämie (dem Rückversicherungsfonds zu dotieren);	a) die Mittelrisikosumme (dem Rückversicherungsfonds zu dotieren);
b) die Sicherheitsprämie (dem Rückversicherungsfonds zu dotieren) und	b) die Sicherheitsprämie (dem Rückversicherungsfonds zu dotieren) und
c) die Rückversicherungsgebühr. ¹⁾	c) die Rückversicherungsgebühr. ¹⁾

2. Der Direktversicherer erhält vom Rückversicherer (vom Rückversicherungsfonds abzuschreiben):

- a) Ersatz verfallener Risikosummen und
- b) gänzlich oder teilweise den „Rückversicherungsgewinn“.

Der Vertragsmodus selbst deutet auf die Möglichkeit hin, die Rückversicherung dem Rückversicherer ökonomisch zufriedenstellend zu machen, da ja die Geschäftseigentümer — außer den Selbstzinsen des Rückversicherungsfonds (ungekürzt unter allen Umständen) — noch genießen werden teils die „Rückversicherungsgebühr“, deren Größe unabhängig von der Soliditätsfrage bestimmt werden kann, teils eventuell einen größeren oder kleineren Teil des Rückversicherungsgewinnes.

Inwiefern der Rückversicherungsvertrag sich dem Direktversicherer gegenüber ökonomisch zufriedenstellend gestalten kann, läßt

¹⁾ Die Rückversicherungsgebühr soll dem Rückversicherer als Deckung seiner Verwaltungskosten und als Beitrag zur Verzinsung des von ihm dem Rückversicherungsfonds überwiesenen Garantiekapitals dienen.

sich in der gegenwärtigen Lage der Frage nicht beurteilen, weshalb ich diese Frage später durch die Anwendung detaillierterer Vertragsbestimmungen zur Behandlung aufnehmen werde.

7. Rückversicherungsrisiken der A-Type.

Ich werde hier noch ausführlicher auf die Einzelheiten des Vertrages eingehen und möchte mit den Rückversicherungsrisiken der A-Type den Anfang machen.

Das ökonomische Verhältnis zwischen den Kontrahenten ist nach Maßgabe des im vorstehenden Abschnitte skizzierten Schemas durch die folgenden Faktoren zu bestimmen:

- a) durch den *Sicherheitszuschlag*, welchem die Form eines prozentweisen Zuschlages zu geben ist zu der Netto-Rückversicherungsprämie P , welche Prämie gleich der Summe der Risikoprämien sämtlicher einzelner Direktversicherungen ist. Die Netto-Rückversicherungsprämie zuzüglich des Sicherheitszuschlages ist also durch λP auszudrücken, wo λ ein konstanter Faktor > 1 ist;
- b) durch die *Rückversicherungsgebühr*, welche eine gewisse zum Beispiel jährliche Abgabe an den Rückversicherer ist;
- c) durch die *Berechnungsweise für den Rückversicherungsgewinn*, definiert durch eine Funktion der Form $\beta \cdot e^{\alpha(x-x_0)}$: α und β sind positive Konstanten, letztere ≥ 1 , x bezeichnet den Betrag des Rückversicherungsfonds im Augenblick, wo Rückversicherungsgewinn abzuschreiben ist; solche Abschreibung hat voraussichtlich kontinuierlich zu erfolgen, x_0 repräsentiert den Anfangswert des Rückversicherungsfonds, d. h. den Zinsfuß an Garantiekapital seitens des Rückversicherers zum Rückversicherungsfonds;
- d) durch die *Regeln für die Verteilung des Rückversicherungsgewinnes* unter dem Direktversicherer und dem Rückversicherer.

Die unter b) und d) beregten Faktoren bleiben ohne Einfluß auf die Verwaltung des Rückversicherungsfonds und folglich auch auf die Soliditätsfrage. Die Konstanten λ , α und β bestimmen den Rückversicherungsvertrag, je nachdem letzterer die Verwaltung des Rückversicherungsfonds und die Solidität berührt.

Nach der mathematischen Theorie soll die Abschreibung des Rückversicherungsgewinnes nur in Fällen, wo der Rückversicherungsfonds einen größeren Betrag erreicht als an jedem früheren Zeitpunkt erfolgen.¹⁾ Diese Regel bedeutet in der Tat nur, daß die

¹⁾ Diese Bestimmung wird indessen Gegenstand einer anderen Auslegung im Falle, wo mehrere unabhängige Rückversicherungsverträge auf einem gemeinsamen Rückversicherungsfonds basieren. (Vergl. Abschnitt 12.)

Fiskalperiode nicht auf einen gewissen Zeitraum fixiert ist, daß aber die Geschäftslage kontinuierlich und zwar mit dem Beginn der Fiskalperiode stets an den Zeitpunkt für das Inkrafttreten des Rückversicherungsvertrages verlegt beurteilt wird. Von dem vorhandenen Brutto-Rückversicherungsgewinn (= dem Zuwachse des Rückversicherungsfonds vom Zeitpunkt an gerechnet, wo Rückversicherungsgewinn zuletzt abgeschrieben wurde,) soll ein Teil dem Rückversicherungsfonds erhalten bleiben, wogegen der andere Teil, welcher ausschließlich mit der Bezeichnung „Rückversicherungsgewinn“ gemeint wird (zur Unterscheidung von „Brutto-Rückversicherungsgewinn“), *definitiv* vom Fonds abzuschreiben ist.¹⁾

Das Verhältnis zwischen dem fundierten Rückversicherungsgewinne und dem Brutto-Rückversicherungsgewinne wird bestimmt durch den Bruch $1:\beta \cdot e^{\alpha(x-x_0)}$. Dem Zuwachs des Rückversicherungsfonds von x_0 (beim Anfang des Vertrages) bis zum Betrage $x_1 (> x_0)$, entsprechen folglich ein gesamter Brutto-Rückversicherungsgewinn

$$= \int_{x_0}^{x_1} \beta \cdot e^{\alpha(x-x_0)} \cdot dx = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \{e^{\alpha(x_1-x_0)} - 1\}$$

und ein gesamter (abgeschriebener) Rückversicherungsgewinn

$$= \frac{\beta}{\alpha} \{e^{\alpha(x_1-x_0)} - 1\} - (x_1 - x_0).$$

8. Rückversicherungsrisiken der B-Type.

Falls die Rückversicherungsrisiken von der B-Type sind, wird das Verhältnis zwischen dem Direktversicherer und dem Rückversicherer von den folgenden Faktoren bestimmt:

- a) vom *Sicherheitszuschlag*, der prozentweise auf die Mittelrisikosumme zu formulieren ist. Der Sicherheitszuschlag für ein ge-

¹⁾ In der mathematischen Analyse ist eine kontinuierliche Abschreibung des Rückversicherungsgewinnes vorgesehen, doch muß in der Praxis die Vereinbarung zwischen dem Direktversicherer und dem Rückversicherer natürlich für bestimmte Fiskalperioden getroffen werden. Dabei kann mit der Schätzung des gesamten Rückversicherungsgewinnes, der sich durch kontinuierliche Verrechnung ergeben haben würde, entweder zurückgerechnet werden, oder aber es genügt, den Rückversicherungsgewinn lediglich auf Basis des eventuellen während der Periode erfolgten *algebraischen* Fondszuwachses zu berechnen. Im letzteren Falle bekommt man im allgemeinen einen zu niedrigen Wert für den Rückversicherungsgewinn (nie einen zu hohen), befindet sich also auf der hinsichtlich der Solidität *sicheren Seite*.

wisses Elementarrisiko wird demnach so ausgedrückt μ^{1a} ($1a =$ der Mittelrisikosumme), wo μ eine positive Konstante ist:

- b) von der *Rückversicherungsgebühr*, bestimmt nach denselben Prinzipien, die für Rückversicherungsrisiken der A-Type maßgebend sind;
- c) von der *Berechnungsweise für den Rückversicherungsgewinn*, bestimmt durch eine Funktion $\beta \cdot e^{\alpha(x-x_0)}$ gemäß genau denselben Prinzipien wie bei Rückversicherungsrisiken der A-Type;
- d) von den *Regeln für die Verteilung des Rückversicherungsgewinnes* unter dem Direktversicherer und dem Rückversicherer.

Die im vorhergehenden Abschnitte enthaltenen Erörterungen über Rückversicherungsrisiken der A-Type sind im übrigen auch auf solche der B-Type anwendbar.

9. Formeln für die Berechnung der Soliditätszahl.

Die Solidität einer Rückversicherung wird durch eine Wahrscheinlichkeitszahl bestimmt, die in der mathematischen Abteilung die „Soliditätszahl“ genannt wird. Diese Zahl drückt so zu sagen die Wahrscheinlichkeit aus, daß der Rückversicherer unter den vorhandenen Bedingungen solvent ist und an jedem künftigen Zeitpunkt solvent bleiben wird (d. h. daß der Betrag des Rückversicherungsfonds > 0 ist), wie lange Rückversicherung auch gemäß des geschlossenen Vertrages (beziehungsweise der Verträge) erteilt werden möge. (Vergl. die Definition im Abschnitte 19.)

In der mathematischen Abteilung werden die beiden Fälle behandelt, welche in Betracht kommen, wenn entweder jede Direktversicherungsgruppe (= Gewinnabteilung) ihren eigenen Rückversicherungsfonds besitzt oder wenn der Fonds für mehrere Gruppen ein gemeinsamer ist.

Meine Absicht ist indessen zunächst diejenige, die Abhängigkeit der Soliditätszahl von der Größe des Sicherheitszuschlages, ferner vom Anfangsbetrag des Rückversicherungsfonds (= dem Garantiekapitale) und vom Prinzip für die Berechnung des Rückversicherungsgewinnes (d. h. von den Konstanten α und β , welche die Funktionsform $\beta \cdot e^{\alpha(x-x_0)}$ bestimmen.) nachzuweisen, weshalb ich mich bis auf weiteres der einfacheren, auf Fälle, wo jede Direktversicherungsgruppe ihren besonderen Rückversicherungsfonds hat, anwendbaren Formeln bedienen werde.

Die fraglichen Formeln sind in der mathematischen Abteilung unter (15) wiederzufinden (betreffend sowohl Risiken der A-Type wie solche der B-Type) sowie unter (A 11) beziehungsweise (B 11).

Gemäß dieser Formeln ist die Soliditätszahl $\Sigma(x_0)$ durch die Gleichung:

$$\Sigma(x_0) = 1 - \frac{R \beta}{R - \alpha} e^{-R \cdot x_0} {}^1)$$

bestimmt, wo R eine Konstante ist, welche für Risiken der *A-Type* durch die Gleichung:

$$\lambda \cdot {}^1a \cdot R = \int_0^{\infty} \{e^{Ra} - 1\} \cdot p(a) da$$

und für Risiken der *B-Type* durch die Gleichung:

$$e^{\mu \cdot {}^1a R} = \int_0^{\infty} e^{R(a - {}^1a)} p(a) da$$

definiert wird.

$p(a)$ bestimmt in beiden Fälle die Wahrscheinlichkeit, daß ein eingetretener Todesfall eine Risikosumme verschiedenen Wertes (a) erledigen wird. (Vergl. übrigens die ausführliche Definition von $p(a)$ in den Abschnitten 20 und 21.)

Wenn der Sicherseitszuschlag eine verhältnismäßig geringe Größe ist, kann man sich mit denjenigen Werten für R begnügen, welche sich als erste Annäherung durch Entwicklung in eine Potenzserie von R ergeben. Man findet dann, daß

$$R = \frac{2(\lambda - 1) \cdot {}^1a}{2a}, \text{ geltend für Risiken der } A\text{-Type, und}$$

$$R = \frac{2\mu \cdot {}^1a}{2a - {}^1a^2}, \text{ geltend für Risiken der } B\text{-Type, wo}$$

$${}^1a = \int_0^{\infty} a \cdot p(a) \cdot da; \quad {}^2a = \int_0^{\infty} a^2 \cdot p(a) \cdot da.$$

Wie aus obigen Formeln ersichtlich, ist die Solidität in sehr hohem Grade vom Anfangswert des Rückversicherungsfonds (gleich dem Garantiekapital, abhängig und in ungefähr gleichem Grade vom

¹⁾ Diese Formel ergibt so wie die übrigen angewandten analogen Formeln einen etwas zu niedrigen Wert für die Soliditätszahl. Dennoch ist das Gleichheitszeichen, ohne ausdrückliche Reservation in jedem einzelnen Fall, angewandt, weil die Formel lediglich approximativen Charakter hat.

Sicherheitszuschlage. Die Solidität ist ebenso, wenngleich in geringerem Grade, von der Wahl der Konstanten α und β abhängig (es muß eine Voraussetzung sein, daß immer $\alpha < R$).

10. Anwendung der Formeln für die Berechnung der Soliditätszahl unter verschiedenen Rückversicherungsbedingungen.

Wenn man davon ausgeht, daß die Solidität einer Versicherungsanstalt mittels einer Wahrscheinlichkeitszahl geschätzt werden kann, welche Ziffergrenze ist dabei als die niedrigst zulässige aufzustellen?

Wird z. B. die Solidität durch eine Wahrscheinlichkeitszahl 0.999 ausgedrückt, so bedeutet dies, daß unter einer sehr großen Anzahl völlig gleichartiger Anstalten, welche unter völlig gleichen Verhältnissen arbeiten, die 999 von 1000 ihre Solvenz beibehalten, gleichviel wie lange die Wirksamkeit in den bezüglichen Anstalten fortzusetzen wäre.

Welche Zahl als die untere zulässige Grenze der „Soliditätszahl“ zu betrachten wäre, muß stets etwas willkürlich und gewissermaßen von den ökonomischen, mit den verschiedenen Grenzwerten verknüpften Forderungen abhängig sein. Offenbar können aber nur *wesentliche* Unähnlichkeiten bei den die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz ausdrückenden Zahlen auf das Urteil über die absolute Solidität einwirken. Ist beispielsweise die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz in einem Falle ein Milliontel und in einem anderen zwei Milliontel, so dürfte — obgleich die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz im letzteren Falle zweimal so groß ist wie im ersteren — die Ansicht über die absolute Solidität der Unternehmungen in den beiden Fällen ungefähr dieselbe sein. Ist die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz dagegen in den beiden Fällen ein Milliontel beziehungsweise ein Tausendtel, wird die Ansicht über die Solidität in den beiden Fällen ganz verschieden. Den beregten Umstand möchte ich so charakterisieren, daß das Urteil über die Solidität einer Anstalt von dem „Höhegrad“ der Soliditätszahl bestimmt wird. Aus Vorstehendem läßt sich auch schließen, daß man bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeitszahl sich im Bedarfsfalle mit ziemlich rohen Approximationen begnügen darf. Doch gilt es aufzupassen, damit man sich durch Angabe der unteren Grenze für die Soliditätszahl stets auf der *sicheren* Seite halte.

Wie bereits hervorgehoben, kann die Solidität einer Versicherungsanstalt allerdings nicht ausschließlich durch eine Wahrscheinlichkeitszahl ausgedrückt werden; anstatt dessen finden die oben darge-

legten prinzipiellen Gesichtspunkte ihre Anwendung, sobald es in Frage kommt, auf eine gewisse Minimalsolidität bei der Rückversicherung Anspruch zu machen.

Ich füge hier einige Beispiele bei, welche die Größe der Soliditätszahl unter verschiedenen Rückversicherungsbedingungen darstellen. Sämtliche Beispiele beziehen sich auf denjenigen Fall, wo jede Direktversicherungsgruppe ihren besonderen Rückversicherungsfonds besitzt.

Die Bezeichnungen in den Kolonnenrubriken sind die früher angewandten und zwar repräsentiert:

x_0 den Anfangsbetrag des Rückversicherungsfonds;

R die in den Formeln im Abschnitte 9 angewandte Konstante:

α und β die die Regeln für die Berechnung des Rückversicherungsgewinnes definierenden Konstanten; und

$\Sigma(x_0)$ die Soliditätszahl.

Der Sicherheitszuschlag ist nicht angegeben; anstatt dessen ist die Konstante R als fixiert angenommen, wodurch man die Größe des Sicherheitszuschlages auf Grund der Formeln im Abschnitt 9 ausrechnen kann. Die letzten drei Kolonnen sind mitgenommen, um das Verhältnis zwischen dem Brutto-Rückversicherungsgewinne und dem fundierten Rückversicherungsgewinne zu illustrieren. Die Mittelrisikosumme ist zur Einheit gewählt.

Beisp.	x_0	R	α	β	$\Sigma(x_0)$	$\beta.e^{\frac{\alpha x_0}{20}}$	$\beta.e^{\frac{\alpha x_0}{10}}$	$\beta.e^{\frac{\alpha x_0}{2}}$
I	34.5	0.2	0	1	$1-10^{-3}$	1	1	1
II	69.1	0.2	0	1	$1-10^{-6}$	1	1	1
III	92.1	0.2	0	1	$1-10^{-8}$	1	1	1
IV	138.2	0.1	0	1	$1-10^{-6}$	1	1	1
V	161.2	0.1	0	10	$1-10^{-6}$	10	10	10
VI	161.2	0.1	0.05	5	$1-10^{-6}$	7.5	11.2	281
VII	184.2	0.1	0.05	50	$1-10^{-6}$	80	125	4970

Beispiele I—III illustrieren die Abhängigkeit der Soliditätszahl vom Anfangsbetrage des Rückversicherungsfonds. Sonstige bestimmende Faktoren sind nämlich in diesen Beispielen gleich.

Aus den Beispielen IV—VII geht hervor, welche verschiedenen Ansprüche auf den Anfangsbetrag des Rückversicherungsfonds bei verschiedenartigen Bestimmungen für die Berechnung des Rückversicherungsgewinnes (wo die Soliditätszahl ($= 1-10^{-6}$) nämlich fixiert ist) gestellt werden müssen.

In den Beispielen V und VI ist der Anfangsbetrag des Rückversicherungsfonds derselbe; demnach sind folglich die bezüglichlichen Berechnungsprinzipien für den Rückversicherungsgewinn in Betreff der Solidität äquivalent. Im Beispiele V soll im ganzen Verlauf der Wirksamkeit $\frac{1}{10}$ des sich ergebenden Brutto-Rückversicherungsgewinnes fundiert werden. Im Beispiele VI fängt man an, einen größeren Teil (als im Beispiel V) des Brutto-Rückversicherungsgewinnes zu fundieren, nämlich $\frac{1}{5}$; andererseits reduziert sich der fundierte Teil je nach dem Anwachs des Rückversicherungsfonds derart, daß nur $\frac{1}{7.5}$ oder etwa 13% vom Brutto-Rückversicherungsgewinne fundiert werden, sobald der Fond um 5% vom ursprünglichen Betrag vergrößert ist; weiter nur $\frac{1}{11.2}$ oder etwa 9%, sobald der Fond um 10% vergrößert ist; und nur $\frac{1}{28.1}$ oder etwa 0.35%, sobald der Fond um 50% vergrößert ist u. s. w.

Im Beispiel VII werden höhere Anforderungen als im Beispiel V und VI an das Anfangskapital im Rückversicherungsfonds gestellt, wogegen ein weit niedrigerer Prozentsatz vom Brutto-Rückversicherungsgewinne im Fonds gebunden wird. Es sind nur 2% vom Brutto-Rückversicherungsgewinne, welche vom Anfang an fundiert werden; der Satz nimmt weiter bis beziehungsweise 1.25%, 0.8% und 0.02% ab, sobald der Rückversicherungsfond um beziehungsweise 5, 10 und 50% vom Anfangsbetrag zugenommen hat.

Aus diesen Beispielen scheint hervorzugehen, daß die Kosten des Direktversicherers wegen des fundierten Rückversicherungsgewinnes nicht von großem Belang zu werden brauchen, wenn nur eine passende Wahl von den eingehenden Konstanten α und β getroffen wird. Im Beispiel VII sind diese Kosten so weit, wie man es billigerweise fordern kann, heruntergebracht worden. Später werde ich die Gelegenheit finden, eine nähere Erklärung darüber zu geben, was die höhere Anforderung auf Anfangskapital (z. B. VII im Vergleich mit V und VI) in ökonomischer Beziehung bedeuten kann.

Besonders möchte ich betonen, daß je höher der Sicherheitszuschlag ist, desto größer muß der Rückversicherungsgewinn werden, weshalb der Sicherheitszuschlag nicht ausschließlich als eine Kostenauslage für den Direktversicherer, sondern vielmehr als eine Belastung der grundlegenden Sterblichkeitsstatistik zu betrachten ist.

11. Die Kosten für Rückversicherung.

Ich komme jetzt auf die Frage der Kosten des Direktversicherers für die Rückversicherung zurück. Diese Kostenauslage muß davon bestimmt werden, daß der Rückversicherer eine angemessene Avance auf das Geschäft in Aussicht haben soll. Es ist hierbei klar, daß je größeres Garantiekapital dem Rückversicherungsfonds seitens des Rückversicherers überwiesen worden ist, desto höhere Avance muß er sich auf das Geschäft berechnen.

Gemäß der allgemeinen Prinzipien für den Rückversicherungsvertrag, wie solche im Abschnitt 6 angegeben wurden, darf der Rückversicherer als Gewinn über:

- a) den Selbstzins des Rückversicherungsfonds,
- b) die Rückversicherungsgebühr und
- c) den etwaigen Anteil an dem Rückversicherungsgewinne verfügen.

Die im Moment c) besagte Gewinnquelle lasse ich jedoch unberücksichtigt, weil nach meiner Ansicht entschiedene Gründe dafür bestehen, daß diese Gewinnquelle unabgekürzt dem Direktversicherer (wenigstens bei Rückversicherungsrisiken der A-Type) zugute kommt.

Der Selbstzins des Rückversicherungsfonds wird natürlich je nach der Größe des Fonds variieren. Die Zinsschwankungen werden indessen bei weitem nicht so fühlbar als wie die Schwankungen des Kapitalsbetrages es sein würden im Falle, wo letztere einen Einfluß direkt auf das Einkommen während einer Fiskalperiode ausüben würden, was jedoch unter den gedachten Umständen nicht der Fall zu werden braucht. Beregte Anordnung erscheint somit geeignet, dem Rückversicherer ein ziemlich regelmäßiges Einkommen zu machen, wenn auch die Rückversicherungsrisiken infolge ihrer Beschaffenheit bedeutende Schwankungen in der Größe des Rückversicherungsfonds während einer Fiskalperiode hervorrufen können. Bei dem folgenden Kalkül gehe ich davon aus, daß der Selbstzins des Rückversicherungsfonds ungefähr dem Selbstzins des Anfangskapitales im Rückversicherungsfonds äquivalent ist.¹⁾

Wie hoch die Rückversicherungsgebühr zu normieren ist, bleibt natürlich eine ganz und gar praktische Frage. Verschiedenes spricht indessen dafür, die Rückversicherungsgebühr als eine jährliche in gewissen Prozents auf das für die Rückversicherung disponierte und vom Rückversicherer angelegte Garantiekapital zu berechnende Abgabe zu stipulieren. In den folgenden Anwendungen habe ich mit einer

¹⁾ In der mathematischen Abteilung, Abschnitt 41, wird es angedeutet, wie die mathematische Erwartung des Rückversicherers betreffend den Selbstzins vom Rückversicherungsfonds zu berechnen ist.

jährlichen Rückversicherungsabgabe von 3% auf das Garantiekapital gerechnet, wodurch der Rückversicherer in der Lage wäre, 3% über den Selbstzins hinaus, vom angelegten Kapital zu berechnen.

Wenn im Beispiel VII (Abschnitt 10) 3% jährliche Rückversicherungsabgabe zur Berechnung gelangt, resultiert daraus, daß der Direktversicherer eine Rückversicherungsabgabe gleich 5.53 mal die Mitteleisikosumme zu erlegen hat. Diese Kosten können unter verschiedenen Umständen von ganz verschiedener Bedeutung für den Direktversicherer werden. Steht die Rückversicherung einem (im Verhältnis zu der Mitteleisikosumme) großen Versicherungsbestande gegenüber, so ist die Rückversicherungsabgabe natürlich von geringer Bedeutung; wenn aber die Rückversicherung einen Versicherungsbestand geringen Umfanges betrifft, können die Kosten von recht großem Belang werden.

12. Gemeinsamer Rückversicherungsfonds für mehrere Versicherungsgruppen.

Die Rückversicherungskosten können in beträchtlichem Grade heruntergebracht werden, wenn die Rückversicherung derart geordnet wird, daß mehrere Gruppen sich eines gemeinsamen Rückversicherungsfonds bedienen. In der mathematischen Abteilung, Formel (25), wurde nachgewiesen, daß die Soliditätszahl in diesem Falle durch die Formel

$$\Sigma(x_0) = 1 - \frac{R \beta_1}{R - \alpha_1} \cdot \frac{R \beta_2}{R - \alpha_2} \cdot \dots \cdot \frac{R \beta_m}{R - \alpha_m} \cdot e^{-R x_0}$$

angegeben wird, wo die Konstanten α und β sich auf die verschiedenen Rückversicherungsgruppen beziehen. Die Konstante R sollte am besten für sämtliche eingehende Gruppen eine gemeinsame sein, was zu erreichen stehen dürfte, dadurch daß der Sicherheitszuschlag in passender Weise unter den verschiedenen Gruppen zugemessen wird. Ist die fragliche Konstante nicht dieselbe für sämtliche Gruppen, so ist der kleinste Wert für R in die Formel einzusetzen, wodurch man bei der Berechnung der Soliditätszahl sich auf der „sicheren“ Seite befinden wird.

Es sollte in dieser Verbindung vielleicht ausdrücklich betont werden, daß der Rückversicherungsgewinn für eine jede der verschiedenen Gruppen ganz unabhängig vom ökonomischen Verlauf in den übrigen Gruppen zu berechnen ist (vergl. die Note Abschnitt 7 und die Definition vom Spielgewinn im Abschnitt 38 in der mathematischen Abteilung).

Ich werde nun obige Formel auf den Sonderfall anwenden, wo sämtliche Rückversicherungsgruppen die für Beispiel VII, Abschnitt 10 angegebenen Konstanten haben: $R = 0.1$; $\alpha = 0.05$ und $\beta = 50$. Ein jeder der in die Formel eingehenden Faktoren $\frac{R \beta_i}{R - \alpha_i}$ wird folglich gleich 100. Sei nun die Forderung auf Solidität für die ganze Rückversicherung $1 - 10^{-6}$ oder dieselbe Zahl wie im Betreff der Mehrzahl der bis jetzt durchgeführten Anwendungen. Die Forderung auf Anfangskapital nimmt nach dieser Formel zu, je nach der steigenden Anzahl eingehender Versicherungsgruppen. Die gesamten Kosten an jährlicher Rückversicherungsabgabe wären unter Zugrundelegung der im vorhergehenden Abschnitt 11 gestellten Voraussetzungen 3% vom Anfangskapitale x_0 , und die Kosten für jede Gruppe erhält man einfach durch Division mit der Anzahl der eingehenden Gruppen.

In der nachstehenden Tabelle sind die Kostenziffern für einige Sonderfälle angegeben und um des Vergleiches willen auch die entsprechenden Zahlen für denjenigen Fall, wo die Konstanten für die verschiedenen Gruppen dieselben sind wie für Beispiel VI (im Abschnitt 10) angegeben, das heißt $R = 0.1$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 5$ und ferner $\frac{R \beta_i}{R - \alpha_i} = 10$, beigefügt worden. Die Kosten sind angegeben mit der Mittelrisikosumme als Einheit.

Gruppen- anzahl	Beispiel VII		Beispiel VI	
	Gesamtgebühr der Rück- versicherung	Gebühr per Gruppe	Gesamtgebühr der Rück- versicherung	Gebühr per Gruppe
1	5.53	5.53	4.84	4.84
2	6.91	3.46	5.53	2.77
3	8.29	2.76	6.22	2.07
4	9.67	2.42	6.91	1.73
5	11.05	2.21	7.60	1.52
10	17.95	1.80	11.05	1.11
∞	.	1.38	.	0.69

Durch die obigen Zahlen kann man sich eine Auffassung von derjenigen Erhöhung der Rückversicherungskosten bilden, welche eine Konsequenz von der Zerteilung des Versicherungsbestandes in kleinere Gewinnabteilungen wird; ebenso illustrieren diese Zahlen, welche Ersparnis durch die Vereinigung gleichartiger Risiken aus ver-

schiedenen Versicherungsbeständen in eine gemeinsame Rückversicherungsgruppe möglich ist.

Die Tabelle zeigt ferner den großen Vorteil, welcher durch die Vereinigung mehrerer Rückversicherungsgruppen in denselben Rückversicherungsfonds zu erlangen steht, das heißt mit anderen Worten, daß eine Kooperation unter den verschiedenen Anstalten in Bezug auf die Rückversicherung einen entschiedenen ökonomischen Vorteil bietet vor einer Politik, wonach jede einzelne Anstalt ihre Rückversicherungsbedürfnisse ausschließlich durch eigene Fonds selbst zu befriedigen sucht (vergl. Abschnitt 16).

13. Die Kosten einer doppelten Rückversicherung.

Es ist schon im Abschnitt 5 der Gedanke zum Ausdruck gebracht worden, zwecks Erreichung des bestmöglichen Gewinnausgleiches in zwei Reprisen rückversichern zu lassen: es erübrigt noch zu untersuchen, was eine derartige doppelte Rückversicherung aus dem Gesichtspunkte der Kostenfrage für den Direktversicherer bedeutet.

Mit Ausgangspunkt in der Voraussetzung, daß die Konstante R im voraus zum gleichen Werte für die beiden Reprisen der Rückversicherung fixiert ist, kann der Betrag des Sicherheitszuschlages unter Hinzuziehung der im Abschnitt 9 gegebenen Näherungsformeln berechnet werden:

$$\mu = \frac{R(2a - {}^1a^2)}{2 {}^1a} \quad \text{und} \quad \lambda - 1 = \frac{R {}^1a}{2}$$

Bei Elementarrisiken von der späteren Reprise der Rückversicherung (der A-Type) ist nämlich die Risikosumme konstant $= {}^1a$.

Die Summe der Sicherheitszuschläge ist folglich für die beiden Reprisen

$$\mu + (\lambda - 1) = \frac{R {}^2a}{2 {}^1a} {}^1)$$

oder gleich dem Sicherheitszuschlage bei vollständiger Rückversicherung (der A-Type) in nur einer Reprise.

¹⁾ Der Sicherheitszuschlag μ bedeutet, daß die Sicherheitsprämie für jedes Elementarrisiko (das heißt für jeden Todesfall) mit dem Betrage $\mu {}^1a$ zahlbar ist. Der Sicherheitszuschlag $(\lambda - 1)$ bedeutet, daß die Sicherheitsprämie $(\lambda - 1)$ mal die gesamte Risikoprämie für den Versicherungsbestand ausmachen soll. Die mathematische Erwartung für das Eintreffen eines Todesfalles ist, bei der Schätzung jedes Todesfalles auf 1a , eben $=$ der Risikoprämie des ganzen Versicherungsbestandes. Dieser Umstand motiviert die Addition beider Sicherheitszuschläge zwecks Beurteilung des ganzen Sicherheitszuschlages.

Man kann sich eine Vorstellung von der Kostenerhöhung bei einer derartigen doppelten Rückversicherung bilden, wenn man sich der im Beispiel VII (Abschnitt 10) angegebenen Konstanten bedient, auf beide Reprisen der Rückversicherung angewendet. Die durch die Rückversicherung in zwei Reprisen (anstatt in einer) erfolgende Kostenerhöhung wird im fraglichen Beispiele 1,38 mal die Mittelrisikosumme (vergl. die Tabelle im Abschnitt 12). Es ist nämlich zu bemerken, daß die bezüglichlichen Elementarrisiken für die beiden Reprisen voneinander unabhängig sind, obgleich die Rückversicherung denselben Versicherungsbestand betrifft; die beiden Reprisen der Rückversicherung können deshalb auf Grund eines gemeinsamen Rückversicherungsfonds erfolgen.

Es bedarf der Erwähnung, daß bei der ersten Reprise der Rückversicherung eine Methode für die Berechnung des Rückversicherungsgewinnes genügen wird, die eine höhere Fundierung des Brutto-Rückversicherungsgewinnes bedingt als bei der zweiten Reprise. Es ist nämlich nur bei der zweiten Reprise der Rückversicherung, daß der Untersterblichkeitsgewinn — welcher in praktischen Fällen ein höchst bedeutender sein kann — eine Rolle spielt und eine scharfe Methode für die Berechnung des Rückversicherungsgewinnes erheischt. Bei Anwendung der Konstanten im Beispiel VI auf die erste Reprise der Rückversicherung und auf die zweite Reprise noch immer der Konstanten im Beispiel VII, so ermäßigt sich die Kostenerhöhung — wegen der doppelten Rückversicherung — auf nur 0,69 mal die Mittelrisikosumme.

14. Die Berechnung der Konstante R.

Eine exakte Berechnung der Konstante R bedingt einen sehr weitläufigen Kalkül über die Zusammensetzung des Versicherungsbestandes in Betreff der Risikosummen und der Sterbenswahrscheinlichkeiten an verschiedenen Zeitpunkten. Da der Wert von R indessen nur mittelbar auf den Rückversicherungsvertrag influiert und da ein Irrtum bei der Bestimmung der fraglichen Konstante somit das ökonomische Verhältnis zwischen dem Direktversicherer und dem Rückversicherer nicht unrichtig machen würde, dürfte man sich mit einer approximativen Berechnung von R unter wesentlich vereinfachten Verhältnissen begnügen können. Dagegen muß eine irrtümliche Bestimmung von R die berechnete Soliditätszahl in beträchtlicher Weise beeinflussen; doch dürfte auch nicht dieser Umstand einer einfachen approximativen Aufstellung Hindernisse in den Weg legen können, weil es gilt, eher den „Höhegrad“ als den exakten Wert der Soliditätszahl zu bestimmen

(vergl. Abschnitt 10). Bei der Aufstellung der Näherungsformeln muß man dennoch besorgt sein, sich auf der „sicheren Seite“ zu halten, d. h. Methoden zur Anwendung zu bringen, die der Konstante R einen zu niedrigen Wert geben.

Bei der Rückversicherung in zwei Reprisen kann nur die erste Reprise Schwierigkeiten bei dem Kalkul von R bieten (oder falls R fixiert ist, bei dem Kalkul des Sicherheitszuschlages μ), da bei der zweiten Reprise der Rückversicherung — umfassend Elementarrisiken der A-Type mit konstanter Risikosumme — R die einfache Gleichung

$$\lambda \cdot {}^1a R = e \cdot {}^1a R - 1$$

befriedigt.

Ich war bis jetzt nicht in der Lage, den Kalkul von R für praktische Fälle durchzuführen, muß daher meine Zuflucht zu einem theoretischen Beispiel nehmen, um zu veranschaulichen, wie eine Rückversicherung von einer einzelnen Versicherung mit einer im Verhältnisse zu der Mittelrisikosumme hohen Risikosumme beeinflußt wird. Ich begnüge mich dabei mit der Berechnung von R auf Grund der Näherungsformeln im Abschnitte 9 und beschäftige mich lediglich mit dem Falle, wo *volle* Rückversicherung nur in einer Reprise erfolgt. R wird somit durch die Formel

$$R = \frac{2(\lambda - 1) \cdot {}^1a}{2a}$$

bestimmt. 1a und 2a beziehen sich auf den Versicherungsbestand *exklusive* einer einzelnen Versicherung mit der Risikosumme $= a_0$. Der Bestand *inklusive* derselben Versicherung hat die Konstanten ${}^1\bar{a}$ und ${}^2\bar{a}$. Wenn das Verhältnis zwischen der Sterblichkeitsintensität des gedachten einzelnen Risikos und derjenigen des ganzen sonstigen Versicherungsbestandes durch $p:P$ ausgedrückt ist, so ist

$${}^1\bar{a} = \frac{{}^1a P + a_0 p}{P + p} \quad \text{und} \quad {}^2\bar{a} = \frac{{}^2a P + a_0^2 p}{P + p}.$$

Wenn man sich R unverändert erhalten will, auch nachdem die fragliche Versicherung dem Bestande zugeführt worden ist, so muß der Sicherheitszuschlag abgeändert werden und diese Abänderung sollte dann einen Maßstab für den Einfluß der einzelnen Versicherung auf die Rückversicherung darstellen.

Sagen wir z. B. daß $p:P = 1:10000$ und daß a_0 einmal $= 10 \cdot {}^1a$ und zweitens $= 20 \cdot {}^1a$, so finden wir, daß

$${}^1\bar{a} = \frac{1.001}{1.0001} {}^1a \text{ beziehungsweise } {}^1\bar{a} = \frac{1.002}{1.0001} {}^1a$$

$${}^2\bar{a} = \frac{1.01}{1.0001} {}^1a \text{ beziehungsweise } {}^2\bar{a} = \frac{1.04}{1.0001} {}^2a.$$

Wird R unveränderlich beibehalten, bedeutet somit die Hinzuführung der gedachten einzelnen Versicherung eine Erhöhung des Sicherheitszuschlages um zirka 1% beziehungsweise zirka 4%. Die Erhöhung des Sicherheitszuschlages kann aus dem Gesichtspunkte der Solidität durch eine Erhöhung des Rückversicherungsfonds um ungefähr die gleichen bezüglichen Prozentsätze ersetzt werden. Die Einwirkung einer einzelnen Versicherung auf die Rückversicherungskosten läßt sich auch in derselben Weise studieren.

15. Die Verteilung der Rückversicherung auf mehrere Rückversicherer.

Meine Untersuchung betraf bisher, formell gesehen, nur den Fall, wo die ganze Rückversicherung einer Gruppe auf Basis eines einzigen Rückversicherungsfonds erfolgte — somit ausschließlich bei einem einzigen Rückversicherer. Die Resultate dieser Untersuchung finden indessen ohne irgend welche Einschränkung auch auf diejenigen Fälle Anwendung, wo die Rückversicherung unter mehreren Rückversicherern verteilt wird; zu beobachten ist bloß, daß die Zerteilung des Versicherungsbestandes in alle einzelnen Versicherungen in der Weise ausgedehnt wird, daß die bezüglichen Rückversicherer je dieselbe Quote der dem Versicherungsbestande gehörenden Risikosummen erhalten. Ist das für die Rückversicherung verfügbare Kapital sämtlicher Rückversicherer $x_0', x_0'', \dots, x_0^{(v)}$, so sollten alle Risikosummen unter den Rückversicherern

nach den Quoten $\frac{x_0^{(i)}}{\sum_{i=1}^v x_0^{(i)}}$ verteilt werden und das Resultat der gesamten Rückversicherung wird dasselbe wie im Falle, wo die Rückversicherung auf Basis eines einzelnen Rückversicherungsfonds mit Anfangskapital $= \sum_{i=1}^v x_0^{(i)}$ erfolgte.

Das Prinzip beim üblichen Rückversicherungsverfahren ist, nur den eine gewisse zulässige Maximalsumme übersteigenden Betrag der größeren Risikosummen abzutrennen. Es dürfte von Interesse sein, eine derartige Entzweitrennung des Versicherungsbestandes mit einer Zerteilung sämtlicher Risikosummen proportionsweise zu vergleichen. Ich beschränke mich auf eine Durchführung dieses Vergleiches durch ein einziges Beispiel.

Ich stelle mir also einen Versicherungsbestand vor, dessen eine Hälfte aus Versicherungen mit Risikosumme $= 1$ und dessen andere Hälfte aus Versicherungen mit Risikosumme $= 2$ bestehen. Für den ungeteilten Versicherungsbestand ist dann ${}^1a = 1.5$ und ${}^2a = 2.5$. Bei der Fixierung der Konstante $R = R_0$ muß der Sicherheitszuschlag bei Rückversicherung in nur einer Reprise und unter Anwendung der Näherungsformel im Abschnitt 9

$$\lambda - 1 = \frac{{}^2a R_0}{2 {}^1a} = 0.833 R_0$$

ausmachen.

Wie früher gesagt, bleibt es dabei einerlei, ob die Rückversicherung bei einem oder bei mehreren Rückversicherern erfolgt, wenn nur das Totalkapital im Rückversicherungsfonds dasselbe bleibt.

Sodann stelle ich mir einen Versicherungsbestand vor, in welchem nur diejenigen Risikosummen, welche $= 2$ sind, in zwei gleiche Teile zerteilt werden. Auf diese Weise bekomme ich zwei Versicherungsbestände, einen jeden mit konstanter Risikosumme, die $= 1$ ist. Für beide Bestände ist also ${}^1\bar{a} = 1$ und ${}^2\bar{a} = 1$. Da diese beiden Bestände nicht voneinander unabhängig sind, können sie — unter Anwendung der gegebenen Formeln für die Berechnung der Soliditätszahl — nicht in demselben Rückversicherungsfonds rückversichert werden, wogegen es notwendig wird, durch Zerteilung des zugänglichen Kapitals in zwei gleiche Teile einen besonderen Rückversicherungsfonds für jeden Rückversicherungsbestand zu bilden. Da nun das Kapital jedes Rückversicherungsbestandes nur die Hälfte des zugänglichen Betrages ausmacht, muß der Sicherheitszuschlag dahin modifiziert werden, daß für jede Rückversicherung $R = 2 R_0$, um dieselbe Anforderung auf die Soliditätszahl beibehalten zu können. Bei Anwendung der Näherungsformeln im Abschnitte 9 findet man

$$\bar{\lambda} - 1 = R_0.$$

Der Sicherheitszuschlag muß also bei der Zerteilung des Versicherungsbestandes nur betreffend der größeren Risikosummen $= R_0$ sein, gegen einen Zuschlag $= 0.833 R_0$ bei ungeteiltem Bestande oder bei Proportionierung sämtlicher Risikosummen. Die letztere Methode erwies sich also ökonomischer.

16. Ökonomische und unökonomische Rückversicherung.

Im Abschnitte 12 ist schon erwähnt worden, daß es unökonomisch ist, wenn jeder Direktversicherer selbst durch eigene Garantiekapitalien seinen Bedürfnissen an Rückversicherungen zu begegnen sucht. Ich werde nun diese Behauptung durch ein Beispiel verdeutlichen.

Zwei Rückversicherungsgruppen haben die im Beispiel VII (Abschnitt 10) angegebenen Konstanten. Jede Gruppe verfügt über ein Rückversicherungskapital $= 184.2$ (die Mittelrisikosumme ist $= 1$). Wenn die Anforderung auf Solidität ($1-10^{-6}$) ist und die Rückversicherung der bezüglichen Gruppen ausschließlich im eigenen Rückversicherungsfonds erfolgt, so ist letzterer nur gerade für diesen Zweck hinreichend und besitzt folglich keine Kapazität, die Rückversicherung einer weiteren Gruppe zu übernehmen.

Im Gegenteil, bei der Zerteilung der Risikosummen eines jeden Versicherungsbestandes in zwei gleiche Teile und beim Rückversichern des halben bezüglichen Versicherungsbestandes in jedem Rückversicherungsfonds wird die Anforderung an das ganze Rückversicherungskapital (nach der Tabelle im Abschnitt 12) nur 230.2 mal die Mittelrisikosumme oder $= 115.1$, nachdem die Mittelrisikosumme nach der Entzweiteilung nur $= \frac{1}{2}$ ist. Beide Rückversicherungsfonds bekommen also durch Kooperation die Kapazität der neuen Gruppe, entsprechend dem nicht disponierten Teile des Garantiekapitales 69.1 in jedem Rückversicherungsfonds, Rückversicherung zu erteilen.

17. Über den Einfluß der grundlegenden Statistik auf die Rückversicherungsfrage.

Die oben dargelegte Theorie der Rückversicherung beruht auf der Voraussetzung, daß der Versicherungsverkehr auf völlig bekannten Wahrscheinlichkeitszahlen basiert ist. Dies ist indessen unter keinen Verhältnissen der Fall, weil die Wahrscheinlichkeitszahlen ja aus einer beschränkten Statistik hervorgegangen sind. Die Theorie sollte daher ergänzt werden durch eine Untersuchung betreffend denjenigen Einfluß auf die Soliditätszahl, welcher von dem Umstand, daß die grundlegende Statistik begrenzt ist, veranlaßt wird. Es erscheint keineswegs untunlich, entsprechende Methoden auch auf eine derartige Untersuchung anzuwenden; auch wäre dieselbe in diesem Zusammenhang nicht ohne großes Interesse, wenn ich auch andererseits daran erinnern möchte, daß die Sterbenswahrscheinlichkeiten im allgemeinen mit großer Vorsicht berechnet sind. Die Vorsicht kann im übrigen, wenn es wünschenswert erscheint, noch durch eine Extrabelastung der Wahrscheinlichkeitszahlen verschärft werden, welche Belastung dann wieder bei der Schätzung der Soliditätszahl aus der Berechnung gelassen werden müßte.

Es geht hieraus hervor, daß man in der Mehrzahl von Fällen faktisch einen höheren Sicherheitszuschlag als den für die Rückversicherung angenommen hat, allein da der Überschuß an Sicherheitsprämie an den Rückversicherungsgewinn übergeht, erwächst aus der Erhöhung

des Sicherheitszuschlages nur wenig Ungelegenheit, wenigstens in denjenigen Fällen, wo der Betrag des abgeschriebenen Rückversicherungsgewinnes eine so geringe Abweichung vom Brutto-Rückversicherungsgewinne erweist wie im Beispiele VII (Abschnitt 10).

18. Rückversicherung von Erlebensversicherungen.

Schließlich möchte ich noch hinzufügen, daß die obigen Rückversicherungsmethoden mit nur geringen Modifizierungen auf die Rentenversicherungen und dergleichen Versicherungsformen anwendbar sind. Es ist zu bemerken, daß bei derartigen Versicherungsformen die Risikosumme eine negative ist, so auch die Risikoprämie; der Betrag der letzteren ist also um eine gewisse Sicherheitsprämie zu *reduzieren*. Anwendbar auf derartige Versicherungen ist ferner das Prinzip der Zerteilung der Rückversicherung in zwei Reprisen, zwecks Erreichung des *bestmöglichen* Gewinnausgleiches, gleichzeitig mit der Versetzung des Untersterblichkeitsrisikos an den Rückversicherer.

Die erforderlichen Modifikationen der Formeln etc. erscheinen ganz einfach, weshalb es unnötig sein dürfte, auf Details hier einzugehen.

Mathematische Analyse der Wahrscheinlichkeitsfrage.

19. Die Lage des Problems, Definitionen.

Eine Spielbank betreibt das Hazardspiel als Geschäft und reguliert dieses Geschäft durch einen *Spiefonds*. Der Spiefonds wird nach den folgenden Prinzipien verwaltet:

- a) alle Nettoeinsätze, gemäß einer apriorischen Regel erhoben, werden dem Spiefonds zugeführt;
- b) alle eintreffenden Spielgewinne werden aus Mitteln des Spiefonds¹⁾ bestritten, und
- c) Geschäftsgewinn, nach einer apriorischen Regel berechnet, wird vom Spiefonds entrichtet.

Der Betrag des Spiefonds wird unter allen Eventualitäten durch obige Voraussetzungen völlig bestimmt. A priori gesehen wird der Spiefonds nach einer gewissen Anzahl von Spielen eine Menge verschiedener alternativer Werte annehmen können, darauf beruhend, wie die verschiedenen Spiele ausfallen. Jedem Werte steht indessen eine gewisse Wahrscheinlichkeit gegenüber, welche durch obenerwähnte

¹⁾ Ein eintreffender Spielgewinn kann auch negativ sein (vergl. im Folgenden „Spiel der B-Type“), in welchem Falle die Bestimmung bedeutet, daß der Spiefonds um den absoluten Betrag des Spielgewinnes zu erhöhen ist.

Voraussetzungen und durch die Beschaffenheit der verschiedenen Elementarspiele mathematisch definierbar ist. Die Solidität der Bank, d. h. ihre Fähigkeit zur Einlösung ihrer Verbindlichkeiten, hängt von der Wahrscheinlichkeit derjenigen Möglichkeit ab, daß die Bank wegen Mangels an Kapitalvorrat im Spielfonds genötigt wird, ihre Wirksamkeit einzustellen. Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeit einer solchen Eventualität mit $(1 - \sigma)$, so ist σ ein zweckmäßiger Maßstab für die Solidität der Bank. σ benenne ich im nachstehenden die *Soliditätszahl*.

Der Verkehr der Bank kann natürlich aus anderen Gründen als aus Mangel an Kapitalvorrat im Spielfonds aufhören; doch setze ich hier unbegrenzte Spielmöglichkeit voraus, so lange die Bank solvent ist. Auf diese Weise erhält man einen unteren Grenzwert der Solidität. Es läßt sich übrigens nicht ohne gar zu willkürliche Voraussetzungen tun, auf andere mögliche Gründe zur Anhörung der Wirksamkeit Rücksicht zu nehmen.

Unter den gegebenen Voraussetzungen hängt die Solvenz der Bank von den folgenden Umständen ab:

- a) vom Anfangskapital im Spielfonds im Verhältnis zum Betrage der einzelnen Spielgewinne;
- b) vom Modus für die Berechnung des Einsatzes der Spieler (d. h. von dem zum Nettoeinsatz hinzugefügten Sicherheitszuschlag); und
- c) vom Modus für die Berechnung des Geschäftsgewinnes.¹⁾

Schon hier sei bemerkt, daß die Solidität unter sonst gleichen Verhältnissen, vom Anfangswerte des Spielfonds x_0 abhängig ist und zwar derart, daß die Solidität $\sigma(x_0)$ eine größere ist, je nachdem x_0 anwächst, d. h. daß

$$\sigma(x_0 + h) > \sigma(x_0), \text{ wenn } h > 0.$$

Im folgenden werden zwei wesentlich verschiedene Typen der einzelnen Elementarspiele behandelt und zwar „Spiel der A-Type“ und „Spiel der B-Type“. Gemein für beide Typen ist es, daß die verschiedenen Elementarspiele voneinander unabhängig sind.

20. Elementarspiel der A-Type, Definition.

Der Nettoeinsatz, bezeichnet $\mathfrak{z}P$, bedeutet eine im Verhältnis zu den verschiedenen alternativen Spielgewinnen kleine Quantität.

¹⁾ Die Unkostenfrage werde ich hier von dem gedachten Spielverkehr ganz abgetrennt halten, in der Annahme, daß ein gewisser Teil des Bruttoeinsatzes als Deckung der Unkosten dienen soll. Ebenso nehme ich an, daß das Zinseneinkommen des Spielfonds zu anderen Zwecken Verwendung findet, so daß dasselbe ohne Einfluß auf die Größe des Spielfonds bleibt.

Die Elementarspiele sollen untereinander gleich sein und zwar von einer solchen Beschaffenheit, daß die Wahrscheinlichkeit für den Spieler, einen Betrag der Größe $a \dots a + da$ ¹⁾ zu gewinnen, durch

$$z P \cdot p(a) da \cdot (1 + z),$$

wo

$$\lim_{da=0} z = 0 \text{ und } \int_0^{\infty} p(a) da = 1$$

ausgedrückt wird.

Der Mittelspielgewinn, der als Einheit gewählt wird, ist durch die Formel

$$\int_0^{\infty} a \cdot p(a) da = 1$$

definiert. Es wird angenommen, daß

$$\begin{aligned} p(a) &= 0, \text{ wenn } a \leq 0, \text{ und} \\ p(a) &\geq 0, \text{ wenn } a > 0. \end{aligned}$$

Bei einem einzelnen Elementarspiele sind die folgenden Einzelfälle möglich:

- a) der Spieler erhält keinen Spielgewinn, verliert also ohne irgend welche Kompensation seinen Einsatz. Die Wahrscheinlichkeit dieses Falles ist $(1 - zP)$;
- b) der Spieler erhält einen größeren oder kleineren Spielgewinn gegen Abtretung des Einsatzes. Gegenüber dem Gewinnbetrage $a \dots a + da$ steht die Wahrscheinlichkeit $zP \cdot p(a) da \cdot (1 + z)$ gemäß obiger Voraussetzungen.

Die Summe der bezüglichen Wahrscheinlichkeitszahlen für die verschiedenen Einzelfälle soll natürlich = 1 sein, was sich unmittelbar mit Hilfe der angenommenen Relation

$$\int_0^{\infty} p(a) da = 1$$

feststellen läßt.

¹⁾ Die Bezeichnung $a \dots b$ bedeutet hier, wie im nachfolgenden, daß die fragliche Größe von den Werten a und b , exklusive a , allein inklusive b , begrenzt ist. Die Bezeichnung schließt in sich sowohl denjenigen Fall, wo die Wahrscheinlichkeit eine stetige Funktion des Spielgewinnes a ist, als den Fall, wo die Wahrscheinlichkeit gewisser oder sämtlicher bezüglicher Spielgewinne einen von Null getrennten Wert hat. Die Integralformeln im nachstehenden fassen folglich in sich auch Fälle von Summation über eine endliche Anzahl von Werten.

Ich denke mir den vom Spieler zu erlegenden Bruttoeinsatz — wie im vorigen Abschnitte erwähnt — in zwei Teilen zerteilt, wovon der eine zur Deckung der Unkosten der Bank dienen soll, und der andere — in seiner Eigenschaft als Nettoeinsatz + Sicherheitszuschlag — dem Spielfonds zugeführt wird. Der letztere Teil des Bruttoeinsatzes wird mittelst

$$\lambda \cdot \partial P, \text{ wo folglich } \lambda > 1$$

ausgedrückt.

In Anbetracht der Definition des Spielfonds ist es offenbar, daß sein Wert allmählich durch die eingehenden Einsätze zunehmen wird, bis er mit dem Eintreffen des ersten Spielgewinnes sich sogleich um einen dem letzteren entsprechenden Betrag wieder ermäßigt. Dann wächst der Fonds wieder an bis zum Verfall des nächsten Gewinnes u. s. w.

Je größer der Spielfonds — unter sonst gleichen Umständen — je solider die Stellung der Bank. Aus diesem Grunde erscheint es naturgemäß, daß die Bank je nachdem der Spielfonds sich vergrößert, den Sicherheitszuschlag ermäßigen sollte. λ ist folglich als konstant oder als von der Größe (x) des Spielfonds abhängig zu betrachten und zwar in der Weise, daß $\lambda(x+h) \leq \lambda(x)$ für $h > 0$ und $\lambda(x) \geq \lambda_0 > 1$ für jeden Wert für x , und daß $\lambda(x)$ endliche und stetige *erste Ableitung* hat für jeden (positiven oder negativen) Wert für x .

21. Elementarspiel der B-Type, Definition.

Ich stelle mir ebenso die Elementarspiele der B-Type als untereinander gleich vor, und zwar durch eine Funktion $p(a)$ charakterisiert, welche von 0 getrennte *positive* Werte für sowohl das positive als das negative a annimmt. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Gewinn (positiv oder negativ) der Größe $a \dots a + da$ eintrifft, wird ausgedrückt durch $p(a) da (1 + \alpha)$, wo $\lim_{da \rightarrow 0} \alpha = 0$.

Weiter nehme ich an, daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(a) da = 1 \text{ und } \int_{-\infty}^{+\infty} a p(a) da = 0.$$

Die letztere Gleichung bedeutet, daß der Nettoeinsatz = 0 ist. Der Sicherheitszuschlag kann somit hier nicht die Form eines prozentigen Zuschlages erhalten; es wird vielmehr bestimmt, daß er eine fixierte, für jedes Elementarspiel vom Spieler zu erlegende Abgabe ausmachen soll. Der Sicherheitszuschlag wird mit μ bezeichnet und

kann — wie bei Spielen der A-Type — von der Größe (x) des Spielfonds dergestalt abhängig gemacht werden, daß

$$\mu(x+h) \leq \mu(x), \text{ wenn } h > 0, \text{ und } \mu(x) \geq \mu_0 > 0 \text{ für jedes } x.$$

In der folgenden Untersuchung kommt nur das μ konstant (unabhängig von x) in Betracht.

Das positive a bedeutet Gewinn für den Spieler und das negative a Verlust.

Falls der Spieler gewinnt, wird der Spielfonds um den entsprechenden Gewinnbetrag reduziert; verliert er, vergrößert sich der Spielfonds um die Verlustsumme. In beiden Fällen wird natürlich der Sicherheitszuschlag dem Spielfonds überwiesen.

22. Spiel der A-Type. — Geschäftsgewinn wird nicht vom Spielfonds abgeschrieben. — Mechanisches Bild zur Veranschaulichung der Wahrscheinlichkeitsfrage.

Die Untersuchung wird anfänglich auf denjenigen Fall beschränkt, wo kein Geschäftsgewinn vom Spielfonds abgeschrieben wird, wogegen der Betrag des Spielfonds ausschließlich von eingehenden Einsätzen und verfallenden Spielgewinnen bestimmt wird.

Lassen wir P den Gesamtwert aller Nettoeinsätze, die bis zu einem gewissen Zeitpunkt von der Eröffnung der Spielbank an eingegangen sind, bezeichnen; wird der Wert von P a priori fixiert, stehen dem gegenüber verschiedene Werte x für den Spielfonds. Jedem x steht eine bestimmte Wahrscheinlichkeitszahl gegenüber. Die Funktion $f(x_0, x, P)$ drückt diese Wahrscheinlichkeit so aus, daß dem Werte $x \dots x + dx$ die Wahrscheinlichkeit

$$f(x_0, x, P) dx (1 + \zeta), \text{ wo } \lim_{dx \rightarrow 0} \zeta = 0.$$

gegenübersteht.

Zwecks Erleichterung des Rasonnements und zwecks Ermöglichung einer wichtigen Generalisation der mathematischen Untersuchung bediene ich mich im nachstehenden eines einfachen mechanischen Bildes zur Veranschaulichung der Wahrscheinlichkeitsfrage während des Spielens.

Sei (x, P) ein orthogonales Koordinatensystem. Eine Massenmenge $= 1$ befindet sich am Punkte $(x_0, 0)$, dem der Anfangswert des Spielfonds gegenübersteht. Während des ersten Elementarspieles geht die fragliche Massenmenge an die Linie $P = \bar{z}P$ hinüber und verteilt sich auf dieser Linie in der Weise, daß die Masse $1 - \bar{z}P$ an den Punkt

$$(A 1')^1) \quad x_0(0) = x_0 + \lambda(x_0) \partial P$$

und daß für die bezüglichen a -Werte die Masse $\partial P p(a) da (1 + \alpha)$ an den Punkt

$$(A 1'') \quad x_0(a) = x_0 + \lambda(x_0) \partial P - \{a \dots a + da\}; \lim_{da=0} a = 0$$

übergeht.

Die Totalmenge der Masse bleibt während des Spieles unverändert, d. h. jede Linie $P' = P$ wird mit einer Massenmenge $= 1$ belegt. Während der fortgesetzten Ausdehnung der Masse werden Massenpartikeln die P -Achse passieren, was demjenigen Falle entspricht, wo der Spielfonds ein negativer und die Bank somit insolvent wird. Man wolle indessen bis auf weiteres das auf diesen Umstand bezug-habende vom praktischen Falle abstrahieren und die Masse im mecha-nischen Bild auch an Punkte mit negativem x -Koordinaten sich ausdehnen zu lassen. Auch von diesem Punkte aus wird sich die Masse in Ge-mäßheit der durch (A 1) angegebenen Regel weiter ausdehnen.

23. Spiel der A-Type. — Stetige Verteilung der Masse in der Anfangslage.

Es läßt sich nun denken, daß die Masse in ihrer Anfangslage nicht ausschließlich am Punkte $(x_0, 0)$ verlegt ist, sondern sich an verschiedenen Punkten der x -Achse verteilt befindet. $f(x, P)$ bestimmt die Verteilung der Masse auf der Linie $P' = P$, d. h. auf dem Linien-element $x \dots x + dx$ ist die Massenmenge $f(x, P) dx (1 + \zeta)$, $\lim_{dx=0} \zeta = 0$ gelegen.

Man beweist dann mit Hilfe der Verteilungsregel (A 1), daß beim Übergang zu $\lim_{a \rightarrow 0} f(x, P)$ die Gleichung

$$(A 2) \quad \frac{\partial f(x, P)}{\partial P} + \frac{\partial}{\partial x} \{ \lambda(x) f(x, P) \} = \\ = \int_0^\infty \{ f(x+a, P) - f(x, P) \} p(a) da$$

befriedigt. (A 2) setzt natürlich voraus, daß $f(x, P)$ im Besitz gewisser Kontinuitätseigenschaften ist, auf die ich in der nachfolgenden Beweis-führung noch zurückkommen werde.

¹⁾ Formeln, die sich auf Spiel der A-Type (bezw. der B-Type) beziehen, werden bezeichnet durch A (bezw. B) nebst einer Nummer. Formeln, welche beiden Typen gelten, werden ohne Buchstaben bezeichnet.

Den Beweis für (A 2) führe ich unter etwas vereinfachenden Voraussetzungen durch, um die Begriffe besser fixieren zu können. Der Ausdehnung des Beweises auf den generellen Fall steht nichts im Wege.

Ich nehme also an, daß die bezüglichen Elementarspiele nur eine endliche Anzahl von Einzelfällen umfassen, charakterisiert durch die Spielgewinne a_1, a_2, \dots, a_m und durch die entsprechenden Wahrscheinlichkeitszahlen p_1, p_2, \dots, p_m .

Diejenige Masse, welche am „Zeitpunkt“ $P' = P + \partial P$ auf dem Linienelement $x \dots x + dx$ gelegen ist, wird ausgedrückt durch

$$f(x, P + \partial P) dx$$

wenn die kleinen Termen höherer Ordnung weggeworfen werden. Man überzeugt sich leicht davon, daß solche Termen in den folgenden Limesformeln verschwinden, weshalb ich auch öfters im nachstehenden — ohne besondere Erwähnung — die Darstellung vereinfachen werde durch Auslassen der nach 0 konvergierenden Termen.

Die gedachte Massenmenge befand sich vor dem letzten Elementarspiele (∂P) an den Punkten $x_0 \dots x_0 + dx_0, x_1 \dots x_1 + dx_1$ (wo $i = 1, 2, \dots, m$) verteilt. x_0 ist derart bestimmt, daß derjenige Teil der Masse an diesem Punkte, welcher dem Falle gegenübersteht, wo kein Spielgewinn im Laufe des Elementarspieles ∂P eintritt, von x_0 an x übergeht. x_i ist in der Weise bestimmt, daß derjenige Teil der Masse, welcher dem Falle gegenübersteht, wo der Spielgewinn a_i im Laufe des Elementarspieles ∂P herauskommt, von x_i an x übergeht. Mit Hilfe von (A 1) findet man folglich, daß

$$x = x_0 + \lambda(x_0) \partial P \text{ und } x = x_i + \lambda(x_i) \partial P - a_i.$$

In analoger Weise wird bewiesen, daß

$$\begin{aligned} x + dx &= x_0 + dx_0 + \lambda(x_0 + dx_0) \partial P \text{ und} \\ x + dx &= x_i + dx_i + \lambda(x_i + dx_i) \partial P - a_i. \end{aligned}$$

Diejenige Massenmenge, welche am Zeitpunkte P auf dem Limeselement $x_0 \dots x_0 + dx_0$ gelegen ist, wird durch $f(x_0, P) dx_0$ und die Massenmenge auf $x_1 \dots x_1 + dx_1$ durch $f(x_1, P) dx_1$ ausgedrückt.

Von (x_0, P) an $(x, P + \partial P)$ wird ein $(1 - \partial P)$ -tel der am vorigen Punkte gelegenen Masse überführt und von (x_i, P) an $(x, P + \partial P)$ ein $\partial P p_i$ -tel der am vorigen Punkte gelegenen Masse.

Bei der Zusammenfassung obiger Observationen gelangt man unmittelbar zu der Gleichung:

$$f(x, P + \partial P) dx = (1 - \partial P) f(x_0, P) dx_0 + \sum_{i=1}^m f(x_i, P) dx_i \partial P p_i.$$

Werden x_0, x_1, \dots, x_m und $d x_0, d x_1, \dots, d x_m$ mit Hilfe der neuerlich hergeleiteten $2(m+1)$ Gleichungen eliminiert und zwar unter Hinweglassung von kleinen Termen höherer Ordnung als $d x \partial P$, so erhält man

$$f(x, P) \cdot d x + \frac{\partial f(x, P)}{\partial P} d x \partial P = \left\{ f(x, P) - \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} \lambda(x) \cdot \partial P \right\} \cdot (1 - \partial P) \cdot \\ \cdot \left\{ d x - \lambda'(x) d x \partial P \right\} + d x \partial P \sum_{i=1}^m f(x + a_i, P) p_i$$

oder nach Wegdividieren von $d x \partial P$:

$$\frac{d f(x, P)}{d P} + \frac{d}{d x} \left\{ \lambda(x) f(x, P) \right\} = \sum_{i=1}^m \left\{ f(x + a_i, P) - f(x, P) \right\} - p_i$$

weil $\sum_{i=1}^m p_i = 1$.

Obige Gleichung ist eben die Gleichung (A 2) für den erörterten Spezialfall.

Bei der Beweisführung wurde vorausgesetzt, daß $f(x, P)$ eine endliche und stetige erste Ableitung $\frac{\partial f(x, P)}{\partial x}$ für alle (positiven und negativen) Werte von x hat. Wenn die Initialfunktion $f(x, 0)$ diese Anforderung auf die Stetigkeit erfüllt, so bleiben der Funktion die Eigenschaften dieser Stetigkeit für alle P erhalten. Ferner setzt der Beweis voraus, daß $\lambda(x)$ eine endliche und stetige erste Ableitung für alle Werte von x hat, eine Voraussetzung, welche schon früher im Abschnitte 20 ausgedrückt worden ist.

Die Gleichung (A 2) wird also von der Funktion $f(x, P)$ befriedigt, welche auf Basis der Verteilungsregel (A 1) und die Anfangslage der Masse (von der Funktion $f(x, 0)$ bestimmt) definiert wird.

Das Umgekehrte hat ebenso Geltung, nämlich, daß die Massenverteilung an jedem Zeitpunkt durch (A 2) und die Initialfunktion $f(x, 0)$ bestimmt ist.

Die Gleichung (A 2) ist offenbar nicht ohne weiteres auf den ursprünglich gedachten Fall anwendbar, nämlich wo die ganze Masse (= 1) beim Anfangsfalle ($P = 0$) am Punkte x_0 gelegen war. Die Schwierigkeit der Unstetigkeit wird jedoch vermieden, wenn man sich die Masse vorstellt auf der nächsten Umgebung des x_0 ausgedehnt, in der Weise, daß die Bedingungen für die Stetigkeit erfüllt werden; (A 2) ist dann noch immer anwendbar. In der ganzen nachstehenden Darlegung wird $f(x, P)$ ebenso als eine stetige Funktion, die (A 2) befriedigt, behandelt.

24. Spiel der A-Type. — Die Bewegung der Wahrscheinlichkeitsmasse.

Während der fortgesetzten Ausdehnung der Masse trifft es ein, daß Massenpartikeln die P-Achse passieren. Wenn eine gewisse Massenpartikel *zum ersten Male* die P-Achse passiert, bedeutet dies, daß der Spielfond sich auf den Wert Null reduziert, d. h. daß die Solvenz der Bank aufhört. Derjenige Teil der Masse, welcher die P-Achse passieren wird, bildet eben einen Maßstab für die Wahrscheinlichkeit einer dauernden Insolvenz der Bank.

Eine Massenpartikel, die die P-Achse *von oben nach unten* passiert hat, wird natürlich die P-Achse vielleicht wiederum passieren können, und zwar nächstes Mal in umgekehrter Richtung, ja es läßt sich sogar beweisen, daß jede Massenpartikel *unter* der P-Achse, dieselbe früher oder später passieren wird.¹⁾ Eine Massenpartikel *über* der P-Achse wird hingegen nicht selbstredend diese Achse passieren. In dieser Verbindung sei bemerkt, daß das Passieren der P-Achse *von oben nach unten un stetig* erfolgen wird, indem die Massenpartikel auf einmal von einem Punkt über an einen Punkt unter derselben versetzt wird. Das Passieren *von unten nach oben* hingegen erfolgt immer stetig.

$\bar{z}(x_0) = 1 - \sigma(x_0)$ drückt diejenige Massenmenge aus, welche, wenn man mit der Masse = 1 vom Punkte $(x_0, 0)$ ausgeht, die P-Achse passieren wird. Ich setze schon hier die Gültigkeit des (im Abschnitte 28 bewiesenen) Satzes voraus, daß jede Partikel *unter* der P-Achse früher oder später dieselbe passieren wird. Unter solchen Verhältnissen kann man immer mit einem Doppelpassieren rechnen, einmal in diskontinuierlicher Weise in nach unten gehender Richtung und einmal in kontinuierlicher Weise in nach oben gehender Richtung. Folglich kann man auch sagen, daß $\bar{z}(x_0)$ denjenigen Teil der Masse ausdrückt, welcher einen Punkt der P-Achse *erreicht*. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Massenmenge, *unmittelbar über* der P-Achse, dieselbe passieren wird, ist analog durch $\bar{z}(+0)$ oder der Kürze halber durch $\bar{z}(0)$ ausgedrückt.

Aus vorstehendem geht hervor, daß die Wahrscheinlichkeit, daß eine Massenpartikel vom Punkte $(x_0, 0)$ ausgehend zweimal die P-Achse passieren wird, durch $\bar{z}(x_0) \cdot \bar{z}(0)$ und die Wahrscheinlichkeit einer n-maligen Doppelpassage durch $\bar{z}(x_0) \cdot \bar{z}(0)^{n-1}$ ausgedrückt ist.

¹⁾ Die Ausdrucksweise „von oben nach unten“ (beziehungsweise „von unten nach oben“) wird benützt, um zu bezeichnen, daß eine Massenpartikel von einem gewissen x-Werte an einen Punkt von in algebraischem Sinne geringerem (beziehungsweise größerem) x-Werte überführt wird.

Rechnet man eine Massenpartikel von neuem für *jede* Doppelpassage, erhält man folglich als Ausdruck der die P-Achse passierenden Totalmasse:

$$\frac{\vartheta(x_0)}{1 - \vartheta(0)}.$$

Die im Verlaufe eines Elementarspiels die P-Achse passierende Massenmenge kann andererseits durch:

$$f(0, P) \lambda(0) dP$$

ausgedrückt werden, wodurch sich die Gleichung:

$$(A\ 3) \quad \frac{\vartheta(x_0)}{1 - \vartheta(0)} = \lambda(0) \int_0^{\infty} f(0, P) dP$$

ergibt.

Die Gleichung (A 3) bleibt offenbar gelten, auch wenn die Masse beim Initialfalle in Gemäßheit einer willkürlich gewählten Dichtigkeitsfunktion $f(x, 0)$ verteilt gewesen ist; vorausgesetzt jedoch, daß $\vartheta(x_0)$ von derjenigen Zahl ersetzt wird, welche den die P-Achse passierenden Teil der Masse (Rückpassagen ungerechnet) bezeichnet.

Die Gültigkeit von (A 3) bleibt bestehen, auch falls beim Initialfalle Masse sich auf dem negativen Teile der P-Achse befindet, wodurch selbstredend dieser Teil der Masse unabgekürzt bei der Berechnung von $\vartheta(x_0)$ einzubegreifen ist, da jede Massenpartikel unter der P-Achse dieselbe zu passieren hat.

25. Der Sicherheitszuschlag unabhängig von x . — „Abbildung“ von Massenbelegungen.

Ich beschränke nun die Untersuchung weiter dadurch, daß ich λ als *konstant* und natürlich wie bisher > 1 betrachte.

Die Gleichung (A 2) wird somit auf:

$$\frac{\partial f(x, P)}{\partial P} + \lambda \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} = \int_0^{\infty} (f(x + a, P) - f(x, P)) p(a) da$$

vereinfacht.

Ich betrachte denjenigen Fall, wo die Masse = 1 in ihrer Anfangslage sich unmittelbar oberhalb der P-Achse befindet. Ferner stelle ich mir vor, daß die die P-Achse passierenden Massenpartikeln in ihrer

ersten Lage nach der Passage, somit am Punkte unterhalb der Achse, stehen bleiben. Die Totalmenge der so fixierten Masse ist bereits früher durch $\varrho(0)$ definiert worden. Die fixierte Masse wird an verschiedenen Punkten verteilt, welche ich lediglich durch den Abstand y von der P-Achse charakterisieren werde. Lassen wir unter den sich in dieser Weise ergebenden Voraussetzungen $\nu(y)$ die Verteilung der fixierten Masse bestimmen, d. h. $\nu(y) dy$ ist die Menge der in einer Lage in der Entfernung $y \dots y + dy$ von der P-Achse fixierten Masse. $\nu(y)$ ist vermöge der Definition $= 0$ für $y >$ den Maximalwert (a_{\max}) der Spielgewinne und ebenso für $y < 0$.

Lassen wir sodann die Masse in ihrer Anfangslage nicht an einem Punkt konzentriert sein, sondern verteilt in Gemäßigkeit der Dichtigkeitsfunktion $\chi(y)$ — wo $y = -x$ —. $\chi(y)$ besitzt die Eigenschaft für $y < 0$ gleich Null zu sein.

Diejenigen Massenpartikeln, welche die Linie $x = -\tau_1$ passieren, müssen in ihrer ersten Lage nach der Passage fixiert werden. Die Entfernung der Massenpartikeln von der Linie $x = -\tau_1$ nach der Passage muß durch die Dichtigkeitsfunktion $\chi(\tau_1, y)$ bestimmt werden, wo y , wie vorher, den Abstand bis an die Passagelinie bezeichnet.

Der Kürze halber sei erwähnt, daß die Massenverteilung $\chi(\tau_1, y)$ das Bild der Massenverteilung $\chi(y)$ in der Linie $x = -\tau_1$ ist. Nach derselben Ausdrucksweise ist $\nu(y)$ das Bild der Masse 1, unmittelbar *oberhalb* der abbildenden Linie verlegt. Befindet sich ein Teil der Masse schon in der Anfangslage unter der Passagelinie $x = -\tau_1$, so wird dieser Teil der Masse seine *absolute* Lage natürlich auch nach der Abbildung beibehalten.

Als eine direkte Folge der eingeführten Definitionen ergibt sich, daß $\chi(\tau_1, \tau_2, y) = \chi(\tau_1 + \tau_2, y)$, wo $\tau_1 > 0$ und $\tau_2 > 0$. Die Gleichung bezweckt nämlich auszudrücken, daß, falls $\chi(y)$ in der Linie $x = -\tau_1$ abgebildet wird und das hierdurch entstandene Bild danach in der Linie $x = -(\tau_1 + \tau_2)$ abgebildet wird, so ist das letztere Bild dasselbe, als ob $\chi(y)$ direkt in der Linie $x = -(\tau_1 + \tau_2)$ abgebildet wäre.

Die berührte Eigenschaft des zusammengesetzten Bildes leitet unmittelbar zu einer Differentialgleichung. Man erhält nämlich unter gewissen die Stetigkeit betreffenden Voraussetzungen:

$$\chi(\tau_1 + d\tau_1, y) = \chi(\tau_1, y + d\tau_1) + \chi(\tau_1, 0) d\tau_1 \nu(y),$$

und ferner

$$(4) \quad \frac{\partial \chi}{\partial \tau_1} - \frac{\partial \chi}{\partial y} = \chi(\tau_1, 0) \nu(y).$$

Das linke Membrum der ersteren Gleichung ist nämlich das direkte Bild von $\chi(y)$ in der Linie $x = -(\eta + d\eta)$. Das Bild von $\chi(y)$ in der Linie $x = -\eta$ ist durch $\chi(\eta, y)$ ausgedrückt. Von der Masse in dem letzteren Bilde befindet sich ein Teil — entsprechend $y > d\eta$ — schon unter der Linie $x = -(\eta + d\eta)$ und wird folglich seine *absolute* Lage bei der Abbildung des Bildes $\chi(\eta, y)$ in der Linie $x = -(\eta + d\eta)$ beibehalten. Die Lage derselben Masse relativ zur Linie $x = -(\eta + d\eta)$ erhält man mittelst einer Argumentsverschiebung $= d\eta$ in der Weise, daß für's neue Bild die Koordinate $y' = y - d\eta$ ist, wonach man für den fraglichen Teil der Masse das endgültige Bild $\chi(\eta, y' + d\eta)$ herausbekommt. Für die Werte $y < d\eta$ findet dagegen eine *wirkliche* Abbildung statt, wodurch für den Fall, daß $d\eta$ sehr klein ist, das Bild per Masseneinheit mittelst der Funktion $\nu(y')$ angegeben wird. Die auf letztere Weise abgebildete Menge der Masse wird durch den Ausdruck $d\eta \chi(\eta, \Theta d\eta)$ — wo $0 < \Theta < 1$ — charakterisiert, welcher Ausdruck, falls $d\eta$ sehr klein ist, durch $d\eta \chi(\eta, +0)$ ersetzt werden kann. Das Pluszeichen darf natürlich ohne Gefahr eines Mißverständnisses weggelassen werden, wie es in der im voraus aufgestellten Formel geschah. Die Masse an Punkte verlegt, für welche $y < d\eta$, erhält, also als Bild in der Linie $x = -(\eta + d\eta)$ die Funktion $d\eta \chi(\eta, 0) \nu(y')$. Das Bild in der Linie $x = -(\eta + d\eta)$ der Totalmasse im primären Bilde wird somit durch $\chi(\eta, y' + d\eta) + \chi(\eta, 0) d\eta \nu(y')$ ausgedrückt.

Die Gleichung (4) ist hiermit unter gewissen Voraussetzungen in Betreff der Stetigkeit bewiesen.

Dann werde ich untersuchen, ob sich die Gleichung (4) mittelst einer Funktion

$$\chi(\eta, y) = e^{\psi(\eta)} \chi(y)$$

befriedigen läßt; (4) sollte dann in

$$\psi'(\eta) \chi(y) - \chi'(y) = \chi(0) \nu(y)$$

transformiert werden, woraus sich ergibt, daß

$$\begin{cases} \psi'(\eta) = -R = \text{konstant} \\ \chi'(y) + R \chi(y) = -\chi(0) \nu(y) \end{cases}$$

und ferner

$$\begin{cases} \chi(y) = e^{-Ry} \chi(0) \int_y^\infty e^{Rz} \nu(z) dz, & \text{wenn } y > 0 \\ \chi(y) = 0, & \text{wenn } y < 0. \end{cases}$$

Läßt man in der vorigen Formel y gegen 0 konvergieren, so findet man, daß auf R die Bedingung:

$$(5) \quad \int_0^{\infty} e^{Ry} \nu(y) dy = 1$$

gelegt werden muß.

Durch (5) wird R eindeutig als eine positive Größe bestimmt. Man hat nämlich

$$\int_0^{\infty} \nu(y) dy = z(0) < 1$$

und $\nu(y) \geq 0$ für jeden Wert von y .

$z(0)$ kann selbstredend nach Belieben gewählt werden. Für die nachfolgende Darstellung ist es indessen bequem, seinen Wert dadurch zu fixieren, daß auf $z(y)$ die Bedingung

$$1 = \int_0^{\infty} z(y) dy = \frac{z(0)}{R} - \frac{z(0)}{R} z(0)$$

gelegt wird, woraus folgt, daß

$$z(0) = \frac{R}{1 - z(0)}$$

und ferner daß

$$(6) \quad \begin{cases} z(\tau, y) = \frac{R}{1 - z(0)} e^{-R(\tau+y)} \int_y^{\infty} e^{Rz} \nu(z) dz, & \text{wenn } y > 0 \\ z(\tau, y) = 0, & \text{wenn } y < 0. \end{cases}$$

Vermöge der Gleichung (6) findet man, daß

$$\int_0^{\infty} z(\tau, y) dy = e^{-R\tau} \int_0^{\infty} z(y) dy = e^{-R\tau}$$

Die Konstante R ist durch (5) bestimmt worden.

26. Bestimmung der Soliditätszahl, wenn Geschäftsgewinn nicht abgeschrieben wird.

Ist die Masse = 1 vom Anfang an in Gemäßheit der Dichtigkeitsfunktion $z(0, x_0 - x)$, definiert durch (6), ausgedehnt, so ist nach

dem jüngst Nachgewiesenen diejenige Menge Masse, welche die P-Achse passieren wird, durch $e^{-R x_0}$ ausgedrückt.

Diejenige Masse, welche die P-Achse passiert, ist nämlich mit derjenigen totalen Massenmenge identisch, welche das Bild der Anfangsmasse in der P-Achse enthält oder

$$\int_0^{\infty} \chi(x_0, y) dy = e^{-R x_0}.$$

Ist andererseits die Masse = 1 beim Initialfalle an den Punkt x_0 verlegt, so wird die P-Achse von einer Massenmenge passiert — $= \vartheta(x_0)$ gemäß früher eingeführter Bezeichnung —, welche kleiner ist als wie im jüngst betrachteten Falle, wo die Anfangsverteilung von der Dichtigkeitsfunktion $\chi(x_0 - x)$ bestimmt wurde. In beiden Fällen ist nämlich die totale Anfangsmasse dieselbe — wegen der Voraussetzung

$$\int_0^{\infty} \chi(y) dy = 1;$$

im letzteren Falle gehen aber die Massenpartikeln von Punkten näher an der P-Achse aus als im ersteren Falle, weil $\chi(x_0 - x) = 0$, wenn $x > x_0$.

Folglich hat die Formel

$$(7') \quad \vartheta(x_0) < e^{-R x_0}$$

Geltung.

Da nun $\sigma(x_0) = 1 - \vartheta(x_0)$, habe ich also eine untere Grenze der Soliditätszahl gefunden, nämlich:

$$(7'') \quad \sigma(x_0) > 1 - e^{-R x_0}$$

$(1 - e^{-R x_0})$ stellt übrigens eine für praktische Anwendungen gute Approximation für die Soliditätszahl dar, da in dergleichen Fällen x_0 groß ist im Verhältnisse zum Maximalgewinne a_{\max} .

27. Spiel der A-Type Bestimmung der Konstanten R.

Damit die Gleichung (7) bei der Bestimmung der Soliditätszahl anwendbar werde, erübrigt es noch, Formeln für die Bestimmung der Konstante R aufzufinden. Allerdings ist R in formeller Hinsicht aus der Gleichung (5) bestimmt; indessen wurde in dieser Gleichung eingehende Funktion $\nu(y)$ als bestimmt angenommen, was jedoch nicht der Fall ist.

Behufs Vervollständigung der Lösung in diesem Punkte gehe ich zum Studium gewisser Spezialfunktionen über, welche (A 2) befriedigen, und zwar solcher der Form:

$$f(x, P) = C e^{kx - P q(k)^{-1}}$$

wo C eine nach Belieben zu wählende Konstante ist und $q(k)$ von der Gleichung:

$$q(k) = \lambda k - \int_0^{\infty} (e^{ka} - 1) p(a) da$$

bestimmt wird.

Die Initialfunktion ist im vorliegenden Spezialfalle ausgedrückt durch

$$f(x, 0) = C e^{kx}.$$

Ich fixiere nun den Wert der Konstante C durch die Gleichung

$$C = k \int_0^{\infty} \chi(y) e^{ky} dy.$$

Da $\chi(y)$, definiert durch (6), aus bisher festgestellten Formeln nicht berechnet werden kann, ist die Konstante noch bis auf weiteres nur in formeller Hinsicht bestimmt.

Die Funktion $f(x, P)$ muß in zwei Komponentenfunktionen zerteilt werden, und zwar durch Zerteilung der Initialfunktion in zwei, nämlich

$$f(x, 0) = f_1(x, 0) + f_2(x, 0), \text{ wo}$$

$$\begin{cases} f_1(x, 0) = k \int_0^{\infty} e^{k(x+y)} \chi(y) dy, & \text{wenn } x \geq 0 \\ f_1(x, 0) = k \int_{-x}^{\infty} e^{k(x+y)} \chi(y) dy, & \text{wenn } x \leq 0 \\ f_2(x, 0) = 0, & \text{wenn } x \geq 0 \\ f_2(x, 0) = k \int_0^{-x} e^{k(x+y)} \chi(y) dy, & \text{wenn } x \leq 0. \end{cases}$$

¹⁾ Dieses Verfahren kann als ein Umweg erscheinen; ich bediene mich aber desselben, wesentlich, weil die fraglichen Spezialfunktionen auch auf andere im nachstehenden zu erörternde Fragen ihre Anwendung finden werden.

Eine Anfangsverteilung $k e^{kz} \chi(z-x) - z$ konstant — wird nun in Betracht genommen und danach der Ausdruck:

$$k \int_0^{\infty} \chi(z-x) e^{kz} dz$$

gebildet. Man findet dann, daß die Massenmenge, welche die P-Achse passieren wird, durch

$$k \int_0^{\infty} e^{-Rz} e^{kz} dz = \frac{k}{R-k}$$

ausgedrückt ist; vorausgesetzt jedoch, daß $k < R$.

Andererseits ist

$$k \int_0^{\infty} \chi(z-x) e^{kz} dz = f_1(x, 0),$$

weil $\chi(y) = 0$, wenn $y < 0$.

Aus der Gleichung (A 3) auf den vorliegenden Fall angewandt, ergibt sich folglich:

$$\lambda \int_0^{\infty} f_1(0, P) dP = \frac{k}{R-k} \frac{1}{1 - \bar{z}(0)}.$$

Nach der Dichtigkeitsfunktion $f_2(x, 0)$ liegt die ganze Masse unter der P-Achse, woraus erfolgt, daß

$$\lambda \int_0^{\infty} f_2(0, P) dP = \frac{1}{1 - \bar{z}(0)} \int_{-\infty}^0 f_2(x, 0) dx$$

und

$$\lambda \int_0^{\infty} f_2(0, P) dP = \frac{1}{1 - \bar{z}(0)}$$

weil

$$\int_{-\infty}^0 f_2(x, 0) dx = k \int_{-\infty}^0 e^{kx} dx \int_0^{-x} e^{ky} \chi(y) dy = \int_0^{\infty} \chi(y) dy = 1.$$

Wenn man die bezüglichen Ausdrücke für

$$\lambda \int_0^{\infty} f_1(0, P) dP \quad \text{und für} \quad \lambda \int_0^{\infty} f_2(0, P) dP$$

zusammenzählt, so findet man ferner, daß

$$\lambda \int_0^{\infty} f(0, P) dP = \frac{R}{R-k} \frac{1}{1-z(0)}.$$

Durch die Substitution:

$$f(0, P) = k \int_0^{\infty} z(y) e^{ky} e^{q(k)P} dy$$

ergibt sich andererseits

$$\lambda \int_0^{\infty} f(0, P) dP = \frac{\lambda k \int_0^{\infty} z(y) e^{ky} dy}{q(k)}$$

wo k die Formel $q(k) > 0$ befriedigen muß.

Vermöge (5) und (6) wird der Zähler des rechten Membrums von der vorstehenden Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned} k \int_0^{\infty} z(y) e^{ky} dy &= \frac{Rk}{1-z(0)} \int_0^{\infty} e^{-(R-k)y} dy \int_y^{\infty} e^{Rz} z(z) dz = \\ &= \frac{k}{1-z(0)} \frac{R}{R-k} \left\{ \int_0^{\infty} e^{Ry} z(y) dy - \int_0^{\infty} e^{ky} z(y) dy \right\} = \\ &= \frac{k}{1-z(0)} \frac{R}{R-k} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} z(y) dy \right\} \end{aligned}$$

Bei Zusammenstellung der durch verschiedentliches Verfahren gefundenen Ausdrücke für

$$\lambda \int_0^{\infty} f(0, P) dP$$

ergibt sich, daß

$$\lambda \cdot \frac{\frac{k}{1 - \bar{z}(0)} \frac{R}{R - k} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} \nu(y) dy \right\}}{\lambda k - \int_0^{\infty} \{ e^{ka} - 1 \} p(a) da} = \frac{R}{R - k} \frac{1}{1 - \bar{z}(0)}$$

oder schließlich, daß

$$(A 9) \quad \int_0^{\infty} e^{ky} \nu(y) dy = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{e^{ka} - 1}{k} p(a) da.$$

Die Gleichung (A 9) ist unter denjenigen Bedingungen gültig, wenn $k > 0$, $k < R$ und

$$\lambda k > \int_0^{\infty} (e^{ka} - 1) p(a) da.$$

Die beiden letzteren Bedingungen fallen in der Tat zusammen, weil das linke Membrum der Gleichung (A 9) mit k zunimmt und den Wert 1 für $k = R$ erreicht.

Wenn k gegen Null konvergiert, so ergibt sich aus (A 9)

$$(A 10) \quad \int_0^{\infty} \nu(y) dy = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} a p(a) da = \frac{1}{\lambda}, \text{ d. h.} \\ \bar{z}(0) = \frac{1}{\lambda}$$

Läßt man dann k gegen seinen oberen Grenzwert konvergieren, so wird das linke Membrum von (A 9) gegen 1 konvergieren, was folglich auch beim rechten Membrum der Fall werden muß, d. h.

$$\frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} \frac{e^{Ra} - 1}{R} p(a) da = 1.$$

Durch diese Gleichung erhält man eine neue Gleichung für die Bestimmung von R , und zwar

$$(A 11) \quad \lambda R = \int_0^{\infty} \{ e^{Ra} - 1 \} p(a) da,$$

in welcher Gleichung sämtliche eingehende Faktoren gekannt sind.

Durch die Gleichung (A 11) in Verbindung mit der Gleichung (7) kann also die Soliditätszahl für Spiele der A-Type bestimmt werden, vorausgesetzt, daß Geschäftsgewinn nicht von dem Spielfonds abgeschrieben wird.

In dieser Verbindung möchte ich es nicht unerwähnt lassen, daß die Gleichung (A 9) nach Entwicklung der beiden Membra in Potenzreihen von k , eine Bestimmung der Momente

$$\int_0^{\infty} y^n \nu(y) dy$$

ermöglichen wird.

28. Spiel der A-Type. — Hilfssätze.

Ich werde nunmehr zur Ausfüllung der in der Analyse noch offen gebliebenen Lücken übergehen und zwar dadurch, daß ich die beiden folgenden Sätze beweise.

Satz 1. Jeder Massenpartikel wird früher oder später eine parallel zu der P-Achse aufgezoogene Linie, die sich in beliebigem Abstände oberhalb der Anfangslage der betrachteten Masse befindet, passieren.

Satz 2. Die Funktion $f(x, P)$ ist eindeutig aus der Initialfunktion $f(x, 0)$ durch die Gleichung (A 2) bestimmt.

Beweis für Satz 1. Ich lasse die betrachtete Massenmenge = 1 sich am Punkte x_0 befinden. Der Satz bedeutet exakt formuliert, daß diejenige Massenmenge, welche bis zum Zeitpunkte P irgend einmal die Linie $x = x_1$ ($x_1 > x_0$) passiert hat, gegen den Wert 1 konvergiert, da P gegen ∞ konvergiert.

Wenn $\lambda(x)$ durch die kleinere oder jedenfalls ebenso große Quantität λ_0 ersetzt wird, so wird man mit Hinblick auf die Definition des Spielfonds einsehen können, daß für jeden Wert von P die Lagen der bezüglichen Massenpartikeln durch Werte von x bestimmt werden, welche kleiner (oder vielleicht ebenso groß) sind als wie im ursprünglichen Falle. Es ist somit deutlich, falls der Satz für $\lambda = \lambda_0$ Geltung hat, so muß er ebenso für den allgemeinen Fall Geltung haben. Es wurde nämlich schon im Abschnitt 20 vorausgesetzt, daß eine Größe $\lambda_0 > 1$ so befunden wird, daß für alle x $\lambda(x) > \lambda_0$.

Weiter ist es im voraus klar, daß, falls der Satz für eine Massenbelegung Geltung besitzt, die aus der gegebenen hervorkonstruiert wird, dadurch, daß jede Massenpartikel entweder ihre Lage behält oder an einen Punkt versetzt wird mit kleinerer x -Koordinate und mit eventuellem Zuschuß einer positiven Massenmenge, dann hat der Satz auch für den gegebenen Fall Geltung.

Um zu beweisen, daß diejenige Maßenmenge $= 1$, welche beim Initialfalle sich am Punkte x_0 befindet, gänzlich die Linie $x = x_1$ ($x_1 > x_0$) passiert, konstruiere ich die Massenbelegung folgendermaßen:

$$f_0(x, 0) = k e^{k(x-x_0)}$$

Ich habe früher bewiesen, daß

$$f_0(x, P) = k e^{k(x-x_0) - P q(k)}$$

woraus

$$\int_{-\infty}^{x_1} f_0(x, P) dx = e^{k(x_1-x_0) - P q(k)}.$$

Wird k so klein bemessen, daß $q(k) > 0$, was — wie im vorigen Abschnitte nachgewiesen — immer möglich ist, so ergibt sich aus der obigen Gleichung, daß

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{x_1} f_0(x, P) dx = 0.$$

was ja die mathematische Ausdrucksweise dafür ist, daß im Limes alle Masse sich oberhalb der Linie $x = x_1$ befinden. Satz 1 ist hiermit bewiesen.

Beweis für Satz 2. Ich nehme an, daß $f_1(x, P)$ und $f_2(x, P)$ zwei Lösungen zu (A 2) unter gleichen Initialbedingungen sind. Wird

$$f_0(x, P) = f_1(x, P) - f_2(x, P)$$

gebildet, so befriedigt auch $f_0(x, P)$ die Gleichung (A 2) und hat die Initialfunktion $f_0(x, 0) = 0$ für jeden Wert von x .

Ich nehme zum Anfang an, daß λ konstant ist. Durch die Substitution $x = z + \lambda P$ geht $f(x, P)$ in die Funktion $\varphi(z, P)$ über, welche die aus (A 2) hergeleitete Gleichung

$$\frac{\partial \varphi(z, P)}{\partial P} = \int_0^{\infty} \{\varphi(z + a, P) - \varphi(z, P)\} p(a) da$$

befriedigt.

Wenn $\varphi(z, P)$ ein *absolute* Maximum im Punkte z (für P konstant) hat, so ist in demselben Punkte $\frac{\partial \varphi(z, P)}{\partial P}$ negativ oder Null. Wenn

$\varphi(z, P)$ ein absolutes Minimum im Punkte z hat, so ist $\frac{\partial \varphi(z, P)}{\partial P}$ positiv oder Null. Hieraus geht hervor, daß $\varphi(z, P)$ *nicht* mit P zusammen an einem Punkte des *absoluten* Maximums zunehmen und nicht mit P zusammen an einem Punkte des *absoluten* Maximums abnehmen kann, sowie daneben, daß die absoluten Grenzwerte der Initialfunktion die Grenzwerte für $\varphi(z, P)$ für alle in Rede stehenden z und P sein müssen. Ist die Initialfunktion $= 0$, so muß folglich die Funktion identisch $= 0$ für alle Argumentwerte sein. Die Eindeutigkeit ist hiermit bewiesen.

Für den allgemeinen Fall, wo λ von x abhängig ist, kann die Beweisführung auf so ziemlich analoge Weise gemacht werden, obwohl sie etwas komplizierter aussieht. Man kann sich dabei passend der

Substitution $x = z + x_0(P)$ bedienen, wo $P = \int_{x_0}^{x_0(P)} \frac{dx}{\lambda(x)}$. Da nur der aus-

föhrlich behandelte Spezialfall $\lambda = \text{konstant}$ im vorliegenden Aufsätze zur Anwendung gekommen ist und kommen wird, möchte ich auf Details bezüglich der Durchführung des Eindeutigkeitsbeweises im allgemeinen Falle nicht eingehen.

29. Spiel der B-Type. — Geschäftsgewinn ist nicht abzuschreiben.

Ein Elementarspiel der B-Type wird, wie früher angedeutet, ausschließlich durch eine Funktion $p(a)$ charakterisiert, welche die Bedingungen

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(a) da = 1 \quad \text{und} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} a p(a) da = 0$$

erfüllt. $p(a)$ hat somit einen von Null verschiedenen Wert sowohl für gewisse positive wie für gewisse negative a .

Wie bei Spielen der A-Type wird vorausgesetzt, daß $p(a) \geq 0$ für alle a .

Dem Spielfonds wird für jedes Elementarspiel der Sicherheitszuschlag μ dotiert, ohne Rücksicht auf das Gewinnresultat des Spieles. Außerdem ist Überweisung an den Spielfonds vom Betrage $-a$ vorzunehmen, wenn ein negativer Spielgewinn $-a$ herauskommt; beziehungsweise ist eine Reduktion desselben um den Betrag a vorzunehmen, wenn ein positiver Spielgewinn a herauskommt.

Ich bediene mich desselben mechanischen Bildes wie für Spiele der A-Type, d. h. des im Abschnitte 22 beschriebenen.

$f(x, n)$ drückt die Verteilung der Masse nach Ablauf des n -ten Elementarspieles aus. $f(x, 0)$ drückt die Anfangsverteilung der Masse aus. Aus den Definitionen geht dann unmittelbar hervor, daß

$$(B\ 2) \quad f(x, n) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x + a - \mu, n - 1) p(a) da,$$

welche Gleichung dem (A 2) völlig entspricht und induktiv $f(x, n)$ für alle n -Werte der Initialfunktion bestimmt. Die Eindeutigkeit ist hier offenbar.

Wie bei Spielen der A-Type wird die Solidität von derjenigen Massenmenge ausgedrückt, welche nie die P-Achse passieren wird, einerlei wie lange das Spielen betrieben wird.

Die im Abschnitt 25 ausgeführte Analyse kann gleichfalls auf Spiele der B-Type Anwendung finden und die da angegebenen Formeln (4), (5) und (6) haben unverändert Geltung.

Bei der Bestimmung von R divergieren dagegen die Resultate, obwohl das Verfahren bei Spielen der B-Type ein ziemlich analoges, wie bei Spielen der A-Type ist.

Diejenige Massenmenge, welche im Laufe eines gewissen Elementarspieles die P-Achse *von oben nach unten* passiert, wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$\int_0^{\infty} f(x, n) dx \int_{x+\mu}^{+\infty} p(z) dz.$$

Diejenige Massenmenge, welche im Laufe eines gewissen Elementarspieles die P-Achse *von unten nach oben* passiert, wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$\int_{-\infty}^0 f(x, n) dx \int_{-\infty}^{x+\mu} p(z) dz.$$

Die *totale* Massenmenge (für jedes Passieren von neuem gerechnet), welche in *nach unten* gehender Richtung die P-Achse passiert (einschließlich der eventuell beim Initialfalle *unter* der P-Achse befindlichen Massenmenge), wird demnach so ausgedrückt:

$$(B\ 3') \quad \int_{-\infty}^0 f(x, 0) dx + \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} f(x, n) dx \int_{x+\mu}^{+\infty} p(z) dz,$$

welche Ausdrucksweise in der folgenden Erörterung eine mit dem rechten Membrum in (A 3) analoge Bedeutung tragen wird.

Die durch (B 3') ausgedrückte Massenmenge ist in der Tat gleich derjenigen, welche die P-Achse in aufwärtsgehender Richtung passiert (ausschließlich der beim Initialfalle *über* der P-Achse befindlichen Massenmenge) und kann also auch so ausgedrückt werden:

$$(B 3'') \quad \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^0 f(x, n) dx \int_{-\infty}^{x+\mu} p(z) dz.$$

Jede Massenpartikel wird nämlich — so wie bei Spielen der A-Type — früher oder später jede *über* der Partikel parallel zu der P-Achse laufende Linie passieren. Die Beweisführung, betreffend diesen Satz, ist so gut wie identisch mit derjenigen, welche im Abschnitt 28, betreffend Spiele der A-Type gemacht wurde, weshalb eine Detaillierung hier nicht erforderlich sein dürfte. Es genügt zu bemerken, daß (B 2) von jeder Funktion der Formel

$$f(x, n) = C e^{k(x-n\mu)} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ka} p(a) da \right\}^n$$

mit der Initialfunktion $f(x, 0) = C e^{kx}$ befriedigt wird.

Es bedarf vielleicht besonderer Erwähnung, daß das Passieren der P-Achse oder einer dazu parallelen Linie bei Spielen der B-Type von unten aufwärts diskontinuierlich erfolgt, ebenso wie von oben nach unten. Die Massenpartikeln werden von Punkten unter der P-Achse im Laufe eines Elementarspieles an Punkte über derselben Achse versetzt. Es gilt natürlich nur von einem begrenzten Gebiete, daß eine derartige unmittelbare Versetzung an einen Punkt über der P-Achse möglich ist, und zwar bezieht sich solche Begrenzung auf $(a_{\max} + \mu)$, wo a_{\max} das größte a bezeichnet, für welches $p(a)$ einen von Null verschiedenen Wert hat.

Setzt man, wie bei Spielen der A-Type, in die Spezialfunktion

$$C e^{k(x-n\mu)} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ka} p(a) da \right\}^n$$

$$C = k \int_0^{\infty} z(y) e^{ky} dy = \frac{R}{R+k} \cdot \frac{k}{1-z(0)} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} z(y) dy \right\},$$

hinein, so ergibt sich durch „Abbildung“ der Initialmasse in der P-Achse, daß die gesamte Massenmenge des Bildes $\frac{R}{R-k}$ ausmacht.

Die ganze Masse des Bildes passiert wiederum die P-Achse von unten aufwärts. Ein Teil derselben Masse passiert zum zweiten Male die P-Achse in nach unten gehender Richtung. Dieser Teil kann natürlich so ausgedrückt werden: $\frac{R}{R-k} \hat{v}_1$, wo \hat{v}_1 die Bedingungen $\hat{v}(0) > \hat{v}_1 > \hat{v}(a_{\max})$ erfüllt.

Diejenige Massenmenge, welche die Achse in nach unten gehender Richtung wenigstens dreimal passiert, kann so ausgedrückt werden: $\frac{R}{R-k} \hat{v}_2^2$, wo $\hat{v}(0) < \hat{v}_2 < \hat{v}(a_{\max})$ u. s. w.

Rechnet man die Masse von neuem für jedes Passieren *von oben nach unten*, so ist die gesamte die P-Achse passierende Massenmenge so auszudrücken: $\frac{R}{R-k} \frac{1}{1-\hat{v}}$, wo $\hat{v}(0) < \hat{v} < \hat{v}(a_{\max})$.

Für dieselbe Massenmenge kann anderweitig ein Ausdruck gefunden werden und zwar mittels (B^3) oder ($B^{3''}$). Wenn in eine jede dieser Formeln

$$f(x, u) = \\ = \frac{R}{R-k} \frac{k}{1-\hat{v}(0)} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} v(y) dy \right\} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ka} p(a) da \right]^n e^{k(x-nu)}$$

eingesetzt wird, so bekommt man folglich die Gleichung:

$$\frac{R}{R-k} \frac{1}{1-\hat{v}} = \\ = \frac{\frac{R}{R-k} \frac{1}{1-\hat{v}(0)} \left\{ 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} v(y) dy \right\} \int_{-\infty}^{\mu} \left\{ 1 - e^{k(y-\mu)} \right\} p(y) dy}{1 - e^{-k\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ky} p(y) dy},$$

woraus

$$(B\ 9) \quad 1 - \int_0^{\infty} e^{ky} v(y) dy = \frac{1-\hat{v}(0)}{1-\hat{v}} \frac{1 - e^{-k\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ky} p(y) dy}{\int_{-\infty}^{\mu} \left\{ 1 - e^{k(y-\mu)} \right\} p(y) dy},$$

was für alle k , welche $0 < k < R$ erfüllen, Geltung hat. Läßt man in (B 9) k gegen R konvergieren, so wird das linke Membrum gegen 0 konvergieren, weshalb dies auch mit dem rechten Membrum der Fall werden muß. Dies kann nicht geschehen, wenn nicht

$$1 - e^{-R\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{Ry} p(y) dy = 0.$$

Zur Bestimmung von R bekommt man also die Gleichung:

$$(B\ 11) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{Ra} p(a) da = e^{R\mu}.$$

Die Gleichung (B 9) kann auch zur Berechnung des Momentes

$$\int_0^{\infty} y^n v(y) dy$$

dienen, nach Entwicklung beider Membra in Potenzreihen von k . Die Berechnung wird jedoch nur eine approximative sein, so lange die Größe $z(0)$ nicht exakt berechnet ist. Mit guter Approximation dürfte dieselbe jedoch für die meisten Fälle, wo die Anwendung in Frage kommen kann, durch z ersetzt werden können.

Es ist also bewiesen, daß die Soliditätszahl für beide Spieltypen durch den Ausdruck $1 - e^{-Rx_0}$ approximiert werden kann, in welchem x_0 den Anfangsbetrag des Spielfonds darstellt und R eine Konstante (unabhängig von x_0) ist, welche mit Hilfe der Formel (A 11) beziehungsweise (B 11) berechnet werden kann. Daneben ist es bewiesen, daß der sich ergebene Ausdruck kleiner ist als die Soliditätszahl, so daß man sich bei der Anwendung des Ausdruckes auf der „sicheren Seite“ befindet.

30. Spiel der A-Type. — Das Abschreiben vom Geschäftsgewinn.

Es wird angenommen, daß das Abschreiben des Geschäftsgewinnes vom Spielfonds gemäß einer apriorischen Regel erfolgt und zwar nur, wenn der Spielfonds ein absolutes Maximum, d. h. einen größeren Wert als bei jeglichem früheren Zeitpunkte, erreicht haben wird.

Bezeichnet $(x_0 + \zeta)$ das absolute Maximum des Fonds bis zu einem gewissen Zeitpunkte, so wird es eine Konsequenz der Definitionen

selbst, daß $(x_0 + \zeta)$ im Laufe des Spielens nie abnehmen kann, und daß beim Initialfalle $\zeta = 0$.

Bei Spielen der A-Type wird ζ ohne diskontinuierliche Sprünge wachsen. Bei Spielen der B-Type dagegen wächst ζ nicht kontinuierlich. In der folgenden Betrachtung wird indessen die besagte Diskontinuität dahin aufgefaßt, daß ζ im Laufe eines Elementarspieles eine Reihe von Werten kontinuierlich durchläuft.

Wenn man von dem Abschreiben des Geschäftsgewinnes absieht, so wird die Wahrscheinlichkeit für die Erreichung von $x_0 + \zeta$, ohne daß der Spielfonds bis dahin den Wert Null passiert hat, so ausgedrückt:

$$(A\ 12) \quad \sigma(x_0/\zeta) = \frac{\sigma(x_0)}{\sigma(x_0 + \zeta)}.$$

Der Beweis für (A 12) läßt sich ohne Schwierigkeit führen.

Von einem apriorischen Gesichtspunkte aus sind die folgenden Einzelfälle möglich.

1. Der Spielfonds reduziert sich auf Null, ehe der Wert $x_0 + \zeta$ passiert wird;
2. der Spielfonds bekommt den Wert Null, aber erst nachdem $x_0 + \zeta$ passiert ist;
3. der Spielfonds erreicht den Wert $x_0 + \zeta$, ohne daß er weder früher noch später auf Null heruntergeht; oder
4. der Betrag des Spielfonds bewegt sich immer zwischen Null und $x_0 + \zeta$.

Nach dem schon früher Bewiesenen wird der Spielfonds früher oder später jeden Wert größer als x_0 passieren, vorausgesetzt, daß davon abgesehen wird, daß das Spielen aufhören muß, sobald der Spielfonds auf Null sinkt.

Dies bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit des Falles 4. = 0 ist.

Die Wahrscheinlichkeit der beiden Alternativen 2. und 3. zusammen ist es eben, was durch $\sigma(x_0/\zeta)$ definiert wurde. Hat der Spielfonds den Wert $x_0 + \zeta$ erreicht, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Fonds späterhin nie auf den Wert Null sinken würde, durch $\sigma(x_0 + \zeta)$ ausgedrückt. Die absolute Wahrscheinlichkeit der Alternative 3. ist also

$$= \sigma(x_0/\zeta) \sigma(x_0 + \zeta).$$

Die Fälle 3. und 4. zusammen entsprechen eben der Wahrscheinlichkeit $\sigma(x_0)$ und weil die Wahrscheinlichkeit des Falles 4. = 0 ist, so ergibt sich folglich die Gleichung

$$\sigma(x_0/\zeta) \sigma(x_0 + \zeta) = \sigma(x_0).$$

welche nur eine Umschreibung von (A 12) ist.

Stellen wir uns nun vor, daß Geschäftsgewinn nur in einem einzelnen Falle abgeschrieben wird, und zwar wenn der Fonds den Wert $x_0 + \zeta + \eta$ erreicht, solchenfalls mit dem Betrage η . (Hier kann ζ auch negativ sein, wenn nur $\zeta + \eta > 0$.)

Die Wahrscheinlichkeit, daß $x_0 + \zeta + \eta$ zu erreichen steht, ehe Null passiert wird, ist $= \frac{\sigma(x_0)}{\sigma(x_0 + \zeta + \eta)}$. Bei Erreichung von $x_0 + \zeta + \eta$ wird der Spielfonds sogleich auf $x_0 + \zeta$ reduziert, wonach das Spielen ohne weitere Reduktion des Spielfondes durch Abschreibung vom Geschäftsgewinn fortläuft. Nach der erfolgten Reduktion ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Fonds nie auf Null heruntergehen wird, durch $\sigma(x_0 + \zeta)$ ausgedrückt, wonach die Soliditätszahl gemäß des angenommenen einfachen Prinzipes für das Abschreiben vom Geschäftsgewinn, durch

$$(13') \quad \Sigma(x_0) = \frac{\sigma(x_0)}{\sigma(x_0 + \zeta + \eta)} \sigma(x_0 + \zeta)$$

ausgedrückt wird.

Die Formel (13') läßt sich unmittelbar generalisieren zu demjenigen Falle, wo das Abschreiben vom Geschäftsgewinn an den „Maximalpunkten“ $\zeta_1 + \eta_1 < \zeta_2 + \eta_2 < \dots < \zeta_m + \eta_m$ und zwar mit den bezüglichen Beträgen $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$ erfolgt.

Die Soliditätszahl ist zu erhalten in der Form

$$(13'') \quad \Sigma(x_0) = \sigma(x_0) \frac{\sigma(x_0 + \zeta_1)}{\sigma(x_0 + \zeta_1 + \eta_1)} \frac{\sigma(x_0 + \zeta_2)}{\sigma(x_0 + \zeta_2 + \eta_2)} \dots \frac{\sigma(x_0 + \zeta_m)}{\sigma(x_0 + \zeta_m + \eta_m)}.$$

Sodann betrachte ich denjenigen Fall, wo das Abschreiben vom Geschäftsgewinn an den Maximalpunkten stetig mit Hilfe einer Funktion $\rho(\zeta)$ in der Weise erfolgt, daß, sobald der Fonds auf $x_0 + \zeta + d\eta$ gestiegen ist, wird er auf den Wert $x_0 + \zeta + d\zeta$ reduziert, worin

$$d\zeta = \frac{d\eta}{\rho(\zeta)}, \quad \rho(\zeta) \geq 1, \text{ wenn } \zeta > 0.$$

Man hat dabei die bezüglichen Faktoren in (13'') in der Weise zu ersetzen, daß

$$\frac{\sigma(x_0 + \zeta)}{\sigma(x_0 + \zeta + \eta)} \text{ durch } \frac{\sigma(x_0 + \zeta + d\zeta)}{\sigma(x_0 + \zeta + \rho(\zeta) d\zeta)} = e^{-\{\rho(\zeta) - 1\} \frac{\sigma'(x_0 + \zeta)}{\sigma(x_0 + \zeta)} d\zeta}$$

ersetzt wird.

1) Bei der Transformation wird natürlich vorausgesetzt, daß $\sigma(x_0 + \zeta)$ eine endliche erste Ableitung für alle in Betracht kommenden Werte von ζ hat; eine Eigenschaft, von deren Gegenwart man sich leicht überzeugen kann.

Bei Anwendung der Substitution auf (13'') ergibt sich, daß

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma(x_0) = \sigma(x_0) e^{-\int_0^{\infty} \{\rho(\zeta) - 1\} \frac{\sigma'(x_0 + \zeta)}{\sigma(x_0 + \zeta)} d\zeta} = e^{-\int_0^{\infty} \rho(\zeta) \frac{\sigma'(x_0 + \zeta)}{\sigma(x_0 + \zeta)} d\zeta} \\ \text{oder} \\ \Sigma(x_0) = \{\sigma(x_0)\}^{\rho(0)} e^{\int_0^{\infty} \rho'(\zeta) \log \sigma(x_0 + \zeta) d\zeta}. \end{array} \right.$$

Die Gleichung (13) läßt sich bedeutend dadurch vereinfachen, daß gewisse einfache Funktionsformen anstatt einer allgemeinen Funktion $\rho(\zeta)$ eingesetzt werden. Die im nachstehenden behandelten Spezialfunktionen dürften bei der praktischen Anwendung genügen.

Setzen wir zuerst, daß $\rho(\zeta) = \beta = \text{const.}$, so reduziert sich (13) auf

$$\Sigma(x_0) = \{\sigma(x_0)\}^{\beta}, \quad \beta \geq 1.$$

Setzen wir danach

$$(14) \quad \rho(\zeta) = \beta e^{\alpha \zeta}, \quad \alpha > 0 \text{ und } \beta \geq 1$$

so ergibt sich bei Anwendung der Näherungsformel (7)

$$(15') \quad \Sigma(x_0) = e^{-\frac{R\beta}{R-\alpha} e^{-Rx_0}} \quad \text{und}$$

$$(15'') \quad \Sigma(x_0) = 1 - \frac{R\beta}{R-\alpha} e^{-Rx_0}$$

Da die Soliditätszahl bei allen praktischen Anwendungen nur wenig von 1 abweicht, kann man mit vollkommen guter Approximation setzen

$$\sigma(x_0) = 1 - e^{-Rx_0} = e^{-e^{-Rx_0}}$$

und ferner

$$e^{-\frac{R\beta}{R-\alpha} e^{-Rx_0}} = 1 - \frac{R\beta}{R-\alpha} e^{-Rx_0}.$$

Die Gleichungen (15) setzen voraus, daß $\alpha < R$.

Es bedarf vielleicht der Erwähnung, daß die Näherungsformel (15') nicht selbstredend eine untere Grenze der Soliditätszahl angibt. Dies ist hingegen mit (15'') stets der Fall, wie aus nachstehendem Abschnitte 36 hervorgehen wird.

31. Spiel der B-Type. — Das Abschreiben vom Geschäftsgewinn.

Die Näherungsformeln (15) haben auch bei Spielen der B-Type mit genügender Genauigkeit Geltung. Ferner können noch die

Formeln (13) auf Spiele der B-Type Anwendung finden, obwohl in diesem Falle nur approximativ; dieses Verhältnis hat seinen Grund darin, daß bei Spielen der B-Type ein Maximalwert $x_0 + \zeta$ im allgemeinen im Laufe eines Elementarspieles vom Spielfonds lediglich *passiert* wird, und letzterer von einem kleineren Werte ausgehend, im Laufe des Spieles diskontinuierlich einen höheren Wert als $x_0 + \zeta$ erhält. Ungeachtet der von genannter Unstetigkeit verursachten Veränderungen findet die Beweisführung in analoger Weise wie bei Spielen der A-Type statt.

32. Spiele der A-Type. — Die Bewegung der „Maximalmasse“.

Betrachtet man die Massenverteilung an einem gewissen Zeitpunkte P , so können die Massenpartikeln in zwei Gruppen eingeteilt werden; und zwar einerseits in solche, die sich an einem Punkte *absoluten* Maximums, d. h. in größerem positivem Abstände von der P -Achse entfernt, als an irgend einem früheren Zeitpunkte befinden, und andererseits in sonstige Massenpartikeln, die sich also nicht an einem Punkte absoluten Maximums befinden.

Die Massen der ersteren Kategorie nenne ich *Maximalmasse* und lasse deren Verteilung durch die Dichtigkeitsfunktion $\varphi(P, \eta)$ in der Weise bestimmt werden, daß $\varphi(P, \eta) dP$, die die Linie $x = x_0 + \eta$ am Punkte $P \dots P + dP$ passierende Menge von Maximalmasse angibt.

Aus der Definition selbst ist mit Klarheit ersichtlich, daß $\varphi(P, \eta) = 0$ ist, wenn $P < 0$, unabhängig von η . Ferner ist

$$(A\ 16) \quad \int_0^{\infty} \varphi(P, \eta) dP = 1, \text{ wenn } \eta > 0.$$

(A 16) bedeutet nämlich nur, daß sämtliche Massenpartikeln früher oder später die Linie $x = x_0 + \eta$ (wo $\eta < 0$) passieren werden.

Ich stelle eine neue Funktion $\pi(P)$ hinein, welche die Verteilung der Maximalmasse auf der P -Achse bestimmt, unter der Bedingung, daß die Anfangslage der Masse (auf der x -Achse) von der Dichtigkeitsfunktion $p(-x)$ bestimmt wird. Da

$$1 = \int_0^{\infty} p(a) da = \int_{-\infty}^0 p(-x) dx,$$

so ist auch

$$\int_0^{\infty} \pi(P) dP = 1.$$

Die die Linie $x = x_0 + \eta$ passierende Maximalmasse hat an früheren Zeitpunkten auch die Linie $x = x_0 + \eta - d\eta$ passiert, und kann also durch Versetzung der früher auf der Linie $x = x_0 + \eta - d\eta$ befindlichen Maximalmasse generiert werden. Von dieser letzteren Masse wird ein Teil — im Laufe des „Elementarspieles“ $\frac{d\eta}{\lambda}$ — direkt nach der Linie $x = x_0 + \eta$ versetzt unter Beibehaltung ihrer Maximaleigenschaft. Der rückständige Teil der Maximalmasse (auf der Linie $x = x_0 + \eta - d\eta$) wird im Laufe des fraglichen Elementarspieles nach Punkten *unter* der Linie $x = x_0 + \eta$ versetzt und verteilt sich in verschiedener Entfernung ($-y$) von dieser Linie in Gemäßheit der Dichtigkeitsfunktion $p(-y)$. Der letztere Teil der Masse verliert natürlich durch die Versetzung (nach unten) ihre Eigenschaft als Maximalmasse, nimmt indessen wiederum dieselbe Eigenschaft an, sobald die Massenpartikeln an bezüglichen späteren Zeitpunkten die Linie $x = x_0 + \eta$ erreichen.

Betrachtet man nach diesen Vorbemerkungen diejenige Menge Maximalmasse — $\varphi(P, \eta - d\eta) dP$ —, welche die Linie $x = x_0 + \eta - d\eta$ am Punkte $P \dots P + dP$ erreicht, so findet man, daß ein Teil davon — $= \varphi(P, \eta - d\eta) dP \left(1 - \frac{d\eta}{\lambda}\right)$ — direkt nach der Linie $x = x_0 + \eta$ versetzt wird und letztere unter Beibehaltung ihrer Maximaleigenschaft am Punkte $P + \frac{d\eta}{\lambda} \dots P + dP + \frac{d\eta}{\lambda}$ trifft. Der restliche Teil der betrachteten Maximalmasse — $= \varphi(P, \eta - d\eta) dP \frac{d\eta}{\lambda}$ — verteilt sich an Punkte, welche einerseits sämtliche durch die P -Koordinaten $P + \frac{d\eta}{\lambda} \dots P + dP + \frac{d\eta}{\lambda}$ und andererseits durch verschiedene x derart bestimmt werden, daß die Dichtigkeitsfunktion die Form

$$\frac{d\eta}{\lambda} \varphi(P, \eta - d\eta) dP p(x_0 + \eta - x)$$

annimmt.

Dieser letztere Teil der Masse verteilt sich, sobald er an späteren bezüglichen Zeitpunkten die Linie $x = x_0 + \eta$ erreicht, auf derselben Linie in Gemäßheit der Dichtigkeitsfunktion

$$\frac{d\eta}{\lambda} \varphi(P, \eta - d\eta) dP \pi\left(P' - P - \frac{d\eta}{\lambda}\right).$$

Obige Analyse, betreffend den Übergang der Maximalmasse von der Linie $x = x_0 + \eta - d\eta$ an die Linie $x = x_0 + \eta$ erzeugt folglich die Gleichung

$$\varphi\left(P + \frac{d\eta}{\lambda}, \eta\right) = \left(1 - \frac{d\eta}{\lambda}\right) \varphi(P, \eta - d\eta) + \\ + \frac{d\eta}{\lambda} \int_0^{\infty} \varphi(P - P', \eta - d\eta) \pi(P') dP' \quad ^1)$$

oder

$$(A17) \quad \lambda \frac{\partial \varphi(P, \eta)}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi(P, \eta)}{\partial P} = \int_0^{\infty} \{\varphi(P - P', \eta) - \varphi(P, \eta)\} \pi(P') dP'.$$

Die Gleichung (A 17), welche große Analogie mit (A 2) zeigt, bestimmt $\varphi(P, \eta)$ aus den Anfangsbedingungen, wonach die ganze Masse auf der Linie $x = x_0$ am Punkte $P = 0$ verlegt sein sollte. Die Diskontinuitätsschwierigkeiten sind nur scheinbar, da sie dadurch umgangen werden können, daß man sich die Masse auf der Linie $x = x_0$ ausgebreitet in der Umgebung des Punktes $P = 0$ vorstellt.

Zur Bestimmung der in (A 17) eingehenden Funktion $\pi(P)$ gehe ich von einer Initialverteilung auf der x -Achse aus, welche durch die Dichtigkeitsfunktion $p(-x)$ bestimmt ist. Die Verteilung der Maximalmasse bei deren Passieren der P -Achse ist dann — gemäß der Definition von $\pi(P)$ — durch $\pi(P)$ bestimmt. Andererseits kann die Verteilung auf der P -Achse durch

$$\int_0^{\infty} \varphi(P, \eta) p(\eta) d\eta$$

ausgedrückt werden, woraus sich die Gleichung:

$$(A18) \quad \pi(P) = \int_0^{\infty} \varphi(P, \eta) p(\eta) d\eta$$

ergibt.

33. Die Anwendung von (A 17) und (A 18) bei Spezialuntersuchungen.

(A 17) und (A 18) genügen für die Bestimmung der in diesem Aufsatze erforderlichen, von $\varphi(P, \eta)$ abhängigen Faktoren.

¹⁾ Hier kann ∞ (anstatt P) als obere Integralgrenze genommen werden, weil $\varphi(P, \eta) = 0$, wenn $P < 0$.

Als ein Beispiel für die Anwendung der Formeln (A 17) und (A 18) werde ich

$${}^1\varphi(\gamma_i) \equiv \int_0^\infty \varphi(P, \gamma_i) P \, dP$$

abschätzen.

Wenn man die beiden Membra in (A 17) beziehungsweise (A 18) mit P multipliziert und zwischen 0 und $+\infty$ nach P integriert, so findet man, daß

$$\begin{cases} \lambda {}^1\varphi'(\gamma_i) = {}^1\pi + 1 \\ {}^1\pi = \int_0^\infty {}^1\varphi(\gamma_i) p(\gamma_i) \, d\gamma_i \end{cases} \quad \text{wo } {}^1\pi \equiv \int_0^\infty \pi(P) P \, dP.$$

Aus der ersteren Gleichung resultiert, daß

$${}^1\varphi(\gamma_i) = \gamma_i \frac{{}^1\pi + 1}{\lambda},$$

weil ${}^1\varphi(0) = 0$ infolge der Anfangsbedingungen.

Durch Substitution des also gefundenen Wertes ${}^1\varphi(\gamma_i)$ in die letztere Gleichung, bekommt man:

$${}^1\pi = \frac{{}^1\pi + 1}{\lambda} \quad \text{oder} \quad {}^1\pi = \frac{1}{\lambda - 1},$$

weil

$$\int_0^\infty p(\gamma_i) \gamma_i \, d\gamma_i = 1.$$

Schließlich resultiert, daß

$${}^1\varphi(\gamma_i) = \frac{\gamma_i}{\lambda - 1}.$$

In analoger Weise gelangt man zu Rekursionsformeln für die Bestimmung von

$${}^n\varphi(\gamma_i) \equiv \int_0^\infty \varphi(P, \gamma_i) P^n \, dP.$$

Als eine zweite Anwendung der Formeln (A 17) und (A 18) will ich abschätzen

$$U(\tau) \equiv \int_0^{\infty} e^{qP} \varphi(P, \tau) dP$$

wo q eine beliebig gewählte Konstante ist.

Durch Multiplikation mit e^{qP} der beiden Membra in (A 17) beziehungsweise (A 18) und Integration nach P zwischen 0 und $+\infty$ gelangt man zu den Gleichungen:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda U'(\tau) - q U(\tau) = U(\tau) \int_0^{\infty} (e^{qP} - 1) \pi(P) dP \\ \int_0^{\infty} e^{qP} \pi(P) dP = \int_0^{\infty} U(\tau) p(\tau) d\tau \end{array} \right.$$

und danach zu der Gleichung:

$$(A 19) \quad \left\{ \begin{array}{l} U(\tau) \equiv \int_0^{\infty} e^{qP} \varphi(P, \tau) dP = e^{r\tau} \\ \text{wo } r \text{ durch die Gleichung:} \\ \lambda r - \int_0^{\infty} (e^{ra} - 1) p(a) da = q \end{array} \right.$$

bestimmt ist.

r ist natürlich positiv (beziehungsweise negativ) in Harmonie mit q . Das linke Membrum der letzteren Gleichung hat seinen Maximalwert, wenn

$$\lambda = \int_0^{\infty} e^{ra} a p(a) da,$$

weshalb q einen gewissen positiven Betrag nicht übersteigen darf, damit daß das entsprechende r endlich sei. Dieses Verhältnis hat seinen Grund darin, daß

$$\int_0^{\infty} e^{qP} \pi(P) dP$$

gegen ∞ konvergiert, wenn q sich an seinem Maximum nähert.

34. Die Dichtigkeitsfunktion der Maximalmasse bei der Abschreibung vom Geschäftsgewinn.

Daß Geschäftsgewinn abgeschrieben wird an Punkten absoluten Maximums und zwar auf Basis der Funktion $\rho(\xi)$, bedeutet, daß jede Maximalmassenpartikel — mit ungeänderter P-Koordinate — näher an der P-Achse in der Weise versetzt wird, daß eine Maximalmassenpartikel, die sich sonst auf der Linie

$$x = x_0 + \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi$$

befinden sollte, anstatt dessen auf der Linie $x = x_0 + \xi$ angetroffen wird. Die Verteilung der Maximalmasse bei der Abschreibung von Geschäftsgewinn auf Basis der Funktion $\rho(\xi)$ wird folglich durch die Dichtigkeitsfunktion

$$\varphi\left(P, \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi\right)$$

bestimmt, d. h. das Linienelement $P \dots P + dP$ auf der Linie $x = x_0 + \xi$ wird von einer Quantität Maximalmasse passiert, die durch

$$dP \varphi\left(P, \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi\right)$$

ausgedrückt wird.

Ich möchte besonders betonen, daß hier eine gewisse Verschiedenheit in der Problemenlage herrscht im Vergleich mit Abschnitt 30. wo die bezüglichen Fragen erörtert werden. indem es an letzterer Stelle berücksichtigt wurde, daß gewisse Maximalmassenpartikeln die P-Achse passieren, und deswegen nicht nach dem Passieren mitberechnet werden sollten. Indessen kann eine eventuelle Korrektion wegen des erwähnten Umstandes bei praktischer Anwendung nur äußerst geringe Bedeutung haben. Da außerdem die Korrektion eine Vergrößerung der berechneten Soliditätszahl veranlassen würde, so erscheint dieselbe ziemlich überflüssig; die in diesem Abschnitte aufgestellte Formel für die Verteilung der Masse kann deshalb — mit der Gewißheit, daß die Methode einen Wert auf der „sicheren Seite“ erzeugt — bei der Berechnung der Soliditätszahl angewandt werden, wie auch in den nachfolgenden Abschnitten geschieht.

35. Die Dichtigkeitsfunktion der Totalmasse bei der Abschreibung vom Geschäftsgewinn.

Ich besitze nunmehr hinreichende Voraussetzungen, um Formeln für die Bewegung der *Totalmasse* auch in demjenigen Falle, wo Geschäftsgewinn abgeschrieben wird, aufzustellen. Ich lasse $F(x, P)$ diejenige Funktion bezeichnen, welche mit der Anfangslage der Masse ($= 1$) am Punkte ($x = 0, P = 0$) die Massendichtigkeit bestimmt, d. h. $F(x, P) dx$ gibt diejenige Massenmenge an, die am Zeitpunkt P sich auf dem Linienelemente $x \dots x + dx$ befindet.

Es wurde im vorigen Abschnitte bewiesen, daß die Verteilung der Maximalmasse bei der Abschreibung vom Geschäftsgewinn auf Basis der Funktion $\rho(\xi)$ durch

$$\varphi \left(P, \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right)$$

ausgedrückt ist. Wenn Geschäftsgewinn nicht abgeschrieben wird, ist die Maximalmassenverteilung durch $\varphi(P, \xi)$ ausgedrückt. Das Abschreiben bedeutet somit nur eine parallele Versetzung der Maximalmasse. Untersucht man speziell, was das Gewinnabschreiben bedeutet, wenn die Maximalmasse von der Linie $x = x_0 + \xi - d\xi$ an die Linie $x = x_0 + \xi$ übergeht, so gelangt man zu dem Resultate, daß das Gewinnabschreiben gegenüber dem beregten Übergang damit äquivalent ist, daß eine positive durch die Dichtigkeitsfunktion

$$\varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right)$$

bestimmte Massenbelegung auf die Linie $x = x_0 + \xi$ hinzugefügt und daß eine negative durch dieselbe Dichtigkeitsfunktion bestimmte Massenbelegung auf die Linie $x = x_0 + \xi + \{\rho(\xi) - 1\} d\xi$ eingeführt werden. Die eingeführten Massenpartikeln (positive sowie negative) verteilen sich späterhin im Laufe des Spielens in gleicher Weise, wie die Masse in einer Spielbank, wo Geschäftsgewinn nicht abgeschrieben wird, somit auf Basis der Funktion $f(x - x', P - P')$ ¹⁾, worin (x', P') die Koordinaten der fraglichen eingeführten Massenpartikel darstellen.

Die durch die Abschreibung vom Geschäftsgewinn eingeführten (positiven und negativen) elementaren Massenmengen werden auf die Verteilung der Masse am Zeitpunkte P derart zurückwirken, daß die

¹⁾ $f(x, P)$ bezeichnet hier und im folgenden die Massenverteilung in demjenigen Falle, wo kein Geschäftsgewinn abgeschrieben wird, und wo der Ausgangspunkt der Masse der Punkt ($x = 0, P = 0$) ist.

Massenmenge am Punkte $x \dots x + dx$ einen algebraischen Zuschuß erhält

$$\begin{aligned}
 &= \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) f(x - x_0 - \xi, P - P') dx dP' - \\
 &- \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) f \left[x - x_0 - \xi - d\xi \{ \rho(\xi) - 1 \}, P - P' \right] dx dP' = \\
 &= \{ \rho(\xi) - 1 \} \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) \frac{\partial f(x - x_0 - \xi, P - P')}{\partial x} d\xi dx dP'.
 \end{aligned}$$

Bei Integration dieses Ausdruckes nach P' zwischen 0 und P , ferner nach ξ zwischen 0 und $+\infty$, erhält man den totalen algebraischen, durch die Abschreibung von Geschäftsgewinn veranlaßten Zuschuß. Laut der Definition von $F(x, P)$ ist die gleiche Quantität Masse durch $dx \{ F(x - x_0, P) - f(x - x_0, P) \}$ ausgedrückt, wonach man zur Bestimmung von $F(x, P)$ die Gleichung:

$$\begin{aligned}
 (A\ 20) \quad F(x, P) &= f(x, P) + \\
 &+ \int_0^P \int_0^{\infty} \{ \rho(\xi) - 1 \} \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) \frac{\partial f(x - \xi, P - P')}{\partial x} d\xi dP'
 \end{aligned}$$

erhält.¹⁾

36. Anwendung der Analyse über die Verteilung der Maximalmasse auf die Berechnung der Soliditätszahl.

Die Bestimmung der Soliditätszahl kann im Falle, wo Geschäftsgewinn abgeschrieben wird, durch ein analoges Raisonement wie bei der Deduktion der Gleichung (A 20) erfolgen. Es ist nachgewiesen worden, daß das Abschreiben von Geschäftsgewinn dem Einführen gewisser positiven und negativen Massenmengen im Laufe des Spielens gleichkommt. Wenn eine positive oder negative Massenmenge z am Punkte x eingeführt wird, so wirkt dies auf die Menge der die P -Achse passierenden Masse derart zurück, daß dieselbe einen algebraischen Zuschuß $= z\phi(x)$ erhält. Man wird demnach einsehen, daß die Abschreibung

¹⁾ In der Formel ist $(x - x_0)$ der Einfachheit halber durch x substituiert worden.

vom Geschäftsgewinn eine Vergrößerung der die P-Achse passierenden Masse zur Folge hat, und zwar derart, daß

$$1 - \Sigma(x_0) = \vartheta(x_0) - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left\{ \rho(\xi) - 1 \right\} \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) \vartheta'(x_0 + \xi) d\xi dP'$$

welche Gleichung völlig analog mit (A 20) ist.

Da

$$\int_0^{\infty} \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) dP' = 1$$

ist, reduziert sich obige Gleichung dahin:

$$\begin{aligned} 1 - \Sigma(x_0) &= \vartheta(x_0) - \int_0^{\infty} \left\{ \rho(\xi) - 1 \right\} \vartheta'(x_0 + \xi) d\xi = \\ &= \rho(0) \vartheta(x_0) + \int_0^{\infty} \rho'(\xi) \vartheta(x_0 + \xi) d\xi. \end{aligned}$$

Setzt man $\rho(\xi) = \beta e^{\alpha \xi}$ und berücksichtigt man, daß $\vartheta(x_0 + \xi) > e^{-R(x_0 + \xi)}$, so gelangt man zur Formel:

$$(15'') \quad 1 - \Sigma(x_0) < \frac{R\beta}{R - \alpha} e^{-R x_0}$$

d. h. man befindet sich wieder gegenüber der im Abschnitt 30 aufgestellten Näherungsformel (15'), welche — wie es aber jetzt nachgewiesen ist — auch eine untere Grenze für die Soliditätszahl ergibt.

37. Hilfsformeln.

Ich werde jetzt die Gleichung (A 20) auf die Berechnung von

$$\Phi(k, P) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-kx} F(x, P) dx \quad (\text{wo } k > 0),$$

anwenden.

Multipliziert man beide Membra in (A 20) mit e^{-kx} , und integriert man nach x zwischen $-\infty$ und $+\infty$, so erhält man:

(A 21)

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi(k, P) &\equiv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-kx} F(k, P) dx = \\ &= e^{-qP} \left\{ 1 + k \int_0^P \int_0^\infty e^{qP'} \varphi \left(P', \int_0^{\xi} \rho(\xi) d\xi \right) e^{-k\xi} (\rho(\xi) - 1) d\xi dP' \right\} \\ q &= k\lambda - \int_0^\infty (e^{k\alpha} - 1) p(\alpha) d\alpha. \end{aligned} \right.$$

Man hat nämlich teils:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} e^{-kx} dx = k \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, P) e^{-kx} dx$$

teils:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, P) e^{-kx} dx = e^{-qP}.$$

q kann je nach der Wahl von k entweder positiv oder negativ sein.

Durch Anwendung von (A 21) läßt sich ferner beweisen, daß

$$(A 22') \quad \lim_{P \rightarrow \infty} e^{qP} \int_0^\infty F(x, P) e^{-kx} dx = 1 + k \int_0^\infty e^{-k\xi} \xi + r \int_0^\xi \rho(\xi) d\xi \{ \rho(\xi) - 1 \} d\xi.$$

Die in (A 22') eingehende GröÙe r ist durch (A 19) bestimmt, welche Gleichung auch k — obwohl dem r nicht unter allen Umständen gleich — befriedigt.

Das rechte Membrum von (A 22') bekommt nicht unter allen Bedingungen einen endlichen Wert. Ist z. B. $\rho(\xi) = \xi e^{\alpha\xi}$, wo $\alpha > 0$, so ist für $q > 0$ (und damit folgende $r > 0$) das rechte Membrum $= \infty$. Dagegen erhält man endliche Werte, wenn k so gewählt ist, daß $q \leq 0$.

Befriedigt k die Gleichung

$$0 = k\lambda - \int_0^\infty (e^{k\alpha} - 1) p(\alpha) d\alpha,$$

d. h. ist k gleich der durch (A 11) definierten Konstante R , so ist

$$(A 23') \quad \lim_{P \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, P) e^{-Rx} dx = R \int_0^{\infty} \rho(\zeta) e^{-R\zeta} d\zeta = \frac{R\beta}{R-\alpha}.$$

notabene wenn $\rho(\zeta) = \beta e^{\alpha\zeta}$.

38. Mehrere Spielbanken mit gemeinsamem Spielfonds.

Ich werde jetzt an die Bestimmung der Soliditätszahl im Falle, wo mehrere Spielbanken B_1, B_2, \dots, B_m einen gemeinsamen Spielfonds haben, übergehen.

Es wird vorausgesetzt, daß die Abschreibung vom Geschäftsgewinn in einer jeden der bezüglichlichen Spielbanken ohne Rücksicht auf den ökonomischen Verlauf des Spielens in den übrigen Banken erfolgt. Für jede Bank wird die Summe von allen Einsätzen (zuzüglich Sicherheitszuschläge) gebildet, wovon teils ausgezahlte Spielgewinne, teils zu Gunsten der fraglichen Bank abgeschriebenener Geschäftsgewinn in Abzug kommen. Auf diese Weise gelangt man zu einer Summe x_i , welche den algebraischen Zuschuß der Bank B_i zum gemeinsamen Spielfonds ausdrückt. x_i ist infolge der Definition unabhängig vom ökonomischen Verlauf des Spielens in den übrigen Banken. Der der Bank B_i zukommende Geschäftsgewinn wird auf Basis einer Funktion $\rho_i(\zeta)$ abgeschrieben, sobald x_i ein *absolute* Maximum erreicht und sonst nach genau denselben Prinzipien wie im Falle, wo die Bank ihren besonderen Spielfonds hatte.

Diejenigen Faktoren, welche den Spielverlauf in der Bank B_i bestimmen, werden durch den Zeiger i bezeichnet, z. B. $\rho_i(\zeta)$, P_i u. s. w.

Abgesehen von der Abschreibung von Geschäftsgewinn, so bilden sämtliche Spielbanken eine einzige zusammengeschlagene Spielbank. Diejenigen Faktoren, welche die Verteilung der Masse in der zusammengeschlagenen Spielbank bestimmen, sind ausgedrückt durch die Relationen:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \sum_{i=1}^m P_i \\ p(a) = \sum_{i=1}^m p_i(a) \frac{dP_i}{dP} \\ \lambda = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{dP_i}{dP} \end{array} \right.$$

Da die relative Verteilung der Masse in einer jeden der bezüglichen Spielbanken von dem Spielverlauf, d. h. von der relativen Verteilung der Masse in den übrigen Spielbanken unabhängig ist, so gilt die Gleichung:

$$F(x, P) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(x_1, P_1) \dots F_{m-1}(x_{m-1}, P_{m-1}) F(x - x_1 - \dots - x_{m-1}, P_m) dx_1 \dots dx_{m-1}.$$

Aus dieser Gleichung erfolgt, daß

$$\begin{aligned} \Phi(k, P) &\equiv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-kx} F(x, P) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{k(x_1 + x_2 + \dots + x_m)} F(x_1 + x_2 + \dots + x_m, P) dx_m = \\ &= \Phi_1(k, P_1) \Phi_2(k, P_2) \dots \Phi_m(k, P_m) \end{aligned}$$

wo $\Phi_i(k, P_i)$ durch (A 21) bestimmt sind.

Mit Hilfe von (A 22') wird schließlich die Gleichung

(A 22)

$$\lim_{P \rightarrow \infty} e^{\sum_{i=1}^m q_i P_i} \Phi(k, P) = \prod_{i=1}^m \left\{ 1 + k \int_0^{\infty} e^{-k\zeta + r_i \int_0^{\zeta} \rho(\xi) d\xi} (\rho(\zeta) - 1) d\zeta \right\}$$

beweisen.

Wegen der Definitionen von q_i und r_i verweise ich auf Abschnitt 37.

39. Formeln für die Berechnung der Soliditätszahl unter generellen Bedingungen.

Um auf einfache Weise zu einer Näherungsformel für die Berechnung der Soliditätszahl unter generellen Voraussetzungen zu gelangen, bediene ich mich der folgenden einfachen Beobachtung und zwar, daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-Rx} f(x, P) dx = 1$$

für alle $P > 0$ Geltung hat (vergl. Abschnitt 37).

$f(x, P)$ ist diejenige Funktion, welche mit der Ausgangslage ($x = 0, P = 0$) die Bewegung der Masse, wenn Geschäftsgewinn nicht abgeschrieben wird, bestimmt.

Die Elementarspiele brauchen nicht untereinander identisch zu sein; es genügt, wenn die Konstante $R^1)$, durch (A 11) bestimmt, für alle Elementarspiele gemeinsam ist. Die Funktion $f(x, P)$ — für ein gewisses P — ist nämlich von der *Reihenfolge* der einzelnen Elementarspiele unabhängig, weshalb man ohne Abänderung der Funktion die Spiele derart umordnen kann, daß durch eine passende Zerteilung in Elementarspielen letztere untereinander identisch werden.

Für Spieler der B-Type hat die Funktion $f(x, n)$ — in entsprechender Weise definiert — ganz dieselbe Eigenschaft, indem

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, n) e^{-R x} dx = 1$$

ist für alle positiven Ganzzahlenwerte für n (oder $n = 0$). R ist natürlich durch (B 11) bestimmt. Auch nicht für Spiele der B-Type brauchen die Elementarspiele identisch zu sein; es genügt, wenn die Konstante R gemeinsam ist.

Ich betrachte sodann die Soliditätszahl unter den folgenden allgemeinen Voraussetzungen:

1. Eine beliebige Anzahl Spielbanken B_1, B_2, \dots, B_m haben gemeinsamen Spielfonds.
2. In den bezüglichen Spielbanken erfolgt die Abschreibung vom Geschäftsgewinn auf Basis der Funktionen $\varphi_i(\xi)$.
3. Alle Elementarspiele der zusammengeschlagenen Spielbank haben die Konstante R gemeinsam.
4. Der Anfangsbetrag des Spielfonds ist $= x_0$.

Hat man unter diesen Verhältnissen eine Massenmenge $= \varepsilon$, welche am Zeitpunkte P' auf der P -Achse gelegen ist, so ist diejenige Funktion $\varepsilon F(x, P', P - P')$, welche die spätere Bewegung dieser Masse bestimmt, im allgemeinen teils von P' , teils von den Bahnen der Partikeln vor Erreichung der P -Achse abhängig. Wenn man von der

¹⁾ Auch nicht der Mittelspielgewinn braucht für die verschiedenen Elementarspiele derselbe zu sein, es genügt, daß R gemeinsam ist. Da der Mittelspielgewinn $= 'a$, so wird R durch die Gleichung

$$\lambda R 'a = \int_0^{\infty} (e^{R a} - 1) p(a) da$$

bestimmt.

Einwirkung absieht, welche das Abschreiben von Geschäftsgewinn auf die Massenverteilung ausübt, so muß die Massenbewegung durch $\varepsilon f(x, P'; P - P')$ bestimmt sein. Durch das Abschreiben von Geschäftsgewinn werden die Massenpartikeln gegen algebraisch kleinere x -Werte gepreßt, weshalb für alle $k > 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x, P'; P - P') e^{-kx} dx > \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, P'; P - P') e^{-kx} dx$$

Geltung hat und speziell für $k = R$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x, P'; P - P') e^{-Rx} dx > 1.$$

Die die P -Achse zum erstenmale passierenden Massenpartikeln werden beim Passieren selbst in ihren bezüglichlichen Lagen fixiert. Sei $\Psi(P')$ die Dichtigkeit der also auf der P -Achse entstandenen Massenbelegung.

Die Massenbelegung $\Psi(P')$ dürfte noch überdies die durch die Funktion

$$\int_0^P \Psi(P') F(x, P'; P - P') dP'$$

bestimmte Bewegung der Masse erzeugen. Diejenigen Massenbelegungen, welche durch diese sekundären Massenversetzungen veranlaßt werden, gehen als ein Bestandteil derjenigen Massenbelegungen $F(x - x_0, P)$ ein, welche durch die Massenversetzungen in der ganzen zusammengesetzten Spielbank entstehen. Mit Geltung für alle x und alle P hat man also:

$$\int_0^P \Psi(P') F(x, P'; P - P') dP' \leq F(x - x_0, P)$$

und dann noch

$$\int_0^P \Psi(P') dP' < \int_0^P \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(P') F(x, P'; P - P') e^{-Rx} dx dP' \leq \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-Rx} F(x - x_0, P) dx.$$

Setzt man in der letzten Formel $P = \infty$ und beobachtet, daß

$$1 - \Sigma(x_0) = \int_0^{\infty} \Psi(P) dP$$

infolge der Definitionen selbst, so findet man, daß für Spiele der A-Type

$$(A\ 24) \quad 1 - \Sigma(x_0) < \lim_{P=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-R \cdot x} F(x - x_0, P) dx.$$

Für Spiele der B-Type gilt die entsprechende Formel:

$$(B\ 24) \quad 1 - \Sigma(x_0) < \lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-R \cdot x} F(x - x_0, n) dx.$$

Die Formeln (A 24) und (B 24), welche beide unter obigen generellen Voraussetzungen Geltung haben, sind besonders zur Aufstellung von Formeln unter verschiedenen Voraussetzungen für die Abschätzung der Soliditätszahl anwendbar.

40. Die Anwendung der Formeln (24) unter besonderen Bedingungen.

Ich werde die detaillierten Anwendungen der Formeln (24) nur für Spiele der A-Type durchführen, weil ich nur für diese Spieltype die grundlegende Analyse im Detail behandelt habe. Sämtliche endgültige Formeln gelten aber auch für Elementarspiele der B-Type.

Anwendung I.

Voraussetzungen: Eine Spielbank, Geschäftsgewinn wird *nicht* abgeschrieben.

In der Formel (24) ist $F(x - x_0, P)$ durch $f(x - x_0, P)$ zu ersetzen, wonach man findet:

$$(7) \quad 1 - \tau(x_0) < e^{-R x_0}$$

weil

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x - x_0, P) e^{-R x} dx = e^{-R x_0} \text{ für alle } P \geq 0$$

Die Formel (7) ist also bewiesen ohne Anwendung der weitläufigeren Methoden in den Abschnitten 25—27. Der Grund, weshalb ich überhaupt die in besagten Abschnitten gemachte Entwicklung in diesen Aufsatz mit aufgenommen habe, ist teils darin zu suchen, daß ich die Bedeutung und Tragweite der vorliegenden Wahrscheinlichkeitsfrage eingehender zu erhellen wünschte; teils bekommt man auch durch unmittelbare Anwendung von (24) keine klare Vorstellung vom Approximationsfehler, wenn man $\sigma(x_0) = 1 - e^{-Rx_0}$ berechnet.

Anwendung II.

Voraussetzungen: Eine Spielbank, Geschäftsgewinn wird abgeschrieben auf Basis der Funktion $\rho(\zeta) = \beta e^{\alpha\zeta}$, $0 \leq \alpha < R$ und $\beta \geq 1$.

Die Formel (A 23') entspricht diesem Falle, weshalb unter vorhandenen Bedingungen (24) in

$$(15'') \quad 1 - \Sigma(x_0) < \frac{R\beta}{R-\alpha} e^{-Rx_0}$$

transformiert wird.

Anwendung III.

Voraussetzungen: m Spielbanken. Geschäftsgewinn wird abgeschrieben auf Basis der bezüglichen Funktionen $\rho_i(\zeta) = \beta_i e^{\alpha_i\zeta}$, $0 \leq \alpha_i < R$ und $\beta_i \geq 1$, geltend für $i = 1, 2, \dots, m$.

In diesem Falle gelangt die Formel (A 22) zur Anwendung, welche, wenn $k = R = R_i$, im gegenwärtigen Falle sich auf

$$(A 23) \quad \lim_{P \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, P) e^{-Rx} dx = \prod_{i=1}^m \left\{ 1 + R \int_0^{\infty} e^{-R\zeta} \{ \rho_i(\zeta) - 1 \} d\zeta \right\} = \prod_{i=1}^m \frac{R\beta_i}{R-\alpha_i}$$

reduziert, weil $q = q_i = 0$ und daneben $r = r_i = 0$ für sämtliche $i = 1, 2, \dots, m$.

Mit Hilfe von (A 23) wird (A 24) an

$$(25) \quad 1 - \Sigma(x_0) < \frac{R\beta_1}{R-\alpha_1} \cdot \frac{R\beta_2}{R-\alpha_2} \cdot \dots \cdot \frac{R\beta_m}{R-\alpha_m} e^{-Rx_0}$$

übergeben.

Die Formel (25) hat unter obigen generellen Voraussetzungen für eine beliebige Anzahl Spezialbanken mit gemeinsamen Spielfonds Geltung. Die Elementarspiele brauchen nicht in Betreff des Mittelspiel-

gewinstes oder sonst gleich zu sein, weder in den verschiedenen Spielbanken untereinander, noch in jeder Bank für sich, wenn nur die Konstante R für sämtliche Elementarspiele in der ganzen zusammengesetzten Spielbank eine gemeinsame ist.

41. Die mathematische Erwartung einer Spielbank in Bezug auf Zinseinkommen vom Spielfonds.

Schließlich möchte ich noch in Kürze andeuten, wie die mathematische Erwartung in Bezug auf das Zinseneinkommen vom Spielfonds zu berechnen sein würde. Wenn das Spielen gleichförmig fort dauert und wenn kontinuierliche Verzinsung in Anrechnung gebracht wird, so ist der gegenwärtige Wert ω des totalen Zinseneinkommens durch die Näherungsformel:

$$(26) \quad \omega = \gamma \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x - x_0, P) x e^{-\gamma P} dx dP$$

zu bestimmen, wo γ eine von der Intensität des Spielens und vom Zinsfuß abhängige Konstante ist.

Die Formel (26) läßt sich ohne Schwierigkeit vereinfachen. Gilt die Frage z. B. Spiel der A-Type und eine einzelne Spielbank, so setzt man den Wert für $F(x, P)$, durch (A 20) angegeben, ein, wonach man findet

$$\begin{aligned} \omega &= x_0 + \gamma \int_0^{\infty} (\lambda - 1) P e^{-\gamma P} dP - \\ &- \gamma \int_0^{\infty} e^{-\gamma P} dP \int_0^P \int_0^{\infty} \left\{ \rho(\xi) - 1 \right\} \gamma (P', \int_0^{\xi} \rho(\frac{\xi}{\xi}) d\xi) d\xi dP' \end{aligned}$$

oder

$$\omega = x_0 + \frac{\lambda - 1}{\gamma} - \frac{1}{h} + \int_0^{\infty} e^{-h \int_0^{\xi} \rho(\frac{\xi}{\xi}) d\xi} d\xi$$

wo h durch die Gleichung

$$\lambda h - \int_0^{\infty} (1 - e^{-ha}) p(a) da = \gamma$$

bestimmt ist. Der Mittelspielgewinn ist als Einheit gewählt.

Des Platzes halber werde ich auf die Bestimmung von ω hier nicht eingehen, welche Bestimmung übrigens kaum größere Schwierigkeiten bereiten kann.

On the theory of reinsurance.

By **Philippe Lundberg**, Stockholm.

The author understands the idea of reinsurance in the widest sense, including therefore reassurance operations effected within the direct insuring Company, as well as cessions made to other independent institutions; the first kind of reassurance refers to principles of internal administration of certain funds of the direct insurer which are generally designed as reserve funds, security funds, profit reserves. &c.

Methods of reassurance are to be judged according to the following principles, viz:

1. The increase of security granted to the direct insurer by way of reinsurance.
2. The importance of reinsurance for fair compensation of profits.
3. Costs of reinsurance.

From these standpoints, the author criticises the methods of reinsurance generally in use. Among other disadvantages, he emphasises especially the circumstance that quantitative relations between benefits secured by reassurance and corresponding costs cannot be duly examined and that this question is not considered with the attention due.

On basis of the foresaid principles, the author develops a special method of collective reassurance. The distinctive feature of this method is the constitution of a "reinsurance-fund" to be administrated according to certain a priori established principles. The security of the said reinsurance is based on the original amount x_0 of the reinsurance fund on the principles of its administration and — of course — on the quality of the risks reinsured. The questions of expenses and interests, are in no connection with the reinsurance operations.

The principles of administration of the reinsurance fund are quoted as follows:

All net risk premiums, including security loadings, are fully attributed to the reinsurance fund which, on the other hand, has to pay all compensations due in consequence of reinsurance operations.

Further the profit of reinsurance has to be written of from the reinsurance fund, according to principles established a priori. These

principles are defined by a function of the form $\beta e^{\alpha \xi}$ in the following manner:

The quotient $\beta e^{\alpha \xi} : 1$ represents the ratio of the total amount of realized reinsurance profit to such part of the said profit which has to remain invested in the reinsurance fund. ξ is the amount of reinsurance profit which is invested from the effect of the reinsurance contract; α and β are positive constants. The invested part of the reinsurance profit decreases rapidly, according as the amount of the fund itself increases.

The author develops not only the case where every groups of reinsurance (profit class) has its separate reinsurance fund, but he considers also the other case where a common fund is organized for several reinsurance groups. Nevertheless, even in the second case, profits of reinsurance can be established separately for every group without regard to the results obtained by the other independent categories.

By way of reinsurance, the whole risk of excess-mortality — for using the terminology of life insurance — is charged upon the reinsurer. In order to secure the best possible establishment of profits, two reinsurance operations have to be carried on. By the first cession, the whole insurance-stock may be transformed into a stock of similar extent with constant *amount at risk* (for instance in the case of whole life insurance the excess of insured sums over premium reserves). By the second cession, the whole risk of excess-mortality will be charged upon the reinsurer.

The reinsurance-operations should be organized according to the following scheme:

1. Payments of the direct insurer for reinsurance purposes

first cession:

second cession:

- | | |
|--|---|
| <p>a) Average amount at risk (to be allotted to the reinsurance fund).</p> <p>b) security premiums (to be allotted to the reinsurance fund).</p> <p>c) costs (fees) of reinsurance.¹⁾</p> | <p>a) Net reinsurance premiums (to be allotted to the reinsurance fund)</p> <p>b) security premiums (to be allotted to the reinsurance fund).</p> |
|--|---|

2. Payments of the reinsurer

- a) amounts at risk which have fallen due,
- b) total or partial reimbursement of profits of reinsurance.

The probability, that the reinsurance fund, under the foregoing assumptions, will never fall to nil — without regard to the duration

¹⁾ The costs of reinsurance are appropriate to cover the expenses of administration on the part of the reinsurer and to enable the latter to return interests on the amount of guarantee allotted to the reinsurance fund.

of operations — can be considered as measure for the security of reinsurance. The probability number $\Sigma(x_0)$ which gives the measure of security, can be found from the formula

$$\Sigma(x_0) = 1 - \frac{R \beta_1}{R - \alpha_1} \cdot \frac{R \beta_2}{R - \alpha_2} \cdot \dots \cdot \frac{R \beta_m}{R - \alpha_m} \cdot e^{-R x_0}$$

where α_i and β_i represent the above explained constants decisive for the method of writing down the reinsurance-profits, realized in the different classes of reinsurance. S is a constant which depends of the composition of the whole insurance stock and of the amount of security premiums; it is defined by formulas (A 11) and (B 11) of the mathematical part of the report.

Starting from the formula for computation of security numbers, the author develops the economic consequences of reinsurance for the reinsurer as well as for the direct insurer. He makes hereby the assumption that certain requirements are to be accomplished with regard to the degree of security. In order to explain the theoretical conclusions, the author gives some detailed examples by the tables contained in his report. Among other points he observes that the combination of several reinsurance groups into the same reinsurance fund will considerably diminish the costs of reinsurance; however, it would not be necessary to concentrate the fund into one hand; it could without difficulty be apportioned among several reinsurers.

La théorie de la réassurance.

Par **Philipp Lundberg**, Stockholm.

L'auteur comprend l'idée de la réassurance dans un sens étendu de sorte qu'elle embrasse et des opérations de réassurance effectuées par voie interne dans l'entreprise de l'assureur direct et des cessions faites par celui-ci à des Compagnies réassureurs. Le premier système de réassurance concerne les principes de la gestion interne de certains fonds, administrés par le premier assureur qu'on appelle généralement fonds de réserve, fonds de garantie, réserves de bénéfice, etc. Pour se rendre compte d'un système de réassurance, il faut considérer les points suivants:

1^o L'augmentation, due à la réassurance, de la solvabilité de l'assureur direct.

2° L'importance de la réassurance pour l'établissement rationnel des bénéfices.

3° Les dépenses causées par la réassurance.

D'après ces principes, l'auteur a critiqué les méthodes de réassurance habituelles. Entre autres, il fait observer comme défaut principal qu'il est extrêmement difficile de comparer exactement les avantages fournis avec les sacrifices causés par la réassurance; tout au moins, on n'a jusqu'à présent pas attaché assez d'importance à cette question principale.

En partant de ce point de vue, l'auteur a développé une méthode pour réassurance collective. L'idée essentielle de cette méthode est la constitution d'un „fond de réassurance à administrer d'après certaines règles établies à priori. La solidité de la réassurance repose sur le montant primitif x_0 du fond de réassurance, sur les règles prévues pour son administration et sur la qualité des risques réassurés. Les questions des frais et des intérêts sont absolument indépendantes de la réassurance.

Les principes de l'administration du fond de réassurance sont déterminés de la manière suivante: Toutes primes de risque nettes, y compris les chargements de garantie, sont à créditer au fond de réassurance, d'autre part ce fond doit être débité de tout paiements dus à titre de réassurance. Ensuite, les „profits de réassurance“ doivent être portés au débit du fond d'après une règle établie à priori. Cette règle est indiquée par une fonction $\beta e^{\alpha t}$, de manière que $\beta e^{\alpha t} : 1$ indique la proportion entre le bénéfice total de la réassurance et la partie de ce bénéfice qui doit être investie dans le fond. Dans cette expression, ξ représente le montant du bénéfice de la réassurance qui est investi dans le fond dès le commencement des opérations de réassurance, α et β sont des constantes positives. La partie investie du profit de réassurance décroît dans une forte progression avec l'augmentation du fond même. L'auteur a analysé non seulement le cas, où des fonds séparés sont établis pour chaque groupe de réassurance (compte de répartition des bénéfices), mais aussi celui, où plusieurs groupes de réassurance sont réunies dans un fond commun: toutefois, même dans ce second cas, les bénéfices de réassurance sont établis séparément pour chaque groupe, sans égard au résultat obtenu dans les autres catégories indépendentes.

Par la réassurance, le risque total de la mortalité — pour rester dans la terminologie de l'assurance sur la vie — est imposé au réassureur. Pour obtenir le meilleur établissement de bénéfice possible, on peut se servir de deux opérations de réassurance. La première cession doit avoir pour but de transformer le portefeuille total de

l'assureur direct, dans un portefeuille de même extension avec montant de risque (p. e. pour le cas d'assurances vie entière, capital assuré moins réserve de prime) constant. Par la seconde cession, le risque total d'une mortalité supérieure aux prévisions doit être imposé au réassureur.

Les conventions de réassurance devraient être prises d'après le modèle suivant:

1^o Paiements de l'assureur direct à titre de réassurance.

Pour la première cession.	Pour la seconde cession.
---------------------------	--------------------------

- | | |
|---|--|
| a) Le montant moyen de risque (à attribuer au fond de réassurance). | a) Le primes nettes de réassurance (à attribuer au fond de réassurance). |
| b) La prime de sécurité (à attribuer au fond de réassurance). | b) La prime de sécurité (à attribuer au fond de réassurance). |
| c) Les coûts de réassurance. ¹⁾ | c) Les coûts de réassurance. ¹⁾ |

2^o Paiements du réassureur:

- a) Paiement de montants de risque exigibles.
 b) Versement total ou partiel du „bénéfice de réassurance“.

La probabilité que dans les conditions énoncées, le fond de réassurance ne sera jamais entièrement consommé, quelle que soit la durée des opérations, peut servir de mesure pour la solidité de la réassurance. Le nombre de probabilité $\Sigma(x_0)$ indiquant la mesure de la solidité, peut être déterminé par la formule

$$\Sigma(x_0) = 1 - \frac{R \beta_1}{R - \alpha_1} \cdot \frac{R \beta_2}{R - \alpha_2} \cdots \frac{R \beta_m}{R - \alpha_m} \cdot e^{-R x_0}$$

Dans cette formule α_i et β_i représentent les constantes sus-indiquées qui déterminent la méthode du prélèvement de bénéfices dans les groupes de réassurances y afférentes. R est une constante qui dépend de la composition du portefeuille et du montant de la prime de sécurité; elle est définie par les formules (A_{11}) et (B_{11}) dans la partie mathématique du rapport.

Partant de la formule pour le calcul du nombre de sécurités, l'auteur a exposé les conséquences économiques de la réassurance, tant pour le réassureur, que pour l'assureur direct, et cela sous l'hypothèse qu'une certaine exigence soit faite au sujet de la sécurité. Pour expliquer les conclusions théoriques, quelques exemples numériques ont été donnés dans les tableaux contenus au rapport. Entre autre,

¹⁾ Les coûts de réassurance sont destinés à servir au réassureur en couverture de ses frais d'administration et à lui permettre de payer des intérêts sur le capital de garantie attribué au fonds de réassurance.

l'auteur démontre que la réunion de plusieurs groupes de réassurance dans un fond commun comporte une diminution considérable des frais de réassurance; pour atteindre ce but, il n'est pas nécessaire que le fond total soit concentré dans une main, il peut sans difficulté être réparti sur plusieurs réassurances.

Sulla teoria della riassicurazione.

Filippo Lundberg, Stoccolma.

L'Autore concepisce l'idea della riassicurazione in un senso esteso, facendole comprendere cioè, sia le operazioni di riassicurazione effettuate per via interna nell'impresa stessa dell'assicuratore diretto, sia le cessioni fatte da quest'ultimo a Compagnie riassicuratrici. Il primo sistema di riassicurazione tocca i principi di amministrazione interna di certi fondi amministrati dal primo assicuratore, cioè dall'assicuratore diretto, che si chiamano generalmente fondi di riserva, fondi di garanzia, riserve d'utili, ecc. Per rendersi conto d'un sistema di riassicurazione occorre prendere in esame i punti seguenti:

1. L'aumento, dovuto alla riassicurazione, della solidità dell'assicuratore diretto.

2. L'importanza della riassicurazione per la razionale determinazione degli utili.

3. Le spese cagionate dalla riassicurazione.

Prendendo le mosse da questi principi, l'Autore critica i metodi di riassicurazione abituali. Fra l'altro egli fa osservare, come difetto principale, che è estremamente difficile di mettere a raffronto con esattezza i vantaggi da una parte ed i sacrifici dall'altra, che risultano dalla riassicurazione. Ciò è assai difficile per lo meno attualmente, non essendosi mai attribuita importanza a questa pur principalissima questione.

Muovendo da questo punto di vista l'Autore ha sviluppato tutto un metodo di riassicurazione collettiva. L'idea cardinale di questo metodo è data dalla costituzione di un *Fondo di Riassicurazione*, da amministrarsi secondo certe regole stabilite *a priori*. La solidità della riassicurazione, posa quindi sul montante iniziale x_0 del Fondo di Riassicurazione, sulle regole prevedute per l'amministrazione di quest'ultimo e sulla qualità del rischio riassicurato. Le questioni delle spese e degli interessi sono assolutamente indipendenti dalla riassicurazione.

I principi secondo i quali debba amministrarsi il Fondo di Riassicurazione vengono determinati come segue: Tutti i premi di rischio *netti*, compresi le addizionali di garanzia, sono da *accreditrarsi* al Fondo di Riassicurazione, il quale deve venir in confronto *addebitato*

di tutti i pagamenti dovuti a titolo di riassicurazione. Infine, i „profitti di riassicurazione“ debbono venir portati a *debito* del Fondo secondo una regola stabilita *a priori*. Questa regola è indicata da una funzione $\beta e^{\alpha t}$, di modo che $\beta e^{\alpha t} : 1$ sta ad indicare la proporzione fra il beneficio totale della riassicurazione e la parte del beneficio stesso, che deve andare ad aumento del Fondo. In questa espressione $\frac{1}{\beta}$ rappresenta la parte del beneficio di riassicurazione che va in aumento del Fondo sin dall'inizio delle operazioni di riassicurazione, α e β sono positivi costanti. La parte del profitto di riassicurazione, investita in tal modo, decresce in forte progressione con il crescere del Fondo di Riassicurazione. L'Autore ha analizzato non soltanto il caso in cui Fondi separati vengano stabiliti per ciascun gruppo di riassicurazioni (conto di ripartizione dei benefici), ma quello pure in cui più gruppi di riassicurazione vengano riuniti in un fondo comune; tuttavia, anche in questo secondo caso, gli utili di riassicurazione vengono determinati separatamente per ciascun gruppo, senza riguardo ai risultati ottenuti nelle altre categorie indipendenti.

Mediante la riassicurazione, il rischio totale della mortalità — per rimanere nella terminologia dell'assicurazione sulla vita — viene imposto al Riassicuratore. Per pervenire al miglior utile possibile, si possono applicare due operazioni di riassicurazione. La prima cessione deve aver lo scopo di trasformare il portafoglio totale dell'assicuratore diretto in un portafoglio della stessa estensione, ma con importi di rischio (p. e., pel caso d'assicurazioni a vita intiera, il capitale assicurato meno la riserva di premio) costanti. Mediante la seconda cessione, il rischio totale di una mortalità superiore alle previsioni viene accollato al Riassicuratore.

I contratti di riassicurazione dovrebbero venire stipulati secondo il modello che segue:

1. Pagamenti dell'Assicuratore diretto a titolo di riassicurazione.

Per la prima cessione.	Per la seconda cessione.
a) L'importo medio del rischio (da attribuirsi al Fondo di Riassicurazione).	a) I premi netti di riassicurazione (da attribuirsi al Fondo di Riassicurazione).
b) Il premio di sicurezza (da attribuirsi al Fondo di Riassicurazione).	b) Il premio di sicurezza (da attribuirsi al Fondo di Riassicurazione).
c) Le spese di riassicurazione. ¹⁾	c) La spese di riassicurazione. ¹⁾

¹⁾ Le spese di riassicurazione sono destinate a servire al Riassicuratore di copertura delle sue spese d'amministrazione ed a permettergli di pagare un interesse sul capitale di garanzia attribuito al Fondo di Riassicurazione.

2. Pagamenti del Riassicuratore

a) Pagamento degli importi di rischio esigibili.

b) Versamento totale o parziale del „beneficio di riassicurazione“.

La probabilità che nelle condizioni enunciate, il Fondo di Riassicurazione non venga mai ad esaurirsi intieramente, qualunque sia la durata della operazioni, può servir di *misura* della solidità della riassicurazione. La probabilità $\Sigma(x_0)$ indicante appunto la misura della solidità, può dedursi dalla formula

$$\Sigma(x_0) = 1 - \frac{R \beta_1}{R - \alpha_1} \cdot \frac{R \beta_2}{R - \alpha_2} \cdot \dots \cdot \frac{R \beta_m}{R - \alpha_m} \cdot e^{-R x_0}.$$

In questa formula α_i e β_i rappresentano le costanti suindicate, che determinano il metodo dalla prevelazione di utili nei rispettivi gruppi di riassicurazioni. Rimane una costante che dipende dalla composizione del portafoglio e dall'importo del premio di sicurezza; essa viene determinata dalle formule (A_{11}) e (B_{11}) nella parte matematica del rapporto originale.

Partendo dalla formula pel calcolo delle „sicurezze“ l'Autore ha esposto pure, quali siano le conseguenze *economiche* della Riassicurazione, tanto pel Riassicuratore, che per l'Assicuratore diretto: e ciò sotto l'ipotesi che esista una certa esigenza in punto *sicurezza*. E per meglio spiegare le conclusioni teoriche alle quali perviene, l'Autore ha fornito alcuni esempi numerici nelle Tavole contenute nel rapporto. Fra l'altro l'Autore dimostra, che la riunione di più gruppi di riassicurazione in un fondo comune comporta una diminuzione considerevole nelle spese di riassicurazione. Per raggiungere questo scopo però non è necessario che il Fondo totale sia concentrato in una sola mano, chè esso può senza difficoltà venir ripartito su più riassicurazioni.

IV. — H₁.

Das Problem des mathematischen Risikos; die Sicherheitsreserven bei Versicherungsanstalten.

Von **Julius Altenburger**, Budapest.

Die Erläuterung, welche zu diesem Thema offiziell gegeben wurde, zerfällt in zwei Teile. Es wird einestheils die Untersuchung der Methoden gewünscht, welche zur Abschätzung des mathematischen Risikos dienen und andernteils soll die Theorie auf die Praxis angewendet werden, damit man auf Grund der Theorie die notwendigen Sicherheitsfonds bei Versicherungsgesellschaften und Pensionsinstituten abschätzen könne.

Ich gestehe offen, daß ich in der Stellung dieses zweiten Problems eine gewisse Gefahr für die gesunde Weiterentwicklung der theoretischen Basis des Versicherungswesens erblicke. So sehr die Theorie des Versicherungswesens der Mathematik als Hilfsmittel bedarf, so wenig erscheint es mir gerechtfertigt, aus rein mathematischen Überlegungen weitgehende Schlüsse für die Praxis zu ziehen.

Das Problem vom Risiko bietet gewiß einen großen Reiz zur mathematischen Darstellung, es ist auch unbestreitbar, daß die *Lexisschen* Lehren in ihrer Erweiterung durch *Bortkiewicz* u. a. vieles zur Vertiefung unseres Einblickes in die statistischen Ereignisse beigetragen haben. Man muß auch die Bedeutung dieser Lehren für die Praxis anerkennen, wenn man hierbei nicht darüber hinausgeht, die statistischen Beobachtungs-Methoden mit deren Hilfe auszubilden und zu vervollkommen. Ich bestreite aber, daß man berechtigt wäre, auf Grund von Untersuchungen über das mathematische Risiko bezüglich der Sicherheitsreserven im Versicherungsgeschäfte irgend welche Folgerungen zu ziehen.

Im Programme heißt es: „es sollen die Methoden zur Abschätzung des Wertes der Verluste untersucht werden, welche im Versicherungs-

betrieb auch bei Zugrundelegung *zutreffender* Rechnungsgrundlagen infolge zufälliger Abweichungen der versicherten Ereignisse von den angenommenen Voraussetzungen zu gewärtigen sind“, und es werden als Sicherheitsreserven jene Rücklagen bezeichnet, die zur Deckung dieser Verluste dienen sollen.

Angesichts dieser Formulierung des Problems sollte man meinen, daß es wohl möglich sei, das Versicherungsgeschäft auf Grund solcher Rechnungsgrundlagen aufzubauen, die man von vornherein als *zutreffend* bezeichnen könne. Dies ist jedoch meines Erachtens ein ganz gewaltiger Irrtum, denn *es gibt einfach keine solchen Rechnungsgrundlagen, die man auf die Dauer als vollkommen zutreffend betrachten könnte.*

Ich will von den Schadensversicherungen überhaupt nicht sprechen. Es ist viel zu sehr bekannt, daß es einesteils keine solche Schadens-Statistik gibt, die in ihren Details eine auch nur halbwegs zutreffende Schätzung der Ereignisse der Zukunft ermöglichen würde, ist ja doch der Verlauf des Feuer- oder des Hagel-Versicherungsgeschäftes in den einzelnen Jahren von solchen Umständen bedingt, bezüglich welcher eine Voraussage gänzlich unmöglich erscheint; auch hängt der Verlauf des Geschäftes im Detail von so vielen Zufälligkeiten, aber auch von so vielen tendenziösen Vorgängen ab, daß man nicht in der Lage sein kann, theoretisch richtige Prämien zu bestimmen, oder dieselben in der Praxis zur Anwendung zu bringen.

Die Frage scheint mir denn auch hauptsächlich auf die Lebensversicherung gemünzt zu sein. Heute, wo man in der Sterblichkeitsmessung eine sehr weitgehende Differenzierung allgemein für notwendig erachtet, erscheint die Voraussetzung solcher Sterblichkeitstafeln, die für die Zukunft zutreffend seien, fast wie ein atavistischer Rückschlag, der stark an die *Süszmilchsche* Auffassung von der göttlichen Ordnung des Lebens und Sterbens erinnert.

Es ist ja allerdings nicht unmöglich, und unsere ganze Naturerkenntnis verweist auf die Annahme, daß es ein ewiges Gesetz der Sterblichkeit gibt, welches in seiner Reinheit vielleicht ebenso einfach ist, wie das *Newtonsche* Gravitations-Gesetz, wir sind aber noch sehr weit davon, dieses Gesetz erkannt zu haben. Wir können den Verlauf der Sterblichkeit nur in kurzen Zeitperioden, nur in kleinen Personenkreisen beobachten, wo neben dem ewigen Gesetze noch eine gar nicht bekannte Anzahl von anderen Ursachen mitwirkt, wodurch das Bild, welches wir sehen, derart gestört wird, daß wir zur Erkenntnis des Gesetzes wohl noch lange nicht gelangen werden.

Die ganze große Bewegung auf dem Gebiete der exakten Sterblichkeitsmessung verfolgt den ausgesprochenen Zweck, die Ursachen dieser Störungen zu erforschen und Personenkreise derart

abzugrenzen, daß innerhalb derselben außer dem supponierten, aber nicht erkannten Gesetze nur bekannte Ursachen einen Einfluß auf den Sterblichkeitsverlauf ausüben. Bei der Mannigfaltigkeit dieser Ursachen und ihrer Wechselwirkung und dem verhältnismäßig immer sehr beschränkten Beobachtungsmateriale kann dies aber nicht mit mathematischer Genauigkeit erfolgen, so daß man auch niemals im mathematischen Sinne von zuverlässigen Rechnungsgrundlagen sprechen wird können, umsoweniger, als das Anwendungsgebiet dieser Rechnungsgrundlagen sowohl zeitlich, als auch der Größe nach, immer ein ganz beschränktes bleibt.

Die Untersuchungen über das mathematische Risiko werden somit auch in der Lebensversicherung niemals als Grundlage der Bemessung des erforderlichen Sicherheitsfonds dienen können.

Die Notwendigkeit von Sicherheitsmitteln in der Lebensversicherung ist nur zum geringsten Teile in den Zufälligkeiten des täglichen Lebens begründet, sie ergibt sich vielmehr daraus, daß man den Grad der Zuverlässigkeit der Rechnungsgrundlagen immer nur erst *a posteriori* zu beurteilen in der Lage ist. Im geschäftlichen Leben hat man es aber auch noch mit einer ganzen Anzahl solcher Risikoelemente zu tun, die so sehr individuell sind, daß sie bei der geringen Anzahl von Lebensversicherungs-Unternehmungen kaum statistisch, geschweige denn mathematisch erfaßt werden können. Mit diesen will ich mich gar nicht befassen und bloß bezüglich der Sterblichkeitstafel und des Zinsfußes kurz zeigen, daß das geschäftliche Risiko nur sehr wenig mit dem mathematischen Risiko zu tun hat.

Die Sterblichkeitsuntersuchungen in den letzten 70 Jahren weisen eine ausgesprochene Tendenz der Abnahme der Sterblichkeit auf. Es ist möglich, daß diese Abnahme noch lange Zeit hindurch anhalten wird, es ist aber ebensowohl möglich, daß das entgegengesetzte eintreten und wieder eine Weile lang ein Anwachsen der Sterblichkeit zu verzeichnen sein wird. Es ist nämlich sehr wohl möglich, daß die Sterblichkeit im großen ganzen genommen, eine schwingende Bewegung um gewisse normale Verhältnisse herum aufweist, und es ist auch nicht unwahrscheinlich, daß wir bloß deshalb nicht in der Lage sind, diese Tendenz zu erkennen, geschweige denn zu beschreiben, weil es noch überhaupt nicht lange her ist, seitdem die Sterblichkeitsmessung systematisch und nach ziemlich einwandfreien Methoden betrieben wird. (Soferne wir nämlich die Einwandsfreiheit der Methoden überhaupt zu beurteilen in der Lage sind.)

Die moderne Tendenz der Sterblichkeitsmessung geht, wie bekannt, auf eine weitgehende Differenzierung der Sterblichkeit aus. Alle Sterblichkeitstafeln umfassen einen mehr oder weniger begrenzten Personen-

kreis und man hat erkannt, daß in verschiedenen Personenkreisen die verschiedensten Sterblichkeitsverhältnisse obwalten können. Im Versicherungsbetriebe drängt sich nun unwillkürlich die Frage auf: Wird es möglich sein, das Geschäft in einem solchen Personenkreise zu machen, welcher, seiner Zusammensetzung nach, mit jenem Personenkreise übereinstimmt, dessen Sterblichkeitsverhältnisse durch die als Grundlage gewählte Tafel versinnlicht werden? Diese Frage ist nicht nur für neugegründete Unternehmungen von Bedeutung, sie ist es auch bezüglich der großen alten Institute. Bei dem Umstande nämlich, daß heute noch die meisten Gesellschaften solche Sterblichkeitstafeln anwenden, welche die Versichertensterblichkeit lediglich als Funktion des Alters, nicht aber auch der Vertragsdauer darstellen, sind sie dazu gezwungen, ihren neuen Zugang an Versicherungen immer zu vermehren, ihre Produktion fortwährend zu steigern und zwar in einem größeren Maße, als sich die Personenzahl jener Kreise mehrt, aus denen sie ihre Geschäfte in früheren Zeiten geholt haben. Sie sind also notgedrungen gezwungen die Personenkreise, auf die sie ihr Geschäft ausdehnen, zu vergrößern, sei es durch Einbeziehung anderer Bevölkerungsschichten, sei es durch die Ausbreitung des Geschäftes auf andere Länder. In keinem dieser Fälle werden sie in der Lage sein, ohne besondere, erst nachträglich anzustellende Untersuchungen behaupten zu können, daß die gewählte Sterblichkeitstafel auch die Sterblichkeit dieser neuen Kreise richtig zur Darstellung bringt. Derjenige ideale Zustand, daß man auch nur bezüglich der Sterblichkeit der Meinung sein könnte, dieselbe biete kein höheres als das mathematische Risiko, wird somit in der Praxis meines Erachtens nicht einmal näherungsweise erreicht.

Die Einführung der doppelt abgestuften Sterblichkeitstafeln in die Praxis würde in dieser Beziehung wohl eine Verbesserung der Verhältnisse mit sich bringen, ohne daß man auch in diesem Falle von einer wesentlichen Annäherung an das mathematische Ideal sprechen könnte. Im lebenden Geschäft ist nämlich bezüglich der Sterblichkeit nicht nur die Anzahl der verstorbenen Personen von Bedeutung, sondern auch die Höhe der Summe, mit welcher dieselben versichert waren. Es ist eine erwiesene Tatsache, daß die Höhe der durchschnittlichen Versicherungssumme eine Funktion einerseits der Verbreitung des Versicherungsgedankens, andererseits der wirtschaftlichen Verhältnisse ist und in unseren Zeiten aus beiden Gründen eine aufsteigende Tendenz zeigt. Auch diese Tendenz trägt mit dazu bei, daß das mathematische Risiko unter keinen Umständen richtig abgeschätzt werden kann.

Es könnten noch so manche andere Momente hervorgehoben

werden, die sich auf die Sterblichkeit beziehen und die mangelnde praktische Bedeutung des Problems vom Risiko von diesem Gesichtspunkte aus beweisen könnten, wie z. B. die Gruppierung der Versicherungssummen um den Durchschnitt, die Limitierung des Maximums der Versicherungssumme und die bei der Rückversicherung befolgten Prinzipien, die Art und Weise der Auswahl u. s. w., doch glaube ich, daß diese Beispiele zum Beweise dessen völlig ausreichen, daß sich das geschäftliche Risiko mit dem mathematischen auch dann nicht deckt, wenn man bloß die Sterblichkeit berücksichtigt.

So schwerwiegend diese Bedenken gegen die mathematische Abschätzung der Höhe der Sicherheitsfonds sprechen, werden dieselben noch ganz bedeutend durch jene anderen übertroffen, die sich aus der Gestaltung des Zinsfußes im Wechsel der Zeiten ergeben. Wir brauchen nicht erst weit zu gehen. Es ist noch gar nicht lange her, daß unsere Versicherungsanstalten mit banger Besorgnis in die Zukunft blickten, weil die entsprechende Verzinsung der angesammelten Kapitalien immer schwieriger und schwieriger wurde; und in kurzer Zeit haben sich die Verhältnisse gründlich geändert, der Zinsfuß schmolte in die Höhe, was die Gesellschaften allerdings mit großen Kursverlusten bezahlen mußten.

Das Gesetz der Bewegung des Zinsfußes ist einfach unbekannt. Die Entwicklung der Technik, die Erschließung und Ausbeutung neuer Wirtschaftsgebiete, das Erwachen von Völkern aus jahrhundertlangem Schläfe haben das wirtschaftliche Leben der Welt gänzlich umgestaltet und fast tagtäglich vor Überraschungen gestellt. Wirtschaftlich und sozial herrscht ein Zustand des Werdens, und wir leben inmitten dieser Gärung, wir können das Bild nicht objektiv erfassen, geschweige denn beschreiben. Und diese Verhältnisse sollte man heute mathematisch bearbeiten und verwerten können?

Die Sicherheit und die möglichste Stabilität des Betriebes der Lebensversicherungs-Gesellschaften kann einfach nicht auf theoretische Untersuchungen basiert werden, es gehört hierzu der gesunde Geschäftssinn des Praktikers.

Der eigentliche Sicherheitsfonds der Versicherungsunternehmen besteht in der technisch gebildeten, vorsorglichen Leitung, die sich dessen bewußt ist, daß die knapp bemessene Prämie, die skrupellose Jagd nach dem Geschäfte, zum Ruine führen müssen.

Daß das wirtschaftliche Interesse der billigen Versicherung trotz einer reichlich bemessenen Grundprämie sehr wohl gewahrt werden kann, dafür bieten so manche Anstalten ein glänzendes Beispiel dar und gerade diese verfügen über Sicherheitsreserven, die das scheinbare

mathematische Bedürfnis wohl auch um das Zehn- und Mehrfache übertreffen.

Hohe Anfangsprämien und rationelle Beteiligung der Versicherten an den Überschüssen machen die theoretischen Unternehmungen über das mathematische Risiko überflüssig; sie erschließen dem Techniker ein weites und fruchtbares Feld zur Verwertung seines mathematischen Wissens und bieten somit gewiß ein Entgelt für das Auflassen einer unfruchtbaren reinen Theorie.

The Problem of the mathematical risk; the special reserves of Insurance Companies.

By **Julius Altenburger**, Budapest.

The author objects to the admissibility of drawing any conclusions, for practical purposes, from investigations into the mathematical risk. The commercial risk is not identical with the mathematical one even when mortality alone is considered; for there are no valuation standards which might be relied on absolutely and permanently. The necessity of providing for special reserves arises even from the fact that the reliability of the data can be judged only subsequently.

The rate of interest has however a much greater influence on the amount of the reserves than mortality and just with regard to the rate of interest the law of fluctuation is unknown. High initial premiums and rational participation of the insured in profits render theoretical examination of the mathematical risk unnecessary.

Le problème du risque mathématique; les réserves de garantie des institutions d'Assurances et des Caisses de retraite.

Par **Jules Altenburger**, Budapest.

L'auteur se prononce contre l'application pratique de n'importe quelles conclusions résultant des investigations sur le risque mathématique. Même s'il n'est tenu compte que de la mortalité seule, le risque commercial ne coïncide pas avec le risque mathématique, étant donné qu'il n'y a pas de bases de calcul qu'on puisse considérer constamment comme absolument exactes. Au contraire, la nécessité de réserves de garantie provient, en premier lieu, de ce qu'on ne peut jamais juger préalablement de l'exactitude des bases de calcul.

L'importance du taux d'intérêt pour l'évaluation du montant des réserves de garantie à constituer est plus grande encore que celle de la mortalité; mais justement, en ce qui concerne le taux d'intérêt, les lois de mouvement en sont absolument inconnues. L'établissement de primes initiales suffisantes, combiné à un système rationnel de participation des assurés dans les bénéfices, rend inutiles les investigations théoriques sur le risque mathématique.

Il problema del rischio matematico; le riserve di garanzia degli Istituti d'Assicurazione e delle Casse Pensioni.

Giulio Altenburger, Budapest.

L'autore si pronuncia contro l'applicazione pratica di qualsiasi conclusione risultante dalle investigazioni sul rischio matematico. Anche se venga tenuto conto della mortalità soltanto, il rischio „commerciale“ non coincide mai con il rischio „matematico“, non essendovi basi di calcolo che possano venire costantemente considerate come assolutamente esatte. Al contrario, la necessità di riserve di garanzia proviene in primo luogo appunto dal fatto che non si può mai giudicare in precedenza dell'esattezza delle basi di calcolo.

L'importanza del tasso d'interesse per il conteggio del fondo delle riserve dei premi è più grande ancora di quella della mortalità; ma proprio in ciò che concerne il tasso d'interesse le leggi che ne governano il movimento sono assolutamente sconosciute. Lo stabilimento di premi iniziali sufficienti, combinato ad un razionale sistema di partecipazione agli utili degli assicurati, rende del resto inutili le investigazioni teoriche sul rischio matematico.

IV. — H₂.

Das Risiko des Lebens- und Renten-Versicherungsgeschäftes.

Von **Daniel Arany**, Budapest.

1. *Fassung des Problemes.* — Der Begriff des Risikos einer Lebensversicherung ist noch nicht endgültig festgesetzt. Die verschiedenen Autoren, die den Risikobegriff behandeln, unterscheiden zwischen *durchschnittlichem* und *mittlerem* Risiko und letzthin ist noch zu diesen beiden Begriffen derjenige des *absoluten* Risikos hinzutreten, welches sich aber vom mittleren Risiko bloß durch einen konstanten Faktor unterscheidet.

Die Anwendung des letzteren Begriffes scheint die zweckdienlichste zu sein, wenn es sich darum handelt, zu entscheiden, wie hoch ein Sicherheitsfond zu bemessen sei, um den zufälligen Schwankungen der Sterblichkeit, die selbst bei sonst richtigen Rechnungsgrundlagen eintreten können, Rechnung zu tragen.

Zu diesem Zwecke soll der Begriff des absoluten Risikos im folgenden entwickelt werden:

Es bedeute $S_{(u)}$ den auf den Versicherungsbeginn diskontierten Wert desjenigen Gewinnes oder Verlustes, den die Versicherungsgesellschaft erleidet, wenn der x -jährige Versicherte im Alter $x + u$ stirbt; und $S_{(n)}$ den entsprechenden Wert, wenn der Versicherte im Alter $x + n$ noch am Leben ist und die Dauer der Versicherung am selben Zeitpunkte abläuft. $S_{(u)}$ und $S_{(n)}$ sind zugleich die diskontierten Werte der Risiken, welche die Versicherungsgesellschaft in den Zeitpunkten $x + u$ und $x + n$ zu gewärtigen hat.

Zu jedem Werte von u , zwischen den Grenzen 0 und n , gehört ein festbestimmter Wert von $S_{(u)}$ und $q_{(x,u)} = -\frac{dS_{(u)}}{du}$, wo letzterer Wert die Wahrscheinlichkeit darstellt, mit welcher das Eintreten des Ereignisses $S_{(u)}$ erwartet wird. Infolgedessen ist $q_{(x,u)}$ eine festbestimmte Funktion von $S_{(u)}$.

$$\begin{aligned} \psi = & \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \right\} + \\ & + \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)} \right\} \frac{t i}{1!} + \\ & + \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du S_{(u)}^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}^2 \right\} \frac{t^2 i^2}{2!} + \dots \quad . \quad . \quad (4) \end{aligned}$$

Da der erste Klammerausdruck gleich 1 und der zweite gleich 0 ist, so wird der Wert von ψ , wenn wir den dritten Klammerausdruck der Kürze halber mit μ^2 bezeichnen, in *erster Annäherung* durch die Gleichung

$$\psi = 1 - \frac{t^2}{2} \mu^2 \dots \dots \dots (5)$$

dargestellt.

Nun ist aber

$$\log(\psi) = -\frac{t^2}{2} \mu^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{t^2}{2} \mu^2 \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{t^2}{2} \mu^2 \right)^3 - \dots \dots \dots (6)$$

oder wieder in erster Annäherung:

$$\log \psi = -\frac{t^2}{2} \mu^2$$

und folglich

$$\psi = e^{-\frac{t^2}{2} \mu^2} \dots \dots \dots (7)$$

Führen wir die jetzt erhaltene Form von ψ in die Gl. (3) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} 2 \pi Q_y = & \int_{t=-\pi}^{t=\pi} e^{-\frac{t^2}{2} \mu^2} e^{-y t i} dt = \\ = & \int_{t=-\pi}^{t=\pi} e^{-\frac{t^2}{2} \mu^2} \cos(yt) dt - i \int_{t=-\pi}^{t=\pi} e^{-\frac{t^2}{2} \mu^2} \sin(yt) dt \quad . \quad . \quad . \quad (8) \end{aligned}$$

Bezeichnen wir die Ausdrücke unter den beiden Integralzeichen kurz mit $A dt$ und $B dt$. so kann die Gl. (8) auf folgende Form gebracht werden:

$$2\pi Q_{(y)} = \int_{t=0}^{t=\pi} A dt - \int_{t=0}^{t=-\pi} A dt - i \int_{t=0}^{t=\pi} B dt + i \int_{t=0}^{t=-\pi} B dt$$

Substituieren wir nun im zweiten und vierten Integrale ($-t$) für $(+t)$, so ändert das zweite Integral, bei gleichzeitiger Vorzeichenänderung der Integrationsgrenzen, das Vorzeichen, während beim vierten Integral sich nur die Vorzeichen der Integrationsgrenzen ändern, das Integral selbst aber ungeändert bleibt.

Infolgedessen heben sich die Werte des dritten und vierten Integrales gegenseitig auf, während die beiden ersten sich summieren.

Die Gl. (8) nimmt also folgende Form an:

$$2\pi Q_{(y)} = 2 \int_{t=0}^{t=\pi} e^{-\frac{t^2}{2}\mu^2} \cos(yt) dt \quad \dots \dots \dots (9)$$

Der Wert des Integrales in Gl. (9) ändert sich wenig, wenn die obere Grenze desselben ins Unendliche verschoben wird, so daß also der Wert von $Q_{(y)}$ annähernd durch folgenden Ausdruck dargestellt wird:

$$Q_{(y)} = \frac{1}{\pi} \int_{t=0}^{t=\infty} e^{-\frac{t^2}{2}\mu^2} \cos(yt) dt = \frac{e^{-\frac{y^2}{2}\mu^2}}{\mu \sqrt{2\pi}} \quad \dots \dots \dots (10)$$

Da die Ereignisse $S_{(u)}$ einander ausschließen, so sind die Werte von $Q_{(y)}$ alternierende Wahrscheinlichkeiten und ihre Summe, zwischen den Grenzen $(-\infty)$ und $(+\infty)$ genommen gleich 1.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß $|y| \leq \rho$ ist, wird daher durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$w = \int_{y=-\rho}^{y=\rho} Q_{(y)} dy \quad \dots \dots \dots (11)$$

welche Gleichung den Zusammenhang zwischen dem Risiko ρ und dessen Wahrscheinlichkeit w ausdrückt.

Wenn wir in Gl. (11) den Wert von $Q_{(y)}$, welcher sich aus der Gl. (10) ergibt, substituieren, so erhalten wir

zu setzen und w genau auf dieselbe Weise zu berechnen, wie es im obigen geschehen ist. Wir erhalten dann für das Risiko der Versicherung *eines* Versicherten folgenden Ausdruck:

$$\rho_N = \frac{\mu \gamma \sqrt{V^2}}{\sqrt{N}}$$

d. h. der Wert des Risikos *einer einzelnen* Versicherung nimmt mit der Anzahl der Versicherungen, umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dieser Anzahl, ab.

Im folgenden wenden wir uns zur Berechnung des (mittleren) Risikos der einzelnen Versicherungsarten.

2. *Das Risiko der Erlebensversicherung.* — Zur Berechnung des Risikos der Erlebensversicherung, wenn dieselbe gegen die einmalige Prämienzahlung von $P_x = v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}$ erworben wird, schreiben wir an:

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} (P_x - 0)^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} (P_x - v^n)^2 \dots (15)$$

Wir erhalten:

$$\rho^2 = P_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \right\} - 2 P_x v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} + v^{2n} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}$$

oder endgültig:

$$\rho^2 = v^{2n} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} - \left[v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \right]^2 \dots (16)$$

Wird die Erlebensversicherung gegen Jahresprämien erworben und ist die Dauer der Prämienzahlung gleich der Versicherungsdauer, so ist die Prämie

$$p_x = \frac{v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}}{a_{x, n}},$$

wo

$$a_{x, n} = \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \text{ ist.}$$

Zur Berechnung des Risikos dient folgende Gleichung :

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - 0 \right)^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - v^n \right)^2 \quad (17)$$

Wir erhalten

$$\begin{aligned} \rho^2 = p_x^2 & \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2 \right\} - \\ & - 2 p_x v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \int_{t=0}^{t=n} v^t dt + v^{2n} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}. \end{aligned}$$

Durch Integration *per partes* verwandelt sich der Koeffizient von p_x^2 in folgenden Ausdruck:

$$\left| -\frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2 \right| = 2 \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=0}^{t=n} v^t dt + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2$$

oder für

$$\int_{t=0}^{t=n} v^t dt = -\frac{1 - v^n}{\log(v)}$$

in folgenden:

$$-\frac{2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du + \frac{2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} v^{2u} \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du.$$

Der Wert von ρ^2 nimmt also folgenden Ausdruck an:

$$\begin{aligned} \rho^2 = & -\frac{2 p_x^2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} v^{2u} \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du + \\ & + \frac{2 p_x}{\log(v)} v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} - \frac{2 p_x}{\log(v)} v^{2n} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} + v^{2n} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}. \end{aligned}$$

Ersetzen wir p_x durch seinen definitionsgemäßen Ausdruck, so erhalten wir für ρ^2 folgenden Ausdruck:

$$\rho^2 = v^{2n} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} - \frac{2}{\log(v)} v^{2n} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \frac{v^n \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}}}{a_{x, \overline{n}|}} + \frac{2}{\log(v)} \frac{\left[v^n \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \right]^2}{a_{x, \overline{n}|}^2} a_{x, \overline{n}|}^{(2)}$$

wo

$$a_{x, \overline{n}|}^{(2)} = \int_{u=0}^{u=n} v^{2u} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} du \quad \text{ist.}$$

Der endgültige Ausdruck für das Risiko ist folgender:

$$\rho^2 = \frac{v^{2n} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \left[v^n \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} - \log(v) a_{x, \overline{n}|} \right]^2}{\left[\log(v) a_{x, \overline{n}|} \right]^2} - \frac{\left[v^n \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \right]^2 \left[v^{2n} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} - \log(v^2) a_{x, \overline{n}|}^{(2)} \right]}{\left[\log(v) a_{x, \overline{n}|} \right]^2} \dots (18)$$

Der Wert des Risikos der Erlebensversicherung gegen Jahresprämien im Zeitpunkte $x+k$ ist durch folgende Gleichung bestimmt:

$$\begin{aligned} \rho_k^2 = & \int_{u=0}^{u=n-k} \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \left(V_k + p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - 0 \right)^2 + \\ & + \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} \left(V_k + p_x \int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt - v^{n-k} \right)^2 \dots (19) \end{aligned}$$

wo

$$V_k = v^{n-k} \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} - p_x a_{x+k, \overline{n-k}|}$$

die Prämienreserve der Versicherung im Zeitpunkte $x+k$ bedeutet und

$$a_{x+k, \overline{n-k}|} = \int_{u=0}^{u=n-k} v^u \frac{l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \quad \text{ist.}$$

Nach Entwicklung der Quadrate in Gl. (19) nimmt ρ_k^2 folgenden Ausdruck an:

$$\begin{aligned} \rho_k^2 = & V_k^2 + 2 V_k p_x \left\{ \int_{u=0}^{u=n-k} -\frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} \int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt \right\} - \\ & - 2 V_k v^{n-k} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} + \\ & + p_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{u=n-k} -\frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} \left[\int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt \right]^2 \right\} - \\ & - 2 p_x v^{n-k} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} \int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt + v^{2(n-k)} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} = \\ = & V_k^2 - 2 V_k \left[v^{n-k} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} - p_x \int_{u=0}^{u=n-k} v^u \frac{l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \right] - \\ & - \frac{2 p_x^2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n-k} v^u \frac{l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n-k} v^{2u} \frac{l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du + \\ & + \frac{2 p_x}{\log(v)} v^{n-k} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} - \frac{2 p_x}{\log(v)} v^{2(n-k)} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} + v^{2(n-k)} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}}, \end{aligned}$$

oder endgültig

$$\begin{aligned} \rho_k^2 = & \frac{v^{2(n-k)} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} \left[v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} - \log(v) a_{x, n} \right]^2}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} - \\ & - \frac{\left[v^n \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \right]^2 \left[v^{2(n-k)} \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x+k)}} - \log(v^2) a_{x+k, n-k}^{(2)} \right]}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} \\ & - V_k^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

3. *Das Risiko der temporären Rentenversicherung.* — Die Prämie der temporären Rentenversicherung ist

$$P_x = a_{x, \overline{n}|} = \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du.$$

Die Berechnung des Risikos derselben erfolgt auf Grund folgender Formel:

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left(P_x - \int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right)^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left(P_x - \int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right)^2 \quad (21)$$

Wir erhalten

$$\begin{aligned} \rho^2 &= P_x^2 - 2 P_x \left\{ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right\} + \\ &+ \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2 = \\ &= -a_{x, \overline{n}|}^2 - \frac{2}{\log(v)} a_{x, \overline{n}|} + \frac{2}{\log(v)} a_{x, \overline{n}|}^{(2)} \end{aligned}$$

oder endgültig

$$\rho^2 = \frac{[1 + \log(v^2) a_{x, \overline{n}|}^{(2)}] - [1 + \log(v) a_{x, \overline{n}|}]^2}{[\log(v)]^2} \quad \dots \quad (22)$$

4. *Das Risiko der temporären, aufgeschobenen Rentenversicherung.* — Die Einmalprämie der temporären, aufgeschobenen Rentenversicherung ist

$$P_x = {}_m a_{x, \overline{n-m}|} = \int_{u=m}^{u=n} v^u \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du.$$

Die Berechnung des Risikos erfolgt auf Grund folgender Formel:

$$\rho^2 = \int_{n=0}^{n=m} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du (P_x - 0)^2 + \\ + \int_{n=m}^{n=\infty} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du \left(P_x - \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right)^2 + \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \left(P_x - \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right)^2 \quad (23)$$

Wir erhalten:

$$\rho^2 = P_x^2 - 2 P_x \left\{ \int_{n=m}^{n=\infty} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du \int_{t=m}^{t=n} v^t dt + \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right\} + \\ + \int_{n=m}^{n=\infty} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right]^2 = \\ = -P_x^2 - \frac{2 v^m}{\log(v)} \int_{n=m}^{n=\infty} v^n \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} du + \frac{2}{\log(v)} \int_{n=m}^{n=\infty} v^{2n} \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} du$$

oder endgültig

$$\rho^2 = \frac{[v^{2m} + \log(v^2) m a_{x, n-m}^{(2)}] - [v^m + \log(v) m a_{x, n-m}]^2}{[\log(v)]^2} \quad (24)$$

Die Berechnung des Risikos der Versicherung, wenn dieselbe gegen Jahresprämien erworben wird und die Dauer der Prämienzahlung gleich der Aufschubfrist ist, erfolgt auf Grund folgender Formel:

$$\rho^2 = \int_{n=0}^{n=m} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - 0 \right)^2 + \\ + \int_{n=m}^{n=\infty} -\frac{d l_{x+n}}{l_{(x)}} du \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right)^2 + \frac{l_{x+n}}{l_{(x)}} \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right)^2 \quad (25)$$

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \rho^2 &= p_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{u=m} -\frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+m)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=m} v^t dt \right]^2 \right\} - \\ &- 2 p_{(x)} \int_{t=0}^{t=m} v^t dt \left\{ \int_{u=m}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=m}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right\} + \\ &+ \int_{u=m}^{u=n} -\frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=m}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=m}^{t=n} v^t dt \right]^2 = \\ &= -\frac{2 p_x^2}{\log(v)} a_{x, \overline{m}} + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} a_{x, \overline{m}}^{(2)} + \frac{2 p_x}{\log(v)} m a_{x, \overline{n-m}} - \\ &- \frac{2 p_x v^m}{\log(v)} m a_{x, \overline{n-m}} - \frac{2 v^m}{\log(v)} m a_{x, \overline{n-m}} + \frac{2}{\log(v)} m a_{x, \overline{n-m}}^{(2)} \end{aligned}$$

oder endgültig:

$$\begin{aligned} \rho^2 &= \frac{[v^{2m} + \log(v^2) m a_{x, \overline{n-m}}^{(2)}] - [v^m + \log(v) m a_{x, \overline{n-m}}]^2}{[\log(v)]^2} - \\ &- p_x^2 \frac{[v^{2m} - \log(v^2) a_{x, \overline{m}}^{(2)}] - [v^m - \log(v) a_{x, \overline{m}}]^2}{[\log(v)]^2} \dots (26) \end{aligned}$$

Der Wert des Risikos der temporären, aufgeschobenen Rentenversicherung gegen Jahresprämien im Zeitpunkte $x+k$, wo $k \leq m$ ist, wird aus folgender Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned} \rho_k^2 &= \int_{u=0}^{u=m-k} -\frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \left(v_k + p_x \int_{t=0}^{t=u} v^t dt = 0 \right)^2 + \\ &+ \int_{u=m-k}^{u=n-k} -\frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \left(v_k + p_x \int_{t=0}^{t=m-k} v^t dt - \int_{t=m-k}^{t=u} v^t dt \right)^2 + \end{aligned}$$

$$+ \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} \left(V_k + p_x \int_{t=0}^{t=m-k} v^t dt - \int_{t=m-k}^{t=n-k} v^t dt \right)^2 \dots \dots (27)$$

$$\text{wo } V_k = \int_{u=m-k}^{u=n-k} v^u \frac{l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du - p_x \int_{u=0}^{u=m-k} v^u \frac{l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \text{ ist.}$$

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} p_k^2 &= V_k^2 + 2 V_k p_x \left\{ \int_{u=0}^{u=m-k} - \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{x+m}}{l_{x+k}} \int_{t=0}^{t=m-k} v^t dt \right\} - \\ &- 2 V_k \left\{ \int_{u=m-k}^{u=n-k} - \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \int_{t=m-k}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} \int_{t=m-k}^{t=n-k} v^t dt \right\} + \\ &+ p_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{u=m-k} - \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{x+m}}{l_{x+k}} \left[\int_{t=0}^{t=m-k} v^t dt \right]^2 \right\} - \\ &- 2 p_x \int_{t=0}^{t=m-k} v^t dt \left\{ \int_{u=m-k}^{u=n-k} - \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \int_{t=m-k}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} \int_{t=m-k}^{t=n-k} v^t dt \right\} + \\ &+ \int_{u=m-k}^{u=n-k} - \frac{d l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \left[\int_{t=m-k}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{x+n}}{l_{x+k}} \left[\int_{t=m-k}^{t=n-k} v^t dt \right]^2 = \\ &= V_k^2 - 2 V_k \left\{ \int_{u=m-k}^{u=n-k} v^u \frac{l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du - p_x \int_{u=0}^{u=m-k} v^u \frac{l_{x+k+u}}{l_{x+k}} du \right\} - \\ &- \frac{2 p_x^2}{\log(v)} d_{x+k, \overline{n-k}} + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} d_{x+k, \overline{n-k}}^{(2)} + \\ &+ \frac{2 p_x}{\log(v)} {}_{m-k} d_{x+k, \overline{n-m}} - \frac{2 p_x v^m}{\log(v)} {}_{m-k} d_{x+k, \overline{n-m}} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2 v^{m-k}}{\log(v)} {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|} + \frac{2}{\log(v)} {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}^{(2)} = \\
 & = -V_k^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} V_k - {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}^2 - \frac{2 v^{m-k}}{\log(v)} {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|} + \\
 & + \frac{2}{\log v} {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}^2 + {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}^2 + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} a_{x+k, \overline{n-k}|}^{(2)} - \\
 & \frac{2 p_x v^{m-k}}{\log(v)} {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}
 \end{aligned}$$

oder endgültig:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 &= \frac{[v^{2(m-k)} + \log(v^2) {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}^{(2)}] - [v^{m-k} + \log(v) {}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}]^2}{[\log(v)]^2} - \\
 - p_x^2 &\frac{[v^{2(m-k)} - \log(v^2) a_{x+k, \overline{m-k}|}^{(2)}] - [v^{m-k} - \log(v) \frac{{}_{m-k}a_{x+k, \overline{n-m}|}}{{}_m a_{x, \overline{n-m}|}} a_{x, \overline{m}|}]^2}{[\log(v)]^2} - \\
 &- V_k^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (28)
 \end{aligned}$$

Für $k=0$ geht die Gl. (28) in die Gl. (26) über; für $k=m$ muß dieselbe den Wert des Risikos einer temporären Rentenversicherung ergeben.

Wir finden im letzteren Falle:

$$\begin{aligned}
 \rho_m^2 &= \frac{[1 + \log(v^2) a_{x+m, \overline{n-m}|}^{(2)}] - [1 + \log(v) a_{x+m, \overline{n-m}|}]^2}{[\log(v)]^2} - \\
 - p_x^2 &\frac{2 \log(v) \frac{a_{x+m, \overline{n-m}|}}{{}_m a_{x, \overline{n-m}|}} a_{x, \overline{m}|} - [\log(v)]^2 \frac{a_{x+m, \overline{n-m}|}^2}{{}_m a_{x, \overline{n-m}|}^2} a_{x, \overline{m}|}^2}{[\log(v)]^2} - \\
 &- a_{x+m, \overline{n-m}|}^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} a_{x+m, \overline{n-m}|}
 \end{aligned}$$

oder wegen der Gleichheit und Entgegengesetztheit der Ausdrücke in der 2. und 3. Zeile tatsächlich ρ_m^2 gleich dem Ausdrucke in der 1. Zeile.

5. *Das Risiko der temporären Todesfallversicherung.* — Die Einmalprämie dieser Versicherung ist

$$P_x = A_{x, n} = \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du.$$

Die Berechnung des Risikos erfolgt auf Grund folgender Formel:

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=n} - \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du (P_x - v^u)^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} (P_x - 0)^2 \dots (29)$$

Wir erhalten:

$$\rho^2 = P_x^2 - 2 P_x \int_{u=0}^{u=n} v^u \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du + \int_{u=0}^{u=n} v^{2u} \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du$$

oder endgültig

$$\rho^2 = A_{x, n}^{(2)} - A_{x, n}^2 \dots (30)$$

Wird die Versicherung gegen Jahresprämien abgeschlossen, und ist die Dauer der Prämienzahlung gleich der Versicherungsdauer, so ergibt sich für das Risiko derselben folgender Ausdruck:

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=n} - \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left(p_x \int_{t=0}^{t=u} v^t dt - v^u \right)^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left(p_x \int_{t=0}^{t=n} v^t dt - 0 \right)^2 (31)$$

wo

$$p_x = \frac{A_{x, n}}{a_{x, \overline{n}|}} \text{ ist.}$$

Wir erhalten:

$$\rho^2 = p_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{u=n} - \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n} v^t dt \right]^2 \right\} -$$

$$\begin{aligned}
 & - 2 p_x \left\{ \int_{u=0}^{n=n} - v^u \frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \int_{u=0}^{n=n} - v^{2u} \frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du = \right. \\
 & = - \frac{2 p_x^2}{\log(v)} a_{x, \overline{n}} + \frac{2 p_x^2}{\log(v)} a_{x, \overline{n}}^{(2)} + \frac{2 p_x}{\log(v)} A_{x, n} - \frac{2 p_x}{\log(v)} A_{x, n}^{(2)} + A_{x, n}^{(2)}
 \end{aligned}$$

oder endgültig

$$\rho^2 = \frac{A_{x, n}^{(2)} [A_{x, n} - \log(v) a_{x, \overline{n}}]^2 - A_{x, n}^2 [A_{x, n}^{(2)} - \log(v^2) a_{x, \overline{n}}^{(2)}]}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} \quad (32)$$

Der Wert des Risikos im Zeitpunkte $x+k$ ist durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 = & \int_{u=0}^{n=n-k} - \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \left(V_k + p_x \int_{t=0}^{t=u} v^t dt - v^u \right)^2 + \\
 & + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left(V_k + p_x \int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt - 0 \right)^2 \quad \dots \quad (33)
 \end{aligned}$$

wo $V_k = A_{x+k, n-k} - p_x a_{x+k, \overline{n-k}}$ ist.

Wir erhalten:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 = & V_k^2 + 2 V_k p_x \left\{ \int_{u=0}^{n=n-k} - \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt \right\} - \\
 & - 2 V_k \int_{u=0}^{n=n-k} - v^u \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du + \\
 & + p_x^2 \left\{ \int_{u=0}^{n=n-k} - \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \left[\int_{t=0}^{t=u} v^t dt \right]^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left[\int_{t=0}^{t=n-k} v^t dt \right]^2 \right\} - \\
 & - 2 p_x \left\{ \int_{u=0}^{n=n-k} - v^u \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \int_{t=0}^{t=u} v^t dt + \int_{u=0}^{n=n-k} - v^{2u} \frac{d l_{(x+k+u)}}{l_{(x+k)}} du \right\} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= V_k^2 - 2V_k \left[A_{x+k, n-k} - p_x a_{x+k, n-k} \right] - \\
 &\quad - \frac{2p_x^2}{\log(v)} A_{x+k, n-k} + \frac{2p_x^2}{\log(v)} a_{x+k, n-k} + \\
 &\quad + \frac{2p_x}{\log(v)} A_{x+k, n-k} - \frac{2p_x}{\log(v)} A_{x+k, n-k}^{(2)} + A_{x+k, n-k}^{(2)}
 \end{aligned}$$

oder endgültig:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 &= \frac{A_{x+k, n-k}^{(2)} \left[A_{x, n} - \log(v) a_{x, n} \right]^2 - A_{x, n}^2 \left[A_{x+k, n-k}^{(2)} - \log(v^2) a_{x+k, n-k}^{(2)} \right]}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} \\
 &\quad - V_k^2 + \frac{2p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (34)
 \end{aligned}$$

6. Das Risiko der temporären, aufgeschobenen Todesfallversicherung. — Im folgenden geben wir die bezüglichen Formeln, ohne die einförmige und doch mühevollen Arbeit der Ableitung derselben auszuführen. Es ist

1. Das Risiko der Versicherung gegen einmalige Prämienzahlung:

$$\rho^2 = {}_m A_{x, n-m}^{(2)} - {}_m A_{x, n-m}^2 \dots \dots \dots (35)$$

2. Das Risiko gegen jährliche Prämienzahlungen (Dauer der Prämienzahlung = der Versicherungsdauer):

$$\begin{aligned}
 \rho^2 &= \frac{{}_m A_{x, n-m}^{(2)} \left[{}_m A_{x, n-m} - \log(v) a_{x, n} \right]^2}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} - \\
 &\quad - \frac{{}_m A_{x, n-m}^2 \left[{}_m A_{x, n-m}^{(2)} - \log(v^2) a_{x, n}^{(2)} \right]}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} \dots \dots \dots (36)
 \end{aligned}$$

3. Das Risiko im Zeitpunkte $x+k$, für $k < m$:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 &= \frac{{}_{m-k} A_{x+k, n-m}^{(2)} \left[{}_m A_{x, n-m} - \log(v) a_{x, n} \right]^2}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} - \\
 &\quad - \frac{{}_m A_{x, n-m}^2 \left[{}_{m-k} A_{x+k, n-m}^{(2)} - \log(v^2) a_{x+k, n-k}^{(2)} \right]}{\left[\log(v) a_{x, n} \right]^2} \\
 &\quad - V_k^2 + \frac{2p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (37)
 \end{aligned}$$

4. Das Risiko im Zeitpunkte $x+k$, für $m \leq k \leq n$:

$$\rho_k^2 = \frac{A_{x+k, n-k}^{(2)} [{}_m A_{x, n-m} - \log(v) a_{x, \overline{n}}]^2}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} - \frac{{}_m A_{x, n-m}^2 [A_{x+k, n-k}^{(2)} - \log(v^2) a_{x+k, \overline{n-k}}^{(2)}]}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} - V_k^2 + \frac{2p_x}{\log(v)} V_k \quad (38)$$

7. *Das Risiko der gemischten Versicherung.* — Das Risiko der Versicherung ist für einmalige Prämienzahlung:

$$\rho^2 = A_{x, \overline{n}}^{(2)} - A_{x, \overline{n}}^2 \quad (39)$$

Für jährliche Prämienzahlung:

$$\rho^2 = \frac{A_{x, \overline{n}}^{(2)} - A_{x, \overline{n}}^2}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} \quad (40)$$

Im Zeitpunkte $x+k$:

$$\rho_k^2 = \frac{A_{x+k, \overline{n-k}}^{(2)} - A_{x+k, \overline{n-k}}^2}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} \quad (41)$$

8. *Das Risiko der aufgeschobenen, gemischten Versicherung.* — Das Risiko ist bei einmaliger Prämienzahlung:

$$\rho^2 = {}_m A_{x, \overline{n-m}}^{(2)} - {}_m A_{x, \overline{n-m}}^2 \quad (42)$$

Bei jährlicher Prämienzahlung:

$$\rho^2 = \frac{{}_m A_{x, \overline{n-m}}^{(2)} - {}_m A_{x, \overline{n-m}}^2}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} \quad (43)$$

Im Zeitpunkte $x+k$, für $k \leq m$:

$$\rho_k^2 = \frac{{}_{m-k} A_{x+k, \overline{n-m}}^{(2)} [{}_m A_{x, \overline{n-m}} - \log(v) a_{x, \overline{n}}]^2}{[\log(v) a_{x, \overline{n}}]^2} -$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{{}_m A_{x, n-m}^2 [{}_m A_{x+k, n-m}^{(2)} - \log(v^2) a_{x+k, n-k}]^2}{[\log(v) a_{x, n}]^2} - \\
 & - V_k^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (44)
 \end{aligned}$$

Im Zeitpunkte $x+k$, für $m \leq k < n$:

$$\begin{aligned}
 \rho_k^2 &= \frac{A_{x+k, n-k}^{(2)} [{}_m A_{x, n-m} - \log(v) a_{x, n}]^2}{[\log(v) a_{x, n}]^2} - \\
 & - \frac{{}_m A_{x, n-m}^2 [A_{x+k, n-k}^{(2)} - \log(v^2) a_{x+k, n-k}]^2}{[\log(v) a_{x, n}]^2} - \\
 & - V_k^2 + \frac{2 p_x}{\log(v)} V_k \dots \dots \dots (45)
 \end{aligned}$$

9. *Das Risiko der verschiedenen Versicherungsarten für zwei verbundene Leben.* — Die Berechnung des Risikos einer Versicherung für zwei verbundene Leben bietet keine besonderen Schwierigkeiten dar, wenngleich auch die Ausführung der sich ergebenden Rechnungen bei weitem umständlicher wird als bei Versicherungen auf das Leben einer einzigen Person. Die Ausdrücke für die Risiken der in den §§ 2—8 angeführten Versicherungsarten bleiben genau dieselben für zwei verbundene Leben, nur muß das Symbol $\frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}$ mit dem folgenden $\frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \cdot \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}}$ vertauscht werden, wo x und y die Lebensalter des verbundenen Paares bezeichnen.

Im folgenden sehen wir uns trotz der obigen Ausführungen veranlaßt, das Risiko zweier Versicherungsarten tatsächlich zu berechnen, da dieselben bei den Versicherungen für ein einziges Leben kein Analogon besitzen und auch die sich ergebenden Ausdrücke eine gewisse Irregularität aufweisen. Es sind dies:

1. die Witwenrentenversicherung (gegen einmalige Prämienzahlung) und

2. die Studien-Börsenversicherung gegen jährliche Prämienzahlungen. Die zweite Versicherungsart ist nämlich gegen eine einmalige Prämienzahlung bloß eine aufgeschobene temporäre Rentenversicherung auf ein einziges Leben.

10. *Das Risiko der Witwenrentenversicherung.* — Zur Berechnung dieses Risikos machen wir folgenden Ansatz:

$$\begin{aligned} \rho^2 = & \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left\{ \int_{t=0}^{t=u} -\frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt (P_{xy} - 0)^2 + \right. \\ & + \int_{t=u}^{t=n} -\frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(P_{xy} - \int_{s=u}^{s=t} v^s ds \right)^2 + \\ & \left. + \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}} \left(P_{xy} - \int_{s=u}^{s=n} v^s ds \right)^2 \right\} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} (P_{xy} - 0)^2 \quad \dots (46) \end{aligned}$$

wo
$$P_{xy} = a_{x|y, \overline{n}} = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=u}^{t=n} \frac{l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} v^t dt \quad \text{ist.}$$

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \rho^2 = & \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \left\{ P_{xy}^2 - 2 P_{xy} \left[\int_{t=u}^{t=n} -\frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \int_{s=u}^{s=t} v^s ds + \right. \right. \\ & + \left. \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}} \int_{s=u}^{s=n} v^s ds \right] + \int_{t=u}^{t=n} -\frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left[\int_{s=u}^{s=t} v^s ds \right]^2 + \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}} \left[\int_{s=u}^{s=n} v^s ds \right]^2 \left. \right\} + \\ & + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} P_{xy}^2 = \\ = & P_{xy}^2 - 2 P_{xy} \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du \int_{t=u}^{t=n} \frac{l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} v^t dt - \\ & - \frac{2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} v^u du \int_{t=u}^{t=n} \frac{l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} v^t dt + \end{aligned}$$

$$+ \frac{2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} - \frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du \int_{t=u}^{t=n} \frac{l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} v^{2t} dt$$

oder endgültig

$$\rho^2 = \frac{[1 - \log(v^2) a_{\bar{x}|y, \bar{n}}^{(2)}] - [1 - \log(v) a_{\bar{x}|y, \bar{n}}]^2}{[\log(v)]^2} - \\ - \frac{2}{\log(v)} \int_{u=0}^{u=n} (1 - v^u) \frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du \int_{t=u}^{t=n} v^t \frac{l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \dots (47)$$

Der Ausdruck in der ersten Zeile der Gl. (47) ergibt eine *obere* Grenze für das Risiko der Witwenrentenversicherung.

11. *Das Risiko der Studienbörsenversicherung.* — Zur Berechnung des Risikos der genannten Versicherung, wenn dieselbe gegen jährliche Prämienzahlungen erworben wird, schreiben wir folgendermaßen an:

$$\rho^2 = \int_{u=0}^{u=m} - \frac{d l_{(x+n)}}{l_{(x)}} du \left\{ \int_{t=0}^{t=n} - \frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=t} v^s ds - 0 \right)^2 + \right. \\ + \int_{t=u}^{t=m} - \frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=u} v^s ds - 0 \right)^2 + \\ + \int_{t=m}^{t=n} - \frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=u} v^s ds - \int_{s=m}^{s=t} v^s ds \right)^2 + \\ + \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}} \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=u} v^s ds - \int_{s=m}^{s=n} v^s ds \right)^2 \left. \right\} + \\ + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} \left\{ \int_{t=0}^{t=m} - \frac{d l'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=t} v^s ds - 0 \right)^2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{t=m}^{t=n} - \frac{dl'_{(y+t)}}{l'_{(y)}} dt \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=m} v^s ds - \int_{s=m}^{s=t} v^s ds \right)^2 + \\
 & + \frac{l'_{(y+n)}}{l'_{(y)}} \left(p_{xy} \int_{s=0}^{s=m} v^s ds - \int_{s=m}^{s=n} v^s ds \right)^2 \Big\} \dots \dots \dots (48)
 \end{aligned}$$

wo

$$p_{xy} = \frac{m a'_{y, n-m}}{a_{xy, m}} \text{ ist.}$$

Wir erhalten nach Ausführung der ziemlich weitläufigen Rechnungen für das Risiko folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 \rho^2 = & \frac{[v^{2m} + \log(v^2) m a'_{y, n-m}] - [v^m + \log(v) m a'_{y, n-m}]^2}{[\log(v)]^2} - \\
 & - p_{xy}^2 \frac{[v^{2m} - \log(v^2) a_{xy, m}] - [v^m - \log(v) a_{xy, m}]^2}{[\log(v)]^2} - \\
 & - \frac{2 p_{xy}}{\log(v)} m a'_{y, n-m} [A_{x, m} - v^m] \dots \dots \dots (49)
 \end{aligned}$$

Der Ausdruck in den zwei ersten Zeilen der Gl. (49) ergibt eine obere Grenze für das Risiko der Studienbörsenversicherung.

12. *Schlußbemerkung.* — Wie wir aus den Ausführungen der §§ 2—11 ersehen, führt die Berechnung des Risikos einer Lebens- oder Rentenversicherung zu keineswegs einfachen Formeln. Sie erfordert in erster Reihe die Anlage einer Kommutationstafel für die $D_x^{(2)}$, $N_x^{(2)}$, $C_x^{(2)}$ und $M_x^{(2)}$, welche sich von den entsprechenden Werten ohne oberen Index dadurch unterscheiden, daß in denselben v durch v^2 ersetzt ist. Es lag aber außerhalb des Rahmens dieses kleinen Beitrages zur Theorie des Risikos, die Ergebnisse der abgeleiteten Formeln ziffernmäßig darzustellen. Dazu wird sich vielleicht Gelegenheit ergeben, wenn die Einwandfreiheit der Ableitung des Begriffes des „Absoluten Risikos“ bewiesen sein wird. Dann kann die praktische Anwendbarkeit desselben diskutiert werden.

The risk of the life- and annuity-business.

By Daniel Arany, Budapest.

The definition of the risk connected with a contract of life insurance, has not yet been finally established. The various authors examining the conception of the risk, distinguish between average and mean risk. Recently a third one has been determined, the absolute risk which however differs from the mean risk only by a constant factor.

Let $S_{(u)}$ be the value, discounted at the outset, of profits or losses, realized or sustained by the Company when the insured aged x dies at $(x+u)$ and $S_{(n)}$ the corresponding value, when the insured is alive at $(x+n)$, i. e. at the time of maturity of the contract; if further

$$q_{(x, u)} = -\frac{d l_{(x, u)}}{l_{(x)} d u} \text{ and } p_{(x, u)} = \frac{l_{(x+u)}}{l_{(x)}}$$

represent the probabilities of the happening of events $S_{(u)}$ and $S_{(n)}$, then the conceptions of average, mean and absolute risk are defined by the following equations:

$$(1) \quad \rho_d = \pm \int_{u=0}^{u=D} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} d u S_{(u)} = \mp \int_{u=D}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} d u S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}$$

where

$$\int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} d u S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)} = 0$$

and D is taken between 0 and n , so that we have $S_{(D)} = 0$

$$(2) \quad \rho_m^2 = p^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} d u} d u S_{(u)}^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}^2$$

and

$$(3) \quad \rho_a^2 = 2 \cdot \gamma^2 p^2$$

where γ is determined by the equation

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{t=0}^{t=\gamma} e^{-t^2} dt,$$

where the value of $\Phi(\gamma)$ is chosen in whatever a proximity of 1.

The author endeavours to show that the absolute risk appears to be the most suitable measure for examining, to what extent special funds must be established in order to counterbalance *accidental* fluctuations of mortality which may arise even in the case of exact valuation standards.

Finally, the values of μ^2 , to which ρ_a^2 is proportionate, are developed for different forms of insurance.

Le risque des opérations d'assurances et de rentes viagères.

Par Daniel Arany, Budapest.

La conception du risque d'une opération d'assurance sur la vie n'est pas encore définitivement déterminée. Les divers auteurs traitant de la conception du risque, distinguent entre le risque mathématique (*durchschnittliches Risiko*) et le risque moyen; dernièrement on a ajouté à ces deux conceptions celle du risque moyen absolu qui cependant ne diffère du risque moyen (relatif) que par un facteur constant.

Soit $S_{(u)}$ la valeur, escomptée à l'instant de l'effet de l'assurance, des profits ou des pertes, résultant pour la Compagnie d'assurances lorsque l'assuré âgé actuellement de x ans, décède à l'âge de $x+u$, soit ensuite $S_{(n)}$ la valeur correspondante lorsque l'assuré atteint l'âge de $x+n$, c'est à dire l'expiration de la durée du contrat; en désignant enfin par

$$q_{(x, u)} = -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} \text{ et } p_{(x, n)} = \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}$$

les probabilités de l'arrivée des événements $S_{(u)}$ et $S_{(n)}$, on peut définir les conceptions du risque mathématique (1), moyen (2) et absolu (3) par les équations suivantes:

$$(1) \quad \rho_d = \pm \int_{u=0}^{u=D} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)} = \mp \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}$$

où

$$\int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{x+u}}{l_{(x)}} du S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)} = 0$$

et où D est choisi entre les limites 0 et n de manière qu'on a $S_{(D)} = 0$

$$(2) \quad \rho_m^2 = \mu^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)}} du S_{(u)}^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}^2$$

et

$$(3) \quad \rho_a^2 = 2 \gamma^2 \mu^2$$

où γ est défini par l'équation

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{t=0}^{t=\gamma} e^{-t^2} dt,$$

et sera choisi de manière que la valeur de la fonction $\Phi(\gamma)$ soit approchée à l'unité dans un degré voulu quelconque.

Le travail s'est proposé à démontrer que le risque absolu paraît être la mesure la plus convenable, s'il s'agit d'évaluer l'importance à donner aux fonds spéciaux de garantie, pour faire face aux déviations accidentelles de la mortalité qui peuvent se produire même par rapport à des bases de calcul exactes.

Enfin, le rapport contient le développement des valeurs de μ^2 , auxquelles celles de ρ_a^2 sont proportionnelles.

Il rischio delle assicurazioni sulla vita e delle rendite.

Daniele Arany, Budapest

Il concetto del rischio d'un'operazione d'assicurazione sulla vita non è stato ancora precisato in maniera definitiva. I diversi autori che si sono occupati della concezione del rischio distinguono fra *rischio matematico* („durchschnittliches Risiko“) e *rischio medio*; negli ultimi

tempi si è venuta aggiungendo a queste due concezioni quella del *rischio medio assoluto*, che non differisce però dal *rischio medio* (relativo) che per via di un fattore costante.

Sia $S_{(u)}$ il valore, scontato al momento dell'effetto dell'assicurazione, dei profitti o delle perdite, risultandi per la Compagnia d'assicurazione quando l'assicurato, attualmente nell'età di x anni, cessi di vivera all'età di $x+u$; sia poi $S_{(n)}$ il valore corrispondente quando l'assicurato raggiunga l'età di $x+n$, cioè il termine della durata del contratto; siano infine

$$q_{(x, u)} = -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} \quad \text{e} \quad p_{(x, n)} = \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}}$$

le probabilità del verificarsi degli avvenimenti $S_{(u)}$ e $S_{(n)}$; si può allora definire le concezioni del rischio *matematico* (1), *medio* (2) ed *assoluto*, mediante le equazioni che seguono:

$$(1) \quad \rho_d = \pm \int_{u=0}^{u=D} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)} = \mp \int_{u=D}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}$$

dove

$$\int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)} + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)} = 0$$

e dove D sia scelto entro i limiti 0 ed n , in modo che si abbia $S_{(D)} = 0$.

$$(2) \quad \rho_m^2 = \mu^2 = \int_{u=0}^{u=n} -\frac{d l_{(x+u)}}{l_{(x)} du} du S_{(u)}^2 + \frac{l_{(x+n)}}{l_{(x)}} S_{(n)}^2$$

e

$$(3) \quad \rho_a^2 = 2 \gamma^2 \mu^2$$

dove γ è definito dall'equazione

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{t=0}^{t=\gamma} e^{-t^2} dt.$$

e si sceglierà in un modo, che il valore della funzione $\Phi(\gamma)$ sia una approssimazione dell'unità di qualunque grado voluto.

Il rapporto si propone di dimostrare che il rischio *assoluto* sembra essere la misura più conveniente, se si tratti di valutare l'importanza da attribuire ai fondi speciali di garanzia per far fronte alle deviazioni accidentali della mortalità, che possono verificarsi anche in rapporto a basi di calcolo esatte.

Infine il rapporto contiene la determinazione dei valori di μ^2 ai quali sono proporzionali quelli dei ρ_a^2 .

V.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der
öffentlichen und privaten Versicherung.

The economic relations between national assurance
and assurance by private (unofficial) companies.

Les relations économiques entre l'assurance sociale
et l'assurance privée.

Rapporti economici fra l'assicurazione sociale e
l'assicurazione privata.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen und privaten Versicherung.

Von Dr. A. Emminghaus, Gotha.

Der Begriff der öffentlichen Versicherung scheint Zweifel nicht zuzulassen. Dennoch zeigen Sammlungen gerichtlicher Erkenntnisse, daß er verschiedenartig gefaßt werden kann.

Nach deutschem Recht hat man, wie in einem Urteil des III. Strafsenates des Reichsgerichtes vom 7. Oktober 1907 überzeugend ausgeführt wird, unter öffentlichen Versicherungsunternehmungen solche zu verstehen, „die entweder der Durchführung eines gesetzlichen, öffentlich-rechtlichen Versicherungszwanges dienen, oder die, wenn auch nur zu freiwilliger Versicherung Gelegenheit bietend, als staatliche, gemeindliche, ständische Anstalten eingerichtet und behördlich verwaltet sind, also unter Verwaltung und Leitung einer staatlichen, kommunalen oder kirchlichen Behörde oder eines anderen einer Behörde gleichstehenden Organes stehen“.¹⁾

Es wird auch in anderen Ländern der Begriff der öffentlichen Versicherung kaum anders verstanden werden, auch wenn er dort ebenso wenig wie im Deutschen Reich gesetzlich fixiert ist. Wenn man von der Valorenversicherung durch die Post absieht, die aber eigentlich nur Übernahme besonderer Sorgfalt bei den eigenen Transportleistungen und Zusicherung vollständiger Schadloshaltung im Verlustfalle gegen besondere Vergütung bedeutet, so werden als auch öffentlich betriebene Versicherungszweige heute etwa folgende verzeichnet werden können: Feuerversicherung, Hagelschädenversicherung, Viehversicherung (in be-

¹⁾ Das Urteil stützt sich hier auf die Begründung (Seite 17 und 21) des Deutschen Reichs-Gesetzes vom 12. Mai 1901 über die privaten Versicherungsunternehmungen.

schränktem Umfange), Alters- und Invaliditäts-, Unfall-, Haftpflicht-, Kranken-, Arbeitslosenversicherung. Die in Australien durchgeführte staatliche allgemeine Zwangs-Lebens-(Renten-)Versicherung, die auch anderwärts hin und wieder empfohlen worden ist, kann für die folgenden Ausführungen außer Betracht bleiben.

Das Thema verlangt nicht eine Auseinandersetzung über die *Berechtigung und Verpflichtung des Staates* aus eigener Kraft für Befriedigung des Versicherungsbedürfnisses der Bürger zu sorgen. Sonst müßten hier Erörterungen angestellt werden über den Staatsbegriff und die, offenbar je nach dem allgemeinen Kulturstand verschiebbaren Grenzen der Staatsaufgabe. Es handelt sich für uns um das *tatsächliche Bestehen* öffentlicher Versicherung in fast allen wie auch immer nach dem Kulturrang verschiedenen Kulturstaaten, kleinen wie großen.

Von wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen und der privaten Versicherung kann selbstverständlich nur da die Rede sein, wo die erstere *nicht vollkommen monopolisiert*, die letztere also nicht ausgeschlossen ist. So ausgeschlossen ist bekanntlich in manchen Staaten oder Staatsgebieten die Privattätigkeit bezüglich der Gebäude-Feuerversicherung. Hier könnte höchstens etwa betont werden, daß die in anderen Arten der Feuerversicherung (Mobiliarversicherung) zugelassene private Unternehmung mit der öffentlichen bisweilen kollidiert, oder bei den Interessenten, etwa im Schadenregulierungsfalle, zu kritischen Vergleichen Anlaß gibt.

Das eigentliche Feld unserer Betrachtung ist das *tatsächliche Nebeneinander von öffentlicher und privater Versicherung* in den oben genannten Versicherungszweigen, sowie die Tatsache, daß, historisch betrachtet, die eine Form der anderen etwa vorgearbeitet, die eine die andere hervorgerufen hat. Dies — um hier einen Augenblick zu verweilen — ist in den germanischen Ländern Europas gewiß bezüglich der Feuerversicherung der Fall gewesen, wo zuerst gildenartige, also nichtöffentliche, Versicherungsverbände die Feuerversicherung in noch ungefügiger Form besorgten, dann die Staaten die Verpflichtung fühlten, das so geweckte Versicherungsbedürfnis nach ihrer Fassung zu befriedigen, und endlich private Unternehmungen entweder an die Stelle der öffentlichen traten, oder in Konkurrenz mit ihnen, oder beschränkt auf gewisse Arten der Feuerversicherung neben ihnen, von ihnen vielfach belehrt, wie man es machen oder nicht machen soll, sich betätigten. Ganz ähnlich ist auch in anderen Zweigen der Versicherung (es sei an die bayerische öffentliche Hagelversicherung erinnert), die eine Verwaltungsform vielfach die Lehrmeisterin und Vorstufe der anderen geworden. Der Gedanke nicht nur, sondern auch die praktische Gestaltung der ganzen sogenannten öffentlichen Sozialversicherung ist aus der Ent-

wicklung der privaten Unfall-, Kranken-, Alters- etc. Versicherung erwachsen.

So sehr man auch anerkennen muß, daß auf gewissen Kulturstufen das Versicherungsbedürfnis nicht befriedigt werden würde, wenn nicht die öffentliche Gewalt mit eigenen Unternehmungen und unter eigener Regie dafür einträte, und daß, wenn irgendwo Versicherungszwang aus wohlfahrtspolizeilichen Gründen für geboten erachtet wird, die öffentliche Gewalt die Rolle des Versicherers zu übernehmen hat, so überzeugend lehrt eine vielfältige Erfahrung, daß im Vergleich mit der privaten Versicherungsunternehmung die öffentliche sich administrativ und technisch, namentlich aber hingesehen auf die Preise der Leistung und die Beweglichkeit der Geschäftsführung, rückständig zu erweisen pflegt. Diese Erscheinung ist psychologisch erklärlich. Auch wo die private Unternehmung nicht auf Gewinn ausgeht, ist sie weniger an feste Vorschriften und an eine gewisse Marschrouten gebunden, kann sie leichter neue Wege einschlagen, steht sie der Kundschaft näher, kann sie freier deren Bedürfnissen nachgehen.

In freier Konkurrenz mit der öffentlichen gewinnt die private Versicherung, wenn sie Zeit gehabt hat, ihre Kräfte technisch und administrativ zu entwickeln, fast überall den Vorsprung. Meist wird sie dann bis zu einem gewissen Grade die Lehrmeisterin der ersteren, wie man beispielsweise an den Fortschritten sieht, die die preußischen Feuerversicherungs-Sozietäten im Laufe der letzten Jahrzehnte in ihren Versicherungsbedingungen, in ihrer Betriebsmethode, hinsichtlich der Risikenklassifikation und der Brandschadenregulierung gemacht haben. Die Fortschritte der mit ihnen konkurrierenden Privatversicherungsunternehmungen sind weit weniger dieser Konkurrenz, als der, die sie untereinander zu bestehen hatten, zu verdanken. Gewiß kann es vorkommen, daß intelligente Kräfte, die zur Leitung öffentlicher Versicherungsanstalten berufen sind, hier aus eigenem Antrieb Neuerungen einführen, die für die Entwicklung des ganzen Versicherungszweiges bedeutsam sind; aber aus naheliegenden Gründen ist der Fall viel häufiger, daß Neuerungen, die aus dem frischen Konkurrenzkampf der Privatunternehmungen unter sich erwachsen, von den öffentlichen, meist auch nur der Not gehorchend, zögernd angenommen werden.

Eine sehr bemerkenswerte Erscheinung ist die, daß die öffentliche Versicherung nicht nur, wenn und da, wo sie noch das Feld allein beherrscht, sondern auch da, wo neben ihr die private Versicherung sich schon kräftig entwickelt hat, dieser dadurch Vorschub leistet, daß sie den *Versicherungssinn weckt*. Dies umsomehr, je breitere Schichten der Bevölkerung sie zu ihrer freiwilligen oder gezwungenen Kundschaft zählt. Daß das, was die öffentliche Gewalt unternimmt, doch eine gute

Sache sein müsse — dieser Schluß ist bei einer Bevölkerung mit stark entwickeltem Staatsgefühl erklärlich. Und jeder zur Befriedigung des Versicherungsnehmers führende Versicherungsfall ist ein Herold des Versicherungsgedankens.

In Deutschland ist die private sogenannte kleine, Lebens- oder Volksversicherung nicht zwar erst aufgekommen seit dem Beginn der Reichs-(Arbeiter- oder Sozial-)Versicherung, aber doch unzweifelhaft infolge des durch letztere in die breitesten Schichten getragenen Versicherungsgedankens in ungeahnter Weise aufgeblüht. Schon 1900 machte sie 7·45⁰/₁₀₀, 1906 aber schon 9·86⁰/₁₀₀ und 1907 10·10⁰/₁₀₀ des gesamten deutschen Kapitalversicherungsbestandes aus. Von 25 privaten Versicherungsunternehmungen betrieben, wies sie im letzteren Jahre einen Bestand von 6·20 Millionen Polizzen mit etwa 1132 Millionen Mark Versicherungssumme auf. Freilich, in England, dem klassischen Lande der kleinen Lebensversicherung, und in Nordamerika hat sie der Wirkung des Versicherungssinnes durch öffentliche Versicherungsunternehmungen entbehrt und nicht bedurft.

Die deutsche private Unfallversicherung, die schon vor der Wirksamkeit der Reichs-Unfallversicherung zu nicht geringer Bedeutung gelangt war und unter der Konkurrenz der Reichsversicherungsanstalt schwer zu leiden fürchtete, hat sich erst seit dem Eintritt dieser Konkurrenz in raschen Schritten zu der Ausdehnung entwickelt, die wir jetzt an diesem Versicherungszweig gewahren, der 1882 in Deutschland erst von 14 Gesellschaften mit einer Prämieeneinnahme von 13·4 Millionen Mark bei 6·4 Millionen Mark Schäden, 1902 aber schon von 29 Gesellschaften mit 41 Millionen Mark Prämieeneinnahme bei 16·8 Millionen Mark Schäden und zwei Jahre später von ebensoviel Gesellschaften mit einer Einnahme von über 61 Millionen Mark bei 25·5 Millionen Mark Schäden betrieben wurde.

Daß in Deutschland die öffentliche Unfallversicherung die von Privatunternehmungen meist in der Form der Kollektivversicherung schon rüstig betriebene Arbeiter-Unfallversicherung fast vollständig verdrängte, aber eben wohl durch diese Einschränkung des Geschäftsgebietes den privaten Unternehmungsgeist zur Aufsuchung und lebhaftesten Bearbeitung neuer Geschäftsgebiete, zur Sorge für Deckung gegen die bei unserem hochentwickelten Verkehrswesen in den mannigfaltigsten Formen auftretenden Unfallschäden, anspornte, mag in diesem Zusammenhange hervorgehoben werden. Ähnliches wird immer die Wirkung einschränkender öffentlicher Versicherungstätigkeit sein, wenn sie der privaten doch noch ein weites Feld zur Betätigung freiläßt.

Es verdient erwogen zu werden, ob wirklich, wie vielfach behauptet wird, gewisse Versicherungszweige, wenn ihre Darbietung und

Entwicklung überhaupt im Kulturinteresse zu wünschen ist, nur, oder zweckmäßig und wirksam nur, als öffentliche betrieben werden können. Und dabei ist zu unterscheiden, ob das Kulturinteresse und die Besonderheit der fraglichen Versicherungszweige Versicherungszwang erheischen oder nicht. Gesetzlicher Versicherungszwang und Privatversicherungsbetrieb schließen sich übrigens, wie mehrfache Erfahrung zeigt, nicht aus. In manchen deutschen Staaten besteht Gebäude-Feuerversicherungszwang, aber Freiheit in der Wahl zwischen staatlicher und privater Versicherung.

Namentlich in größeren Staaten wird kaum jemand an der Zweckmäßigkeit der *Staats- und der Kommunal-Beamten-Versicherung* als öffentlicher Veranstaltung zweifeln, namentlich soweit es sich um Ruhegehalts- und um Witwen- und Waisen-Versorgungs-Versicherung handelt. Die Einrichtungen können hier von der Dienststelle aus leichter dem dienstlichen Interesse angepaßt werden. Es kann der Prämien-einhebungs-Apparat gespart werden (Rückbehalt der Prämie vom Gehalt oder entsprechend niedrigeres Gehalt); die besorgliche Wachsamkeit über die Fortdauer der Versicherung entfällt für die Versicherten; es entfallen viele Formalitäten, die die Privatversicherung während der Versicherungsdauer und bei der Fälligkeit nötig machen würde. Die Privatversicherung würde auf manchen Versicherungsbedingungen bestehen müssen, die sich mit dem Interesse des öffentlichen Dienstes schlecht vertragen. Versicherungszwang ist hier geboten, obwohl die technische Solvenz kaum in Frage kommen kann und es gleichgültig erscheint, ob die Zahl der Versicherungsnehmer größer oder kleiner ist. Ohne Versicherungszwang würde aber auch von unbemittelten Beamten die Versicherung bisweilen unterlassen werden. Daraus könnten des öffentlichen Dienstes unwürdige, mißliche Verhältnisse im Invaliditäts- oder frühzeitigen Todesfall entstehen.

Wesentlich anders liegt die Frage, ob die Pensionsversicherung der *Privatbeamten* als öffentliche Angelegenheit zu behandeln sei, wie es neuerdings in Österreich geschehen ist und im Deutschen Reiche von vielen Seiten gefordert wird. Zugegeben, daß ohne Zwang hier in zahllosen Fällen die notwendige Vorsorge für die Zukunft versäumt und eine gewisse Zahl von Personen und Familien immer aufs Neue dem Proletariat zugeführt werden würde — der großen Mehrzahl der Privatbeamten darf doch die Selbstübernahme der Verantwortung für ihre wirtschaftliche Zukunft und, wenn ihr die in den verschiedensten Gestalten schon dargebotene Privatversicherung nicht genügt, die Gründung eigener Versicherungsunternehmungen für ihre Zwecke zugemutet werden. Daß eine staatliche Pensionsversicherung der Privatbeamten, wie die österreichische, übrigens die segensreiche Wirkung haben wird,

den Sinn für die Versicherung in Kreise zu tragen, wo er bisher noch schwach entwickelt gewesen war, mag nicht in Abrede gestellt werden.

Ein Versicherungszweig, in dem die Privatunternehmung der öffentlichen, staatlichen oder gemeindlichen gern die Vorhand lassen wird, ist die *Arbeitslosen-Versicherung*. Zögernd, tastend, ungewiß, ob es sich hier überhaupt um einen der Versicherung zugänglichen Gegenstand handle, hat man sich hie und da, haben sich namentlich Gemeindeverwaltungen, an so etwas wie Arbeitslosen-Versicherung herangewagt. Es ist ja nicht zu verkennen, daß Arbeitslosigkeit in zahllosen Fällen lediglich auf Zufall zurückzuführen ist und daß sie häufig Notstände erzeugt, denen abzuhelfen oder zu steuern jeder Menschenfreund sich dringend versucht fühlt. Wo immer die Momente des Zufalls und des daraus erzeugten Mangels gegeben sind, und sich für den letzteren kein näherliegendes Abhilfsmittel findet, da ruft man heutzutage nach dem Allhilfsmittel Versicherung. Und, da Arbeitslosigkeit zu einer allgemeinen großen Kalamität sich auswachsen kann, häufig auch einesteils öffentliche Institutionen, mangelhafte Gesetze z. B., solche Kalamitäten mitverschulden, andererseits der Privatunternehmung das Moment des Zufalls bei der Arbeitslosigkeit noch zu schwer erforschbar erscheint, endlich aber die Versicherung der Arbeitslosigkeit ohne Zwang im Einzelfalle zu kostspielig werden würde, ist es erklärlich, daß hier die öffentliche Unternehmung zunächst in Frage kommt. Zwar die Friendly societies in England und die Gewerkvereine in anderen europäischen Ländern strengen sich redlich an, jenem Übel zu steuern. Und sie können seinen Ursachen besser nachgehen, seinen Grad besser beurteilen, als fernstehende Privat- oder öffentliche Versicherungsunternehmungen. Aber sie gewähren doch keine eigentliche Versicherung und in großen allgemeinen Kalamitäten versagen sie. Öffentliche Arbeitslosen-Versicherung mit Zwang hat mit großen Schwierigkeiten zu kämpfen. Wie weit darf und muß der Zwang ausgedehnt werden? Welche Mittel gibt es, um der Gefahr der Steigerung der Arbeitslosigkeit zu wehren, die leicht aus jeder Hilfe für Arbeitslose entstehen kann? Ist bei Zwang das Versicherungsprinzip in seiner vollen Reinheit anwendbar oder muß ihm das Unterstützungsprinzip zur Seite treten? Auf die Arbeitgeber wie bei anderen Zweigen der Sozialversicherung zurückzugreifen, ist unmöglich. Hier fehlen ja gerade die Arbeitgeber, und frühere Arbeitgeber auch mit solcher Last noch zu beburden, wäre ungerecht, wirkte unter Umständen ruinös. Das Problem, für die Privatunternehmung mindestens nichts weniger als verführerisch, erscheint auch für die öffentliche, sei es staatliche oder gemeindliche, noch zur Zeit kaum lösbar.

Ähnlich verhält es sich mit der *Mutterschaftsversicherung*. Nur

daß hier das Moment des Zufalls mehr als zweifelhaft ist. Bis zu einem gewissen Grade wird hier das Risiko immer willkürlich oder im natürlichen Verlaufe der Dinge herbeigeführt. Das Risiko ist ja nicht Notstand, Mangel, Vermögensbedarf infolge eines *zufälligen* Ereignisses. Das Risiko ist die Mutterschaft, wenn auch immer im wesentlichen bei solchen Personen, denen und deren Angehörigen die Mutterschaft besondere, schwer zu tragende Opfer auferlegen mag. Es soll hier nicht erörtert werden, ob und inwieweit geschäftliche Einrichtungen, öffentliche oder private (die, wenn sie einen Anspruch auf Hilfe im Falle des Eintrittes der Mutterschaft im Wege der Versicherung gewähren wollen, in Ländern mit Versicherungsaufsichtsgesetzen der staatlichen Sanktion bedürften), aus wirtschaftlichen und ethischen Gründen sich rechtfertigen ließen. Tatsächlich werden solche Einrichtungen von vielen Seiten, nicht von Nächstbeteiligten, meist von solchen, die keinen Notstand beobachten können, ohne zu verlangen, daß ihm von außen her gesteuert werde, laut und dringend gefordert. Der Privatunternehmung widerstrebt die Aufgabe. Denn ohne Zwang würde die Mutterschaftsversicherung nur da gewählt werden, wo der Eintritt des Versicherungsfalles immer fast sicher ist, die Kosten also sehr hoch sein würden, auf Gewinn kaum zu rechnen wäre. Und an gesetzlichen Versicherungszwang ohne öffentliche monopolisierte Versicherungsgelegenheit ist hier nicht zu denken. Bleibt also für die Hilfe nur die öffentliche monopolisierte Zwangsversicherung.¹⁾ Es würde das eine Art von Rentenversicherung sein müssen, mit Fälligkeit der Rente in einem gewissen Zeitpunkt der Schwangerschaft und Dauer der Zahlung bis zu einem gewissen Zeitpunkt nach der Niederkunft. Auf welche Kreise der Zwang erstreckt, ob Beiträge erhoben werden sollen, ob und inwieweit außereheliche Mutterschaft berücksichtigt werden soll — das sind Fragen, deren befriedigende Lösung noch nicht abzusehen ist, ganz zu geschweigen des ungemein schwierigen technischen Problems, welches die Einführung dieses Versicherungszweiges stellen würde. Die Philanthropie auf Regimentsunkosten darf nicht so weit gehen, allen Nöten, die Menschen heimsuchen können, von außen her abhelfen zu wollen, und die Versicherung ist kein Allheilmittel. Die Verwertung des Versicherungsprinzips hat ihre Schranken, die teils durch die diesem Prinzip wesentlichen Momente

¹⁾ Der Entwurf eines Gesetzes, welches die Einführung der Mutterschaftsversicherung, beschränkt auf in Fabriken beschäftigte Arbeiterinnen, bezweckt, liegt soeben — Sommer 1908 — der italienischen Kammer vor. Versicherungszwang ist vorgesehen. Summe (30 Lire) und Prämie (150 Lire im Jahre, zur Hälfte von der Arbeiterin, zur Hälfte von dem Arbeitgeber zu zahlen) sind sehr niedrig. Man schätzt die Zahl der zu Beteiligten auf 500.000.

(zufällig entstehender, abschätzbarer Vermögensbedarf; Möglichkeit der Deckung durch auf Gegenseitigkeit beruhende, wirtschaftliche Veranstaltungen), teils durch ethische Rücksichten gezogen werden.

Wenn die öffentliche und die private Versicherungsunternehmung je ihr Zuständigkeitsgebiet abgrenzen wollen, so wird, wenigstens in den heutigen Kulturstaaten, die erstere dort als zuständig zu betrachten sein, wo Versicherungszwang politisch und wirtschaftlich geboten oder doch gerechtfertigt ist, und wo zugleich die Wohltätigkeit ein Wort mitzusprechen hat, die andere aber dort, wo Freiwilligkeit am Platze und die Versicherung das beste Mittel der *Selbsthilfe* zur Deckung zufällig entstehenden, abschätzbaren Vermögensbedarfes ist. Innerhalb der Grenzen ihrer Gebiete bleibend, machen sich diese beiden Formen keine, am wenigsten unlautere Konkurrenz, können sie aber beide voneinander lernen.

The economic relations between national assurance and assurance by private (unofficial) companies.

By Dr. A. Emminghaus, Gotha.

The author shows that, in the history of development of insurance, social insurance is to be found partly as predecessor, partly as successor of private insurance. In every case, the preceeding form of insurance has always made useful suggestions to the succeeding one.

In social insurance, we have to distinguish the voluntary and obligatory form, the latter being either monopolised or otherwise. The author exposes that, in a more elevated state of culture, the competition between voluntary social insurance on the one side and private insurance on the other would, for evident reasons, generally be decided in favour of private institutions.

Obligatory social insurance (monopolised or otherwise) could develop itself in many respects, according to the example set by private insurance; on the other hand, the former prepares the ground for the latter by carrying the idea of insurance among the broad classes of population.

Further, it is to be examined, if indeed some branches of insurance can only be cultivated in a successful way under the public system, either obligatory or voluntary. It seems necessary however to point out that, as it has been shown by frequent experience, legal obligation is not absolutely opposed to simultaneous activity of private insurance institutions. The author refers to the example of insuring

pensions to officials of the State and of municipalities, maintaining that insurance of this kind could be done conveniently by public institutions. He examines then the problem of insurance against unemployment which — even if it is considered as an actuarial problem in the technical sense — could scarcely be solved, at least in the present time, by way of private insurance. Finally, maternal insurance requires — also within the limits given by actuarial principles — to be organized under public obligatory and monopolised system.

If any limits are to be determined between the domain of public and of private insurance, the first had to be confined, at least in the civilized communities of our era, to the problems where legal obligation is shown to be necessary or justified and where considerations of beneficence enter into account, whilst private insurance should prevail, where compensations against material losses, arising from accidental causes and determinable in their amount, are to be secured by way of voluntary and independent institutions. When observing the said limits, public and private insurance, far from entering into an undesirable competition, would continue to exercise upon each other their favourable reciprocal influences.

Les relations économiques entre l'assurance sociale et l'assurance privée.

Par le Dr. A. Emminghaus, Gotha.

L'auteur expose que dans l'histoire du développement de l'assurance on rencontre tantôt l'assurance sociale comme prédécesseur de l'assurance privée, tantôt celle-ci comme devancière de celle-là. Dans un cas comme dans l'autre, le prédécesseur a toujours donné des inspirations fort utiles au successeur.

Dans l'assurance sociale, il y a lieu de distinguer entre l'assurance libre et l'assurance obligatoire qui, à son tour, peut être monopolisée ou non. L'auteur démontre que, sur un degré de culture plus élevée, s'il y a concours entre l'assurance sociale libre et l'assurance privée, c'est généralement celle-ci qui, pour des motifs évidents, emporte le succès.

L'assurance sociale obligatoire (monopolisée ou non) peut être animée à beaucoup de progrès par l'assurance privée; d'autre part, elle prépare le terrain à celle-ci, en portant l'idée de l'assurance dans les classes les plus étendues de la population.

En outre, il y a lieu d'examiner, si, en effet, certaines branches d'assurance ne peuvent être cultivées avec succès que dans la forme de l'assurance publique, soit ce obligatoire ou non. Il faut constater d'ailleurs que l'assurance obligatoire ainsi qu'il ressort de nombreuses expériences n'est pas incompatible avec l'activité simultanée d'institutions privées d'assurance. L'auteur cite l'exemple de l'assurance de retraites pour les fonctionnaires d'Etat et des communes qui pourrait être organisée de la manière la plus convenable par une institution publique. Il expose en outre que la question de l'assurance contre le chômage, soit elle même considérée comme présentant un problème technique d'assurance, ne peut actuellement guère être réglée par l'assurance privée. Enfin, l'assurance matérielle ne pourrait fonctionner d'une manière satisfaisante — dans les limites établies par la nature essentielle du principe d'assurance — que dans la forme de l'assurance publique, obligatoire et monopolisée.

S'il avait lieu de définir les sphères d'action de l'assurance publique et de l'assurance privée, il faudrait, au moins dans les états civilisés de nos temps, attribuer à celle-là le domaine où l'obligation légale est nécessaire ou justifiée et où le motif d'assistance entre en compte, tandis que l'assurance privée devrait dominer où il s'agit de se garantir de pertes matérielles, accidentelles et déterminables, par une organisation volontaire et indépendante. En observant ces limites, l'assurance publique et l'assurance privée, loin de se faire une concurrence nuisible, pourront continuer à exercer réciproquement des influences favorables sur leur développement mutuel.

Rapporti economici fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata.

Dott. A. Emminghaus, Gotha.

L'Autore espone come nella storia dello sviluppo delle assicurazioni sia da osservarsi, che l'assicurazione sociale talvolta ha preceduto nel decorso del tempo l'assicurazione privata e talvolta ne è stata preceduta. In entrambi i casi quella che è venuta prima ha dato all'altra esperienze ed avvedimenti di grande importanza.

Nell'assicurazione sociale fa d'uopo distinguere fra assicurazione libera ed assicurazione obbligatoria, la qual'ultima — alla sua volta — può venir scissa in monopolizzata o no. L'Autore dimostra come, dato un grado di cultura generale superiore al comune, quando vi sia

concorrenza fra assicurazione sociale libera ed assicurazione privata, sia in generale l'ultima quella che, per motivi evidenti, riporta il successo.

L'assicurazione sociale obbligatoria (monopolizzata o no) può venire animata a molti miglioramenti ed a molti progressi dalla assicurazione privata. D'altra parte quella prepara il terreno a questa, portando l'idea della provvidenza, e diffondendola, nelle classi più numerose della popolazione.

È pure il caso di esaminare se, effettivamente, certi rami d'assicurazione non possano venir coltivati con successo che sotto la forma soltanto dell'assicurazione pubblica, obbligatoria o no. Si può constatar subito — e numerose esperienze stanno a dimostrarlo — come l'assicurazione obbligatoria non sia affatto incompatibile con l'attività simultanea degli istituti privati d'assicurazione. L'Autore si richiama all'esempio dell'assicurazione delle pensioni pei funzionari dello Stato e dei Comuni, che potrebbe venire organizzata in modo convenientissimo da un istituto pubblico. Egli si occupa quindi del problema dell'assicurazione contro la disoccupazione ed è dell'avviso che pur se si voglia ammettere che si possa trattare d'un problema tecnico d'assicurazione, una sua soluzione a mezzo dell'assicurazione privata sia del tutto da escludersi, almeno attualmente. Infine l'assicurazione di maternità non potrebbe funzionare in modo soddisfacente — naturalmente nei limiti stabiliti dalla natura essenziale del principio d'assicurazione — che sotto la forma d'assicurazione pubblica, obbligatoria e monopolizzata.

Se fosse il caso di precisare le rispettive sfere d'azione dell'assicurazione pubblica e dell'assicurazione privata, si potrebbe — almeno negli Stati civili dei nostri giorni — attribuire alla prima quei domini, dove la coercizione legale è necessaria o giustificata e dove hanno parte dei motivi d'assistenza pubblica, — attribuendo invece alla seconda quei domini, dove si tratti di guarentirsi, a mezzo d'una organizzazione volontaria ed indipendente, contro perdite materiali, accidentali e determinabili. Osservando questi limiti, l'assicurazione pubblica e l'assicurazione privata, lungi, dal muoversi una concorrenza nociva, potranno continuare ad esercitare l'una sull'altra delle influenze favorevoli sul loro sviluppo reciproco.

V. — A₂.

Die volkswirtschaftlichen Beziehungen zwischen öffentlicher und privater Versicherung.

Von Professor **Dr. Otto von Zwiedineck**, Karlsruhe.

1. Um gegenüber dem vorliegenden Problem zu einer gewissen Bestimmtheit zu gelangen, bedarf es der Klarheit darüber, was im generellen nur als öffentliche Versicherung aufgefaßt werden kann, wenn eine so präzise Gegenüberstellung der öffentlichen einerseits, der privaten Versicherung andererseits unternommen wird. Es wird niemandem einfallen, die besonderen volkswirtschaftlichen Beziehungen zwischen einer privaten und einer staatlichen Druckerei, zwischen einem privaten und staatlichen Bergbauunternehmen, zwischen einem privaten und einem staatlichen Schiffahrtsbetriebe zu ergründen, sofern nicht mit dem einen Eigentümlichkeiten verbunden sind, die ihn in seinem Verhältnis zu den allgemeinen Verkehrszuständen, in seiner Bedeutung für die gesamte Volkswirtschaft in einem besonderen Licht erscheinen lassen. Als öffentlichen Betrieb pflegt man gemeinhin jene Geschäftsunternehmung anzusehen, deren Träger eine öffentlich-rechtliche Gebietskörperschaft ist. Das gilt in der Versicherung schon nicht schlechthin, da z. B. die Berufsgenossenschaften der deutschen Arbeiter-Unfallversicherung, die zweifellos öffentliche Betriebe sind, keine Gebietskörperschaften sind. Auf dem Gebiet des Versicherungswesens liegt die Eigentümlichkeit des öffentlichen Betriebes vor allem formal juristisch darin, daß der Träger der Versicherung, d. h. der mit der Tragung der Gefahr und des materiellen Risikos belastete Gemeinschaftskörper eine öffentlich-rechtliche Gemeinschaftsorganisation sein muß, *aber*, da die Grenzen des öffentlichen vom privaten Recht in verschiedenen Gesetzgebungen verschieden liegen, nicht schon ein freier Verein (der nach der Lage der Gesetzgebung auch eine öffentlich-rechtliche Bildung sein kann) kommt als Träger des öffentlichen

Versicherungsbetriebes in Frage, sondern erst *eine kraft gesetzgeberischen oder solchem gleichzuachtenden autoritären Willens bestehende*, also nicht nach Willkür der Interessenten *geschaffene Gemeinschaft*. Der Unterschied greift durch.

Aber die Verschiedenheit in der Rechtsstellung, sozusagen in der formal juristischen Grundlage der Versicherungsorganisation kommt für die Beurteilung der beiden Organisationsmethoden, beziehungsweise für die Abwägung beider nur durch ihre ökonomische Tragweite in Betracht. Diese braucht aber durchaus nicht in die Erscheinung zu treten. Der ökonomische Wirkungswert einer im obigen Sinne öffentlichen Versicherungsunternehmung kann genau dasselbe sein, wie der einer privaten Organisation, sofern nur die Maximen der Betriebsweise dieselben sind. Demzufolge kann im Sinne der obigen Problemstellung doch wohl nur jene öffentliche Versicherung ins Auge zu fassen sein, deren Organisation jene Eigentümlichkeiten aufweist, die auch in der Praxis des Wirtschaftslebens zu einem Gegensatze zur privaten Versicherung führt. Solche Eigentümlichkeiten sind die Maximen der Betriebsweise, kurz die Geschäftsmaximen des öffentlichen Betriebes. Für die vorliegende Betrachtung kommen nur versicherungstechnisch relevante Geschäftsmaximen in Rücksicht, also z. B. nicht auch die Verwaltung mit Hilfe öffentlicher Beamten, wovon in dem seinerzeitigen Gegensatze zwischen öffentlicher und privater Feuerversicherung in Deutschland so viel die Rede war.¹⁾ Wohl aber der Zwang zur Versicherung innerhalb eines territorialen oder beruflich abgeschlossenen Interessentenkreises, damit korrespondierend die Annahmepflicht des Versicherungsträgers, die besonderen Verhältnisse bezüglich der Gefahrverteilung, damit zum Teil zusammenhängend die Beitragsregelung.

2. Freilich ist auch wieder das, was die öffentliche Versicherung charakterisiert, nicht die Geschäftsmaxime an sich, sondern der innere Grund, der Zweck der Maximen. So gilt doch als Hauptvorzug der öffentlichen Anstalten bekanntlich die Annahmepflicht, u. zw. insbesondere im Hinblick auf die minderwertigen Risiken, also bei Feuerversicherung die Immobilien mit weicher, die Mobilien unter weicher Dachung, dann Objekte in schlecht und eng zusammengebauten Ortschaften und Stadtteilen. Diese Annahmepflicht soll eben das Risiko des minderleistungsfähigen Versicherungsbedürftigen schützen. Sie ist aber nur ein abgeleitetes Prinzip, das primäre ist der Ver-

¹⁾ Auch die in dem Gegensatze zwischen öffentlichem und privatem Betrieb viel erörterte Kompetenzfrage in Streitsachen, hier die ordentlichen Gerichte, dort die Verwaltungsinstanzen, kommt hier nicht weiter in Betracht.

sicherungszwang, d. h. zuerst machte sich die Notwendigkeit fühlbar, daß jeder Gefährdete versichert sei und daraus ergibt sich das Postulat, daß auch ein Versicherer vorhanden sei, der das Risiko übernehmen muß. Der Zusammenhang hat sich nun allerdings da und dort verschoben: der Zwang zur Versicherung in der Feuerversicherung wird nicht mehr um der ökonomischen Sicherung der gefährdeten Individualwirtschaften gefordert, sondern er soll versicherungstechnisch die Gefahrenausgleichung erleichtern. Aus dem allgemein ausgesprochenen Versicherungszwang soll eine Zwangsversicherung auch mit der Freiheitsaufhebung bezüglich der Wahl des Versicherers werden: die Versicherung muß bei dem bekannten Institut erfolgen. Damit ist der innere Grund der Zwangsversicherung ein anderer geworden. An die Stelle der Allgemeinheit des Versichertseins tritt die Förderung der Betriebsgestaltung bei dem versichernden Institut. Genau besehen ist diese Wandlung aber nicht eine in der Natur der Sache gelegene Erscheinung, sie ist vielmehr bedingt und ausgelöst: einerseits durch die Fortschritte in der Technik der Versicherung insbesondere in der Gefahrklassifizierung und der Prämien differenzierung, andererseits durch das Auftauchen der Konkurrenz und die Möglichkeit anderweitiger billigerer Befriedigung des Versicherungsbedürfnisses, als bei der öffentlichen Anstalt mit dem einfacheren System der Bedarfsdeckung (Beitragsbemessung). Sollte die öffentliche Anstalt, die die gefährdeten Objekte in Versicherung nehmen mußte, eine Riskenausgleichung herbeiführen können, die zu einer für die schlechten Risiken erschwingbaren Durchschnittsprämie die Grundlage bildete, so mußten auch die besseren Risiken für das Institut gewonnen werden. Das verstand sich von selbst, solange die öffentliche Anstalt als einzige Versicherungsgelegenheit bestand. Mit dem Entstehen anderer u. zw. privater Organisationen, die vor allem in das Geschäft hineinkommen wollten, mußte das anders werden.

Private und öffentliche Versicherung gehen auf einem und demselben Gebiete nebeneinander her. Das ist aber auch historisch nicht durchaus einheitlich zu erklären. Auf dem Gebiete der Feuerversicherung, wo dieses Nebeneinander zu besonderer Bedeutung gekommen ist, hat sich die hier jüngere, private Versicherungsform doch auch erst allmählich auf das spezifische Arbeitsgebiet der öffentlichen Versicherung ausgedehnt. Der Anfang der privaten Versicherungstätigkeit galt dem von der öffentlichen Versicherung nicht gepflegten Risiko, den Mobilien. Hierin aber gelangten die Geschäftsmaximen und damit auch die technischen Prinzipien zur Ausbildung, die auch die Angriffswaffe werden sollten, um die öffentliche Versicherung auf ihrem bisherigen Herrschaftsgebiet zurückzudrängen, und ihr Boden abzugewinnen.

Wie Großes auch immerhin die öffentlichen Versicherungseinrichtungen geleistet hatten, so unterliegt es doch keinem Zweifel, daß es die Privatunternehmungen waren, die die wirtschaftlichen Betriebsprinzipien auf ein ganz anderes Niveau gehoben haben. Bahnbrechend wirkten vor allem die Maßnahmen zur weitergehenden Differenzierung der Risiken und das Prinzip der Gefahrverteilung. Individualisierung der Risiken nach Maßgabe der verschiedenen Gefahrkategorien und Herbeiführung einer Zusammensetzung des Versicherungsbestandes, die eine vollkommenere Ausgleichung der Schadengefahr erwarten ließ und tatsächlich bewirkte, das waren die Errungenschaften, mit denen die Privatversicherung auf den Plan trat.

3. Die wichtigste Wirkung war wohl die, daß die öffentlichen Anstalten, wo sie nicht durch rechtliches Monopol gegen das Eindringen der privaten Unternehmung geschützt waren, sich dieselben Waffen zu schaffen suchen mußten. Das geschah mit mehr oder weniger Geschick. Aber der Ruck nach vorwärts in der Vervollkommenung der Technik war damit geschehen. Es ist die bedeutungsvolle Tatsache, daß die private Versicherung die öffentliche nach vorwärts drängte. Von da ab beginnt auf diesem Gebiete der Wettbewerb zwischen den beiden Organisationsformen. Die Wirkungen sind bekannt genug: während die Prämie für die guten Risiken eine erhebliche Verbilligung erfahren haben, ist der Versicherungspreis gerade für die ökonomisch schwächsten verhältnismäßig teurer geworden. Ja, da und dort sind gerade Risiken, für die die Versicherung als besonders notwendig erkannt werden muß, notleidend geworden trotz der Annahmepflicht der öffentlichen Anstalten. (Wie weit die preußischen Feuersozietäten von ihrer Befugnis Versicherungen abzulehnen und selbst abzustoßen Gebrauch gemacht haben, ist freilich eine Sache für sich. Aber es ist nicht gleichgültig, daß die notleidend gewordenen Risiken zum großen Teil Industrialrisiken waren, also gefährlichere.)

4. Eine weitere Wirkung ist unverkennbar das Zurücktreten der schlechten Risiken im Versicherungsbestand, denn soweit die Verbesserung der Versicherungsbedingungen von den Bauverhältnissen abhing, wirkt die Höhe der Prämie, beziehungsweise die Ermäßigung derselben bei entsprechender Bauverbesserung, kurz die *Tarifgestaltung erziehllich*, vorausgesetzt, daß die Leistungsfähigkeit für solche Bauverbesserungen bei den Versicherungswerbern dafür vorhanden. Unvermeidbar verbunden ist damit aber natürlich die Verkleinerung des Kreises der minderwertigen Risiken und infolgedessen eine Verschlechterung des Gefahrenausgleiches für diese. Es kann hier nicht die nahe-

liegende Frage erörtert werden, innerhalb welchen Rahmens die Vornahme solcher baulichen Verbesserungen, beziehungsweise das Abgehen von landesüblichen Bau- und insbesondere Dachungsgewohnheiten volkswirtschaftlich als korrekt, d. h. als dem ökonomischen Prinzip entsprechend angesehen werden kann. Das Aufgeben der weichen Dachung z. B. ist vielerorts tatsächlich mit so namhaften ökonomischen Opfern verbunden, daß der Wert der eben angedeuteten erziehlichen Wirkung recht fraglich erscheint. Aber das ist in letzter Linie doch von dem privatwirtschaftlichen Räsonnement abhängig zu machen und wo der Objekteigentümer die harte Dachung wegen des geringen Aufwandes an Versicherungsprämie vorzieht, dort muß die Vermutung gelten, daß der privatwirtschaftliche Vorteil auch als volkswirtschaftlich gerechtfertigt anzusehen ist.

Wenn es gilt, die volkswirtschaftlichen Beziehungen zwischen beiden Organisationsformen zu untersuchen, dann müßte namentlich dort, wo die beiden neben- und miteinander im Wettbewerb tätig sind, die Wechselwirkung in der Tarifgestaltung wie auch in der Entwicklung anderer wesentlicher Bestimmungen der Versicherungsbedingungen einer eingehenden Prüfung unterzogen werden. Soweit dem Referenten die Literatur zugänglich ist, vermochte er eine einigermaßen hinlängliche Arbeit nicht zu finden.¹⁾ Es kann daher in diesem Zusammenhang nur auf das Problem hingewiesen werden. Hierbei wird aber auch die Stellungnahme zu der Frage nicht zu vermeiden sein, ob und wenn überhaupt ja, inwieweit, innerhalb welcher Grenzen das bisherige Ziel der Tarifgestaltung, das ist jene möglichst weitgehende Differenzierung der Tarife und Klassifizierung der Risiken sozial-ökonomisch anstrebenswert erscheint. Ist die weitestgehende Individualisierung des Risikos und der Prämie wirklich unter allen Umständen das Ideal der Versicherungstechnik? Ist nicht wie jeder langlebige Tuberkulotiker oder Diabetiker auch jedes alte weich gedachte Haus ein sprechender Gegenbeweis gegen dieses vielleicht doch etwas doktrinär verfochtene Dogma?

Die Ketzzerhaftigkeit dieses Zweifels, der sich der Referent wohl bewußt ist, zwingt zu folgenden Bemerkungen:

5. Volkswirtschaftlich kann die Versicherung sich immer nur als Schadenabschwächung darstellen, die dadurch erreicht wird, daß die ökonomische Existenz, die vom Schaden betroffen wird, in ihrer

¹⁾ Die vom Verein für Versicherungswissenschaft ergangene Preisauszeichnung für Darstellungen einer Geschichte der Feuer- und Lebensversicherung in Deutschland läßt hoffen, daß auch in der im Text angedeuteten Richtung etwas geleistet werden wird.

gesamten Leistungsfähigkeit durch den Schaden nicht in bedenklicher Weise erschüttert wird. Es ist also der *sozialpolitische* Gesichtspunkt aus der volkswirtschaftlichen Beurteilung und Würdigung der Versicherung, der Gesichtspunkt des Interesses der Allgemeinheit an der ökonomischen Intaktheit des Individuums gar nicht auszuschalten. Was volkswirtschaftlich unmittelbar angestrebt werden muß, ist Schadenmeidung und sofern die Versicherung durch Prämienabstufung zu Präventiv-Maßnahmen führt, wirkt sie volkswirtschaftlich in diesem Sinne.

Außerdem aber ist folgendes zu beachten: Eine völlig exakte Differenzierung kann in der Tarifabstufung doch nicht erreicht werden, z. B. bei der Feuerversicherung nicht, weil doch nicht alle für die Entzündungsgefahr maßgebenden Umstände berücksichtigt werden können, sie sind zum Teil auch zu unstabil, als daß verwaltungstechnisch und ebenfalls wieder nach dem ökonomischen Prinzip ihnen Rechnung getragen werden könnte. Man denke dort etwa nur an das Vorhandensein unbeaufsichtigter Kinder u. dgl. Die denkbar höchste Stufe von Individualisierung müßte eine Berechnung der Prämien ergeben, die dem Versicherten eine solche Beitragleistung auferlegt, durch die er selbst und allein für den Schaden aufkäme bis derselbe eintritt. Damit würde man zur Negation der Versicherung durch assoziative Organisation gelangen. Das liegt nun tatsächlich außerhalb des Bereiches des Möglichen. Es handelt sich um Zufälle und ihre Wirkungsabwehr, bezüglich deren Wahrscheinlichkeitsziffern wohl nicht erreichbar sind, wozu eben, um nochmals auf die Feuerversicherung zu verweisen, die Qualifizierung der Menschen, die mit den versicherten Objekten zu tun haben, zu zählen ist. Muß auf die Verfeinerung der Individualisierung aus solchen statistisch-technischen Gründen verzichtet werden, so bleibt also auch aus diesem Grunde die Notwendigkeit einer Gefahrenausgleichung zwischen ungleichen Risiken ohne vollständig proportionale Abstufung des Versicherungsentgeltes.

Diese technisch bedingte Beschränkung der Individualisierung steht vollständig im Einklang mit dem oben berührten sozialökonomischen Grundzug des Versicherungszweckes. Von diesem Gesichtspunkte ausgehend ist es auch nur als zweckentsprechend zu erkennen, wenn Versicherungsorganisationen bestehen, die die privaten Geschäftsmaximen nur innerhalb gewisser nützlicher Schranken verfolgen.

6. Dann ergäbe sich scheinbar zunächst für die Schadenversicherung das wirtschaftspolitische Postulat einer *Abgrenzung der Arbeitsgebiete* für beide Organisationsformen, für die öffentliche und für die private Versicherung, und zwar nach der Risikenqualität etwa durch autoritäre Norm? — Arbeitsteilung? In gewissem Sinne, ja! aber ohne autoritäre Norm, denn jene vollzieht sich von selbst. Kommt die Privat-

versicherung dank ihren Geschäftsmaximen in erster Linie dem Bedürfnis nach einer Versicherung mit — sagen wir „scheinbar“ — den Kosten möglichst angepaßten Tarifkonstruktionen entgegen, so hat die öffentliche Versicherung das Bedürfnis nach einer Versicherungsorganisation zu befriedigen, die innerhalb eines weniger scharf differenzierten Risikobestandes die Gefahrenausgleichung bewirkt, und zwar nicht nur zeitlich, sondern im volleren Sinn kollektivwirtschaftlich. Mit dieser Arbeitsteilung ist aber durchaus nicht notwendig die vollständige Trennung eines territorialen Risikobestandes und eine Isolierung der Interessensphären beider Organisationsformen anzustreben. Und zwischen den öffentlichen und den privaten Instituten kann ein Ausgleich hergestellt werden. Ein österreichischer Gesetzentwurf betreffend die Einführung eines Feuerversicherungszwanges für Gebäude wollte die Beziehung zwischen den beiden Aufgaben dadurch hergestellt wissen, daß er eine Pflicht der Privat-Versicherungsunternehmungen zur Abgabe einer Quote ihres Portefeuilles in Rückdeckung bei den öffentlichen Anstalten, die die Annahmepflicht tragen sollten, vorsah. Das stellt sich als ein Weg dar, der die privaten Geschäftsmaximen nur sehr wenig berührt, auf dem aber gleichzeitig doch auch jenes Risikomaterial zufließt, durch das für die minderwertigten Risiken eine wohl zu rechtfertigende Ausgleichung gefunden werden kann. Bei der Hagel- und Viehversicherung (landwirtschaftlicher Versicherung), jenen Sachschaden-Versicherungen, bei denen die öffentliche Versicherung am ersten noch in Betracht kommt, liegen die Dinge kaum viel, jedenfalls nicht wesentlich anders. Die erziehlche Wirkung der Tarif-Differenzierung hat in der Hagelversicherung freilich eine etwas andere Bedeutung: durch die Individualisierung der Hagelversicherungsprämie müßte die Bodenbebauung in dem Sinne beeinflußt werden, daß der Anbau hagelempfindlicher Gewächse auf stark hagelgefährdetem Boden unterlassen wird. Allein es ist gerade eine in der privaten Versicherung gemachte Erfahrung, daß die Tarif-Differenzierung nicht soweit ausgestattet werden darf, als es den Erfahrungen aus der Schadenregulierung entsprechen würde. Hält sich also die Tarifpolitik auch der privaten Versicherung innerhalb gewisser Schranken, so tritt damit auch der Unterschied gegenüber den Maximen der öffentlichen Versicherung zurück, zumal das Zwangsprinzip in der Hagelversicherung, weil gerade volkswirtschaftlich nicht unbedenklich, nicht aktuell ist. Unterliegt der Betrieb der öffentlichen Anstalt der Annahmepflicht, dann erübrigt aus technischen Gründen auch hier nur die Alternative: Monopol oder jene eben für die Feuerversicherung erwähnte Methode, durch Rückversicherung der privaten Portefeuilles günstigere Ausgleichsbestände für die die Annahmepflicht ausnützenden schlechten Risiken zu gewinnen.

Daß die Arbeitsteilung zwischen den beiden Organisationsformen nach der Risikenqualität auch hier sich vollzieht, ist namentlich in Bayern zu beobachten. Die bisher bei der „Norddeutschen“ versicherten Landwirte hängen dieser Organisation an wegen der vollständigeren Schadenregulierung. Die infolge häufigerer Hagelschäden eingetretene Prämien-erhöhung und Nachzahlung löst die Sympathie für die staatliche Anstalt aus.

7. Haben wir bei den vorstehenden Erörterungen von der Beitrag-leistung zur öffentlichen Versicherung aus öffentlichen Mitteln völlig abgesehen, so entspricht das für die Sachschadenversicherung dem vorherrschenden Zustand.¹⁾ Bei der Betrachtung der in das Gebiet der Lebensversicherung einschlagenden Versicherungssparten tritt dieses Moment beinahe in den Vordergrund. Der Gegensatz zwischen öffentlicher und privater Versicherung ist in den verschiedenen Arten der *Lebensversicherung* geradezu übergegangen in den Gegensatz von individualwirtschaftlicher und sozialer Versicherung. Unbestritten gilt das für die deutsche und österreichische Volkswirtschaft, mit kaum geringerer Betrachtung läßt sich dasselbe aber heute auch schon von den meisten europäischen Staaten, insbesondere den romanischen behaupten. Freilich muß dabei bemerkt werden, daß die Identifizierung von öffentlicher Versicherung mit der Arbeiterversicherung nicht vollkommen korrekt erscheint. Im großen und ganzen steht aber eben die öffentliche Versicherung als die Trägerin der sozialen oder Arbeiterversicherung der privaten Versicherung gegenüber. Bekanntlich funktioniert auch die private Versicherungsunternehmung vielfach als Trägerin der sozialpolitisch geforderten Arbeiterversicherung, namentlich in der Unfallversicherung; aber öffentliche Anstalten funktionieren auf diesem Gebiete eben schlechthin als Träger der sozialen Versicherung.

Wesentliche Eigentümlichkeiten sind auch hier auf Seite der sozialen, also der öffentlichen Versicherung erstens, daß keine Auslese der Risiken stattfindet und zweitens, daß die für diese Versicherung in Betracht kommenden Personen ganz überwiegend dem Versicherungszwang unterliegen.

Es fällt nicht unter die Aufgaben dieses Referates, diese Gegensätzlichkeit hier noch weiter zu verfolgen, doch ist hervorzuheben, daß die öffentliche Versicherung in allen Einzelheiten gesetzlichen Normen unterworfen ist. Sie ist damit die unvergleichlich starrere

¹⁾ Dies scheint mir auch der Grund zu sein, der gegen *Ehrenbergs* Charakterisierung der Privatversicherung durch das Moment der Selbsthilfe spricht. Vgl. z. B. des genannten Abhandlung: „Versicherungsrecht“ in *Kultur der Gegenwart* II.

Organisationsform und die Verfolgung privatwirtschaftlicher Geschäftsmaximen oder auch nur die Ausnützung von Errungenschaften der Privatversicherungstechnik kaum noch möglich. Aber Beziehungen, die sich nach dieser Seite zwischen den beiden Organisationsformen ergeben könnten, sind von untergeordneter Bedeutung gegenüber jenen, die sich ergeben:

1. bezüglich der Abgrenzung der Wirkungsgebiete beider gegeneinander.

2. daraus folgend bezüglich der wechselseitigen Ergänzung beider.

Es soll nicht unerwähnt bleiben, daß sich Beziehungen auch bezüglich gemeinsamer Ziele und Maßnahmen ergeben können, wofür beispielsweise nur an den Komplex von Fragen erinnert sei, die mit dem Kampf um die Rente (Rentenhysterie) im Zusammenhang stehen.

8. Will man Beziehungen in obigem Sinne untersuchen, so hat man in erster Linie an eine Betrachtung *de lege lata* zu denken, eben mit Rücksicht auf jene weitgehende autoritäre Normsetzung für die öffentliche Versicherung. Für unsere Betrachtung ist eine solche, unvermeidlich in die Einzelheiten der verschiedenen Gesetzgebungen eindringende Erörterung nicht am Platze, es handelt sich also um eine allgemeine Skizzierung jener Berührungen zwischen beiden Versicherungsorganisationen, denen volkswirtschaftlich eine gewisse Bedeutung zukommt.

Fassen wir die Abgrenzung der Wirkungsgebiete ins Auge, so sind Beziehungen vor allem gegeben durch die Gesichtspunkte, nach denen die Abgrenzung der sozialen Versicherungspflicht erfolgt. Maßgebend für den Gesetzgeber erscheint einerseits das nach sozialpolitischen Maximen zu beurteilende Bedürfnis nach Versicherung, andererseits das Maß von Versicherungsmöglichkeit aus eigener Kraft und kraft eigener Energie. Also ist, wie gesagt, das Quantum sozialer Gesinnung und sozialpolitischer Urteilskraft der Gesetzgeber von größter Tragweite für die Beurteilung der Bedürfnisfrage, man könnte anders vielleicht sogar sagen: Daß Maß kollektivistischer Tendenzen.

Die Gesichtspunkte aber, die bei der Bedürfnisfrage hervortreten, sind:

1. Die Berufstätigkeit, insbesondere sofern damit auch die soziale Klassenzugehörigkeit gekennzeichnet erscheint;

2. Die ökonomische Leistungsfähigkeit, die nach der Einkommensziffer schlechthin ohne Rücksicht auf weitere individuelle Verhältnisse (Familienerhaltung u. dgl.) vermutet wird.

Wie sehr man es namentlich zufolge des sozialpolitischen Grundzuges mit einer unablässigen Entwicklung hinsichtlich dieser Abgrenzung zu tun hat, ist daraus zu erkennen, daß *die Unselbständigkeit im Berufe*

nicht mehr wie zu Beginn der Sozialversicherung als berechtigtes Kriterium für die Abgrenzung des Versicherungszwanges betrachtet wird. Die Frage der Zwangsversicherung der selbständig Erwerbstätigen ist im Laufe der letzten Jahre insbesondere unter dem Einflusse der mittelstandspolitischen Bewegung immer mehr in den Vordergrund getreten und hat in dem österreichischen Gesetzentwurf betreffend die Sozialversicherung (Regierungsvorlage vom 3. November 1908) durch Festlegung des Zwanges für diese Interessenten-Kreise zur Versicherung von Alters- und Invalidenrenten konkrete Gestalt gewonnen. Jene Elemente des Wirtschaftslebens, die als Kleinhandwerker, Kleinhändler und Kleinbauer selbständige Erwerbstätigkeit ausüben, hinsichtlich ihrer Leistungsfähigkeit, Einkommenverhältnisse, Lebensführung u. dgl. dem Stande des Lohnarbeiters nicht überlegen sind, sollen fernerhin nicht deshalb der Wohltaten der Sozialversicherung unteilhaftig bleiben müssen, weil sie in ihrem Berufe selbständig tätig sind. Über die Frage der Versicherungsbedürftigkeit dieser Kreise bestehen Meinungsverschiedenheiten wohl nur bezüglich des Umfanges, insofern von manchen die Versorgungsbedürftigkeit auch für die Invaliditätsfälle geltend gemacht wird, von anderen nur für das Alter.

9. Diese Abgrenzung des Versicherungszwanges mit der Konsequenz, daß alle dadurch als versicherungspflichtig erfaßten Individuen ganz überwiegend der öffentlichen Versicherungsorganisation zufallen, ist selbstverständlich für die Betätigungsmöglichkeit der privaten Versicherung von größter Bedeutung. Die öffentliche Versicherung vermag auf der Basis solcher Gesetzgebung der privaten Versicherung ein weites Feld der Betätigung schlechtweg zu entziehen. Die Bevölkerungsschichten, die zur sozialen Versicherung aus ihren Mitteln Beiträge zu entrichten haben, sind damit einerseits in ihrem Versicherungsbedürfnis in der Hauptsache befriedigt, andererseits erübrigt nach Erfüllung ihrer Beitragspflicht zur Zwangsversicherung wenn überhaupt nur eine in der Regel sehr geringfügige Einkommenquote für anderweitige Lebensversicherungsneigungen. Also die öffentliche Versicherung befriedigt das Bedürfnis und erschöpft die Leistungsfähigkeit. Das letztere ist wichtig insbesondere auch mit Rücksicht darauf, daß die öffentliche soziale Versicherung Rentenansprüche gewährt, so daß für die Kapitalsversicherung, die ja die private Versicherung vornehmlich betreibt, immerhin noch Interesse vorhanden sein könnte und tatsächlich vielfach vorhanden ist, wofür die starke Entwicklung der kleinen Lebensversicherung, namentlich neuestens der Volksversicherung in den Kreisen der Industrie-Arbeiterschaft ein hinlänglicher Beweis ist. Nun sucht

man freilich auch diesem Bedürfnisse nach Kapitalsversicherung durch die öffentliche Versicherung in einigem entgegen zu kommen; das kann geschehen durch die Hinterbliebenen-Rentenversicherung oder an Stelle dieser durch eine kleine Kapitalversicherung zu Gunsten der Relikten, also eine Versicherung, die, wie der Motivenbericht zur erwähnten österreichischen Gesetzesvorlage bemerkt, jenen Bedürfnissen genügen soll, die gegenwärtig in der sogenannten Volksversicherung von privaten Versicherungsvereinigungen zu befriedigen gesucht werden.

Während in dem Hauptgebiete der Sozialversicherung die öffentliche Versicherung mit einer von der Privatversicherung spärlich gepflegten Versicherungsart, der Rentenversicherung für Erwerbsunfähigkeit infolge von Unfällen, für andere Invalidität und fürs Alter vordringt, es also gewissermaßen wieder auf eine Art Arbeitsteilung hinaus zu kommen scheint, sehen wir schließlich die öffentliche Versicherung doch auch geradezu die Verdrängung der privaten Versicherungstätigkeit wenn auch nicht allgemein, so doch klassenweise als Programmpunkt verfolgen. Es wäre ein Doktrinarismus die Triebfeder für diese Entwicklung in nichts anderem als in einer kollektivistischen Tendenz erblicken zu wollen. Ein Hauptgrund ist wohl die Unzulänglichkeit der privaten Organisationsform. Und diese Unzulänglichkeit, die sich in der Tatsache des Unversichertseins so zahlreicher Bevölkerungskreise dokumentiert, hat verschiedene Wurzeln. Hier nur soviel davon:

a) Die private Versicherung wirtschaftet nach und mit dem Prinzip der Individualisierung, der Abstufung der Risiken und dementsprechend der Prämien. Prinzipien sollen gewiß keine ehernen Fesseln sein, sie sollen nicht, wie das *Ehrenberg* zutreffend betont, zum Moloch werden, dem die bessere Erkenntnis zum Opfer fällt. Aber wo durch eine jahrelange Praxis ein Prinzip mühsam entwickelt und als richtig, als ökonomisch zweckmäßig erkannt worden ist, wird dem Verfechter desselben aus seiner Vertretung kein Vorwurf gemacht werden dürfen und auf dem Gebiete der Lebensversicherung kann von einer Übertreibung gewiß noch nicht geredet werden, ja in mancher Beziehung steht man erst in den Anfängen der Individualisierung. Deshalb ist aber auch der Grundgedanke des § 21 des deutschen Privatversicherungsgesetzes, daß die Prämie dem Risiko angepaßt sein muß, ein voll berechtigtes. Aber das hat natürlich für die Abgrenzung des Tätigkeitsgebietes der privaten Versicherung eine nicht zu überschende Tragweite auch hier. Es besteht für eine Reihe von Gefahren das Bedürfnis nach einer Vorkehrung durch versicherungsmäßige Bereitstellung von Wertbeträgen, Vermögensbeständen, aber es fehlt die Reife für eine exakte Risikenabstufung und billige Differenzierung der Tarife. Darauf weist, mit besonderer Rücksicht auf das Problem

der Invalidenversicherung, schon *Bleicher* ausdrücklich hin.¹⁾ Die Invalidenversicherung entwickelt sich als Zweig der Privatversicherung doch auch deshalb nicht, weil ein Haupterfordernis für die Durchführbarkeit einer Versicherung nicht hinlänglich erfüllt ist, daß nämlich die Handhabung sich auf streng rationeller und reeller geschäftlicher Grundlage geschäftsmäßig vollziehen lasse.²⁾ Auf der einen Seite steht der Sprung in das Dunkel eines unübersehbaren Risikos, auf der anderen Seite die dem Stande der Wirtschaftsverwaltung entsprechenden versicherungstechnischen Anforderungen, denen die einzelne private Versicherungsunternehmung nicht gerecht werden kann. Die Möglichkeit, daß durch eine Organisation einer Vielheit privater Unternehmungen die Leistungsfähigkeit in ein anderes Licht gerückt erscheint, wie das *Bleicher* anzunehmen scheint, soll nicht schlechthin in Abrede gestellt werden. Das Problem der Invaliditätsfeststellung dürfte wohl auch dann noch Schwierigkeiten bieten, die sich speziell aus dem Unternehmer-Charakter der privaten Versicherung ergeben. Eine Sonderstellung nehmen nur die privaten Berufsvereine zwecks Pensionsversicherung ein. Die hauptsächlich in Frage kommende große Privatversicherungsindustrie, mag sie auf dem Gegenseitigkeits- oder dem Aktienprinzip aufgebaut sein, muß als Unternehmer auftreten und in ihren Geschäften auf klare Situation der Vertragsrechte bedacht sein. Das macht sie für die Durchführung der sozialen Versicherungsaufgaben von vorneherein minder geeignet, wenn die Möglichkeit des Konfliktes mit den Versicherten eine so imminente ist wie bei den Invaliditäts-Erkenntnissen, die aber auch bei der Unfallversicherung nicht fehlt.

b) Die Kosten der Privatversicherung sind, soweit sie durch die Organisation, die Verwaltung, vor allem aber die Akquisition verursacht werden, ein leider notwendiges Übel. Auch für die Akquisitionskosten soll die Notwendigkeit nicht im entferntesten volkswirtschaftlich bestritten werden. Es ist volkswirtschaftlich dieser *Aufwand für die Mahnung* zur weiterausschauenden Fürsorge jedes einzelnen Hauswirtes, zur Bereitstellung von Vermögensbeständen für gewisse Möglichkeiten durchaus zu rechtfertigen. Die Privatversicherung sorgt ideell damit in der Tat gewissermaßen für ein gewisses Ausmaß von Spartätigkeit. Und wenn diese als notwendig erkannte Mahnfunktion Kosten verursacht, so ist eben auch dieser Aufwand von den leistungsfähigen Versicherungsbedürftigen, die ja streng genommen aus eigener Initiative die in ihrer Bedürfnisskala stehende Versicherung suchen sollten, zu tragen.

¹⁾ *Ehrenzweigs* Assekuranz-Jahrbuch, XXVIII. Jahrgang.

²⁾ *Bleichers* Referat VII, Anhang 2 zum V. internationalen Kongreß für Versicherungswissenschaft, S. 788.

Wo aber diese kostspielige Mahnungsorganisation zu wenig Erfolg erwarten läßt, oder aber wo sie — und das fällt viel schwerer ins Gewicht — zu teuer ist, wo sie von Versicherungsbedürftigen getragen werden müßte, deren Leistungsfähigkeit eben noch hinreicht zu der nackten Sparaufgabe, da hat die geschäftsmäßige Versicherungsakquisition wie auch alles andere, was den Sparprozeß verteuert, keinen Platz. Und damit fällt nach Auffassung des Referenten auch auf die ganze Institution der Volksversicherung als von privaten Versicherungsunternehmungen betrieben, ein schwerer Schatten, der durch alle Lichtseiten der Lebensversicherung nicht erhellet zu werden vermag.

c) Es kommt endlich die Beitragsleistung aus allgemeinen Mitteln zur Bestreitung der sozialen Versicherungslast in Frage. Ein Vermögens- beziehungsweise Rentenanspruch, der für die ökonomische Existenz oder wenigstens für die Erleichterung der Daseinsführung Bedeutung haben soll, kann von den Angehörigen jener Kreise, für die die öffentliche, soziale Versicherung geschaffen wird, nicht aus eigenen Kräften erkaufte werden. Zur Aufbringung der Mittel, die zur Sicherung der verschiedenen Ansprüche gegenüber Versicherungspflichtigen, eventuell ihrer Angehörigen erforderlich sind, werden bekanntlich die Arbeitgeber und die Allgemeinheit herangezogen. Nun wird man einwenden können, daß dieses Zusammensteuern zur Aufbringung der Mittel kein Grund sei, der gegen die Übertragung dieser Versicherung an eine oder eine Mehrheit von privaten Versicherungen geltend gemacht werden könne. Man kann zum Gegenbeweis auch darauf hinweisen, daß die private Versicherung als Trägerin der Zwangs-Unfallversicherung der Arbeiter funktioniert, wobei die Arbeitgeber für die Prämien aufkommen, ferner die Heranziehung von privaten Instituten als sogenannten Ersatzinstituten für Pensionsversicherung, ja man kann auch anführen, daß die Volksversicherung unter Beitragsleistung aus allgemeinen, durch Steuern aufzubringenden Mitteln Verbreitung findet (Gemeinde St. Gallen des gleichnamigen Schweizer Kantons). Allein abgesehen davon, daß gegenüber den Massenerscheinungen, die die soziale Versicherung als öffentliche zeigen, diese Tatsachen vergleichsweise stark zurücktreten, werden mit diesem Hinweis auf Tatsachen noch folgende Bedenken nicht aus der Welt geschafft. Einmal kann für jenen Versicherungsbestand, zu dem Staatsgelder fließen, von einer Loslösung aus dem übrigen Versicherungsbestand der privaten Anstalt, also von der vollständigen Sonderstellung, d. h. auch Sonderverwaltung nicht Abstand genommen werden. Damit tritt aber wohl auch für die private Versicherung eine Verteuierung der Verwaltung ein, die hinter den Kosten des öffentlichen Betriebes vielleicht kaum zurückbleiben dürfte. Dann liegt aber das Interesse der privaten Ver-

sicherung an der Übertragung einer solchen Versicherungsaufgabe doch nur dann vor, wenn ein Gewinn daraus erwächst. Eine Gewinnbeteiligung anderer als der Versicherungsbedürftigen, wenn Beiträge von der Allgemeinheit geleistet werden, erscheint wohl kaum weniger unmoralisch als das System der Steuerverpachtung, beziehungsweise der Pachtgewinn aus Steuergeldern.

Die öffentliche Versicherung, soweit sie durch das Hauptziel aller Sozialpolitik getragen ist (Abschwächung der auf den Gesellschaftszerfall gerichteten Kräfte insbesondere des Fortschreitens des Pauperismus), stellt sich immer klarer als eine Verwaltungsaufgabe der öffentlich-rechtlichen Gebietskörperschaften, in erster Linie des Staates dar, eine Verwaltungsaufgabe nicht anders als die Armenpflege oder die Fabrikinspektion, u. dgl.

10. Umso wichtiger ist es freilich, sich auch über die ökonomische und insbesondere volkswirtschaftliche Tragweite dieser Auffassung klar zu sein. Daß durch sie eine Egalisierung der Risiken und damit der Individuen bewirkt wird, weil auf eine Individualisierung ebensowenig wie auf eine Auslese der Risiken eingegangen werden kann, wurde schon erörtert. Wichtiger ist wohl ein anderes volkswirtschaftlich besonders bedeutsames psychologisches Moment: die Gefahr für das *Selbstverantwortlichkeitsgefühl*. Die öffentliche Versicherung, namentlich mit dem Beitrag aus Allgemeinmitteln bedroht diese Quelle der ökonomischen Kraftanspannung und Initiative seitens des Einzelnen. Die Rentenhysterie ist mit ein bedenkliches Sympton dafür, daß die Gefahr größer ist als man sich in Kreisen der Gesetzgebungsorgane vergegenwärtigt. Die private Versicherung im Gegensatz ist unzweifelhaft eine der wertvollsten Schöpfungen des Wirtschaftslebens, die das Selbstverantwortlichkeitsgefühl zu fördern geeignet sind und es ist gerade deshalb so tief zu bedauern, daß die Volksversicherung als dem ökonomischen Prinzip widerstreitend verurteilt werden muß: der Apparat und Aufwand für ihn, kurz die Mittel stehen in keinem Verhältnis zu dem kleinlichen Erfolg, der damit erreicht werden will und gar erst mit dem, der erreicht wird. Gewiß muß die Gefährdung des Selbstverantwortlichkeitsgefühles mit unter die Kosten der öffentlichen Versicherung gerechnet werden. Damit wird die exakte Kostenvergleichung zwischen beiden Organisationsprinzipien allerdings nicht besser möglich. Aber es ist doch auch nicht ausgeschlossen, daß diese Schwäche der Sozialversicherung kompensiert werden kann, daß insbesondere das Gefühl in weiteren Kreisen der Versicherten gestärkt werden kann, wie sehr die Anspruchsbegründung durch die eigene Beitragsleistung bedingt ist. Namentlich durch eine entsprechende

Gestaltung der Voraussetzungen für die Gewährung des Staatszuschusses kann vielleicht noch manches erreicht werden. Jedenfalls ist der im österreichischen Gesetzentwurf gewählte Weg, die Staatshilfe an die Selbstbetätigung der Anspruchsberechtigten für ihre Versorgung zu knüpfen, ein Minimum, und zwar insbesondere im Hinblick auf die Abgrenzung der Versicherungspflicht für selbständig Erwerbstätige mit dem Einkommenbetrage von 2400 Kronen.

In dieser Abgrenzung liegt natürlich eines der entscheidendsten Momente für die Beziehungen der öffentlichen zur privaten Versicherung. Und gerade die Bestimmung dieses Abgrenzungskriteriums ist infolge der territorialen Kaufkraftdifferenzen des Geldes, der Verschiedenheiten der Durchschnittseinkommenshöhe ein allgemein kaum lösbares Problem. Es ist bedauerlich, daß bei der Festsetzung dieser Ziffer exakte Grundlagen so wenig zur Geltung kommen. Wenn sie auch nicht gerade den Kreis der für die private Versicherung in Betracht kommenden Risiken nach unten schlechthin abschließt, so ist sie doch für die Geschäftschancen der privaten Lebensversicherung von Belang.

11. Soll hier also wirklich nicht mehr bloß Arbeitsteilung, was annähernd in der Sachschadenversicherung als Entwicklungstendenz zu erkennen ist, sondern geradezu Zurückdrängung der privaten Versicherung durch die öffentliche eingetreten sein? Die Frage ist nach dem ausgeführten nur sehr *cum grano salis* zu bejahen. Das Wirkungsgebiet der öffentlichen Versicherung ist bisher für die private Versicherung kaum noch beträchtlich in Frage gekommen, in der Hauptsache doch nur mit der Kollektivunfall- und mit der Volksversicherung. Für die erstere liegt Verdrängung vor, für die letztere wird sie sich vollziehen, je mehr die Reliktenversorgung als soziale Versicherung ausgestaltet wird. Die weit prägnantere Erscheinung in der Entwicklung ist die, daß die öffentliche Versicherung als *Ergänzung* der privaten insofern entstehen mußte, als diese für die Lösung und Durchführung von sozialökonomisch notwendig gewordenen Versicherungsaufgaben sich als volkswirtschaftlich ungeeignete, jedenfalls minder geeignete Organisationsform erwies. Vollständig bedeutungslos scheint vorläufig die *Qualität* des Risikos für diese Abgrenzung und es ist insbesondere wichtig, daß der Versicherung minderwertiger Leben die öffentliche Versicherung heute jedenfalls noch ferner steht, als die private, der hierin eine recht dringende, gewiß auch keineswegs leichte Aufgabe bevorsteht.

The economic relations between national assurance and assurance by private (unofficial) companies.

By Dr. O. v. Zwiedineck, Karlsruhe.

1. It is necessary to determine in a definite way the idea of public insurance. Its organisation can only be based upon institutions which are established by legislation or similar authorities and independent of free choice of interested individuals. Only such public insurance is to be considered which also in practice shows the specific maxims of public management, for instance compulsion, legal obligation to accept risks, &c.

2. Public institutions as well as their administration are distinguished especially by their underlying principles. The latter are no more to be generally recognized as different changements have taken place. By example it is no more the universal extention of insurance, but the interest of public institutions which must be considered at present as inwardness of compulsory systems. Where public insurance is the older form (fire busines), private Companies have firstly concerned themselves with the risks not covered by public insurance (movables); hereby they have developed new commercial maxims and technical principles which in course of time could also be employed for entering into competition with public insurance in its specific sphere of action (differentiation of risks, distribution of concerns over territories &c.).

3. In this way, public insurance has been pushed forward by private insurance, as to its technical methods, but from an economical standpoint, the said influence was not always a favourable one; for instance, contributions for risks of small economic resisting power were sometimes increased to an extent that the said risks became "suffering".

4. The educational effects of tarification are of high importance (fire insurance: successive abandonment of tender wood roofs). The said effects are not always useful from an economic point of view; it is not possible to judge thereof in a general way. Still more important is the fundamental question, if differentiation of tariffs according to diversities of risks could be pursued without limitation (see following sections!).

5. The social politic standpoint, representing the general interest in economic integrity of individuals, cannot be excluded from an economic examination and appreciation of insurance. The economic tendency must be directed towards excluding the happening of losses, and it is necessary therefore to further all maxims which protect preventive measures from the part of policyholders. But it must be observed that fully exact differentiation in tariffs will never be possible, owing to

the unsteadiness of some factors (danger of combustion in fire insurance). The utmost degree of individualisation would require the computation of premiums, imposing to every insured such contributions which would enable him to cover, independently of others, all losses arising out of his policy; however, such system would be identical with negation of associative character of insurance.

In every case, it is desirable that public institutions may be directed only within certain limitations by private commercial principles.

6. As to real insurance, the foregoing considerations justify to a certain extent the requirement of defining the sphere of action of the two insurance systems. The limits themselves must not be fixed by binding regulations, but it is desirable to provide the necessary means for compensation to that system which is charged by more dangerous risks (see Austrian project of law on insurance contracts, section on fire insurance). In this case, the quality of risks would determine the limits in direct business (hail insurance in Bavaria).

7. In life insurance, the insurance of private and public antithesis has nearly turned into that of social or workmen insurance on the one hand, individual or private insurance on the other. Exceptions are of smaller importance. Public insurance, being herein strictly subject to legislation, shows a much more inflexible organisation. Relationship between both systems is possible 1. with regard to marking the limits between their fields of activity, 2. in so far as they are supplementary to each other.

8. The author examines the important economic factors which are to be considered, in order to fix the limits for legal obligations. First of all, the want of protection by insurance and the possibility of supplying to such want by self-help are decisive. In connection therewith, the following points must be examined: 1. Profession (social class), 2. economic capacity. It is to be observed that the first point is subject to continuous fluctuations, in so far as the absence of professional self-dependence is no more considered as decisive. The Austrian project of law on social insurance (November 1908) includes into public compulsory insurance small masters, tradesmen and farmers.

9. The extension of public insurance could be detrimental for the development of private insurance. No doubt, it supplies in a certain way to the want of insurance, absorbing thus a considerable part of the economic force which could have been employed otherwise by individuals to take out private insurance. Besides constitution of pensions, public institutions can also include into their organisation the insurance of capitals (see Austrian project).

Extension of public insurance is justified by the following circumstances:

- a) The system of establishing individual premiums, generally used in private insurance, and technical incompleteness of some forms of insurance.
- b) Costs of private insurance, particularly costs of new business, which raise certain objections against private industrial insurance: in so far as they are to the charge of poor policyholders, such costs are inconsistent with economical principles.
- c) Necessity of contribution from public (general) funds. It is true that public subventions are sometimes granted also to private industrial insurance (municipality of St. Gallen, situated in the cognominal Swiss Canton); but if private industry has for purpose to make profits, such state of things is not less reprehensible than farming of taxes, resp. profits realized by farmers under such system.

The organisation of insurance which has been recognized as advisable or even as necessary from a social standpoint, must be considered as an administrative duty of public powers, in first line of the State, perhaps of the communities.

10. The organisation of public insurance could be detrimental especially to the love of independence and its beneficent effects which are provoked and confirmed in an efficacious way by private insurance. Debilitation of the said sense is to be considered as a factor of costs of public insurance. It seems therefore necessary to obviate such disadvantage by subjecting to certain conditions the payment of Government subventions to insured amounts or pensions. For the same reason, objections may be raised against limitation of compulsion by a fixed maximum income (Austrian project of law: 2400 Crowns). In addition to this, such limits prove as misleading in view of the changing value of money and, consequently, as unjust with regard to the activity of private insurance.

11. In accident insurance, public institutions have dispossessed the private insurance from its specific field of activity; in life insurance, they will also displace successively private industrial insurance, according as their own organisation will be extended to include provisions for surviving dependents. But first of all, public insurance is to be acknowledged as a necessary complement of private insurance. Up to now, the quality of the risk has been of no influence on relations between both systems. For instance, public insurance did not yet take any interest in the problem of treatment of under average risks.

Les relations économiques entre l'assurance sociale et l'assurance privée.

Par le Dr. O. de Zwiedineck, Karlsruhe.

1^o Il est nécessaire de déterminer exactement les limites de l'assurance publique. Il n'y a lieu de considérer comme institutions d'assurances publiques que les communautés organisées, non par la volonté libre des intéressés, mais sur base de force légale ou de dispositions analogues émanantes par les autorités compétentes. De même, le rapport n'envisage que l'assurance publique qui observe, également dans la pratique, les maximes caractéristiques de l'administration publique, p. e. l'obligation pour les assurables, l'obligation pour l'institution d'assurance, etc.

2^o Notamment, ce sont les causes matérielles déterminant principes d'une institution publique qui donnent à celle-ci son vrai caractère. Cependant, les circonstances ont parfois changé tellement qu'on ne peut plus reconnaître les motifs originaux. Ainsi, p. e. ce n'est plus la généralité, mais l'intérêt de l'institution publique que nous considérons actuellement comme cause matérielle de l'assurance obligatoire. Où l'assurance publique a été la forme primitive (comme p. e. l'assurance-incendie), l'assurance privée a commencé par cultiver les risques non compris dans l'assurance publique (propriété mobilière). C'est là qu'elle a développé des nouvelles maximes d'affaires et des principes techniques (différenciation des risques, repartition du danger — par territoires — etc.) moyennant lesquels elle est entrée également dans la sphère privilégiée de l'assurance sociale.

3^o Ainsi, la technique de l'assurance publique a été avancée par l'assurance privée. Par contre, l'influence de cette dernière n'a pas toujours été favorable au point de vue économique; l'assurance privée a apporté p. ex. une augmentation des primes pour les risques de la moindre résistance économique, de manière qu'ils sont même parfois restés sans assurance.

4^o Il est important avant tout d'examiner les influences éducatrices de la classification des risques; parmi ces influences, il y a lieu de citer, notamment dans l'assurance-incendie, la diminution successive des risques couverts en boit tendre. L'utilité économique des influences en question, n'est pas toujours indubitable; on ne peut en juger que individuellement et non par des principes généraux. Il est important plutôt de décider en principe la question, si la différenciation des tarifs d'après la particularité des risques doit être continuée dans tous les cas jusqu'aux dernières limites. (Voir les parties suivantes du rapport.)

5° Dans une considération et appréciation économique de l'assurance, on ne peut pas éliminer le point de vue de la politique sociale, relevant l'intérêt de la communauté dans l'intégrité économique de l'individu. Au point de vue économique, il faut tendre à éviter les sinistres et à protéger en conséquence toutes maximes qui pourraient favoriser la prévention de la part des assurés. Mais il n'est pourtant pas possible d'arriver à une différenciation absolument exacte dans l'établissement des tarifs, tout d'abord parce que divers moments importants (p. ex. le danger de combustion) ne présentent pas de stabilité suffisante. En atteignant le dernier degré de l'individualisation, on arriverait à imposer à chaque assuré la contribution nécessaire pour faire face par elle seule et indépendamment des autres, aux sinistres qui pourraient résulter de son risque; mais, évidemment, ce serait la négation de l'idée de l'assurance par association.

En tout cas, il paraît convenable qu'il y ait des organisations publiques d'assurance ne poursuivant qu'avec des certaines restrictions les principes de l'assurance privée.

6° Il en résulte, pour l'assurance contre les dommages, la nécessité d'établir des certaines limites entre les deux formes d'assurance: l'auteur ne propose cependant pas de définir expressément les limites en question, il ne demande que des dispositions qui donnent les moyens d'une compensation à la forme d'assurance ayant à couvrir les risques plus dangereux (projet de la loi autrichienne sur le contrat d'assurance). Dans ce cas, la division de travail se produit, pour les affaires directes, d'après la qualité des risques (assurance grêle en Bavière).

7° Dans le domaine de l'assurance sur la vie, l'antithèse entre l'assurance privée et l'assurance publique s'est presque transformée dans celle entre l'assurance sociale ou ouvrière d'un côté et l'assurance individuelle ou privée de l'autre. Il y a des exceptions, mais elles sont d'une importance secondaire. Dans cette branche, l'assurance publique dépend strictement de la législation, de sorte qu'elle présente une forme d'organisation beaucoup plus immobile. Les relations entre l'assurance publique et l'assurance privée peuvent se rapporter 1° à la détermination des limites de leur sphère d'action, 2° à leur développement réciproque.

8° L'auteur expose les importantes relations économiques qui se présentent dans le cas d'une limitation légale de l'obligation d'assurance. Il importe avant tout, de se rendre compte à quel degré le besoin d'assurance est ressenti et en quelle mesure ce besoin peut être satisfait par la propre force des intéressés. Sous ce rapport, il faut prendre en considération les points suivants: 1° la profession (classe de la population), 2° la situation économique. Evidemment, le premier point doit être caractérisé comme variable, dès que la dépendance profession-

nelle n'est plus reconnue comme élément décisif pour l'application de l'obligation d'assurance (voir le projet de la loi autrichienne sur l'assurance sociale, publiée au mois de novembre 1908 et qui propose d'assujettir à l'obligation d'assurance les petits professionnels, les petits commerçants et les petits paysans.)

9^o L'extension de l'assurance publique peut bien porter préjudice à l'assurance privée; elle satisfait, dans une certaine mesure, au besoin d'être assuré et absorbe en tout cas, pour une grande partie, la force économique des assujettis qui, autrement, aurait bénéficié à l'assurance privée. L'organisation de l'assurance publique peut aussi satisfaire — à côté de la garantie de rentes — au besoin d'assurer des capitaux (voir projet de loi autrichienne).

L'extension de l'assurance publique est justifiée par les considérations suivantes :

- a) Le principe du calcul de primes individuelles (découlant de la nature économique de l'assurance privée) et le développement imparfait de certaines combinaisons d'assurance, notamment de l'assurance contre l'invalidité.
- b) Les frais de l'assurance privée, notamment les frais d'acquisition, qui, au point de vue économique, donnent presque lieu à une certaine réserve envers l'assurance populaire: en tant que ces frais viennent charger les assurés moins aisés, ils ne peuvent pas être justifiés au point de vue du principe économique.
- c) La nécessité de contributions fournies par des fonds publics. Il est vrai que des contributions pareilles sont consenties parfois aussi à l'assurance populaire privée (p. ex. dans la commune de St. Gallen, située dans le canton du même nom de la Suisse), mais en tant que l'industrie privée tend à réaliser des bénéfices, cet état de chose n'est pas moins à rejeter que les profits obtenus par les receveurs généraux dans le système de l'arrentement des impôts.

L'organisation d'institutions d'assurances qui ont été reconnues comme nécessaires ou utiles au point de vue social, est un devoir de l'administration publique dans l'Etat ou dans les communes.

10^o L'organisation de l'assurance publique peut devenir dangereuse aux idées d'indépendance économique que l'assurance privée est appelée à éveiller et à appuyer d'une manière efficace.

L'affaiblissement de ces sentiments d'indépendance est un facteur des frais de toute assurance publique: il faut donc s'y opposer dans l'intérêt public, ce qui pourrait se faire p. ex. en subordonnant à certaines conditions la majoration par l'Etat des sommes ou rentes assurées. Pour ce même motif, il y a lieu de douter, s'il est recom-

mendabile d'établir une limite supérieure des salaires pour l'obligation d'assurance (p. ex. 2400 Couronnes suivant le projet de loi autrichien).

Des limites pareilles sont, en outre, injustes par rapport à l'activité de l'assurance privée, vu l'impossibilité de tenir compte des changements qui se produisent dans la valeur réelle de l'argent.

11^o. Dans la branche-accident, l'assurance publique a déplacé l'assurance privée de sa sphère d'action spécifique; de même, l'assurance publique se substituera successivement, dans la branche-vie, à l'assurance populaire, au fur et à mesure qu'elle sera développée elle-même comme prévoyance sociale en faveur des survivants. Mais avant tout, l'assurance publique doit être considérée comme complément, devenu nécessaire, de l'assurance privée. Il est à observer enfin que la qualité du risque est indifférente en ce qui concerne les relations entre nos deux systèmes d'assurance. Ainsi p. ex. l'assurance publique n'a jusqu'à présent pris aucun intérêt dans le problème des risques surélevés.

Rapporti economici fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata.

Dott. O. de Zwiedineck, Carlsruhe.

1. È necessario di determinare con esattezza i limiti dell'assicurazione pubblica. Si debbono considerare come istituti d'assicurazione pubblica soltanto gli enti fondati ed organizzati, non dalla volontà libera e spontanea degli interessati, ma sulla base di disposizioni di Legge o similari, emananti dalle Autorità competenti. In quest'ordine di idee il rapporto si occupa soltanto di quell'assicurazione pubblica, che osserva anche in pratica quelle massime che sono appunto caratteristiche delle amministrazioni pubbliche, come l'obbligo per gli assicurandi, l'obbligo per l'istituto d'assicurazione, ecc.

2. È noto che le cause determinanti i principi, su cui si regge una istituzione pubblica, sono quelle che danno a quest'ultima il suo vero carattere. Tuttavia le circostanze si sono spesso tanto mutate da rendere impossibile la ricerca delle cause determinanti originarie. Così, per esempio, non è più la *generalità*, ma l'*interesse* dell'istituzione pubblica, che consideriamo attualmente quale causa materiale dell'assicurazione obbligatoria. Colà dove l'assicurazione pubblica è stata la forma primitiva (come per esempio nell'assicurazione incendio), l'assicurazione privata ha incominciato con il coltivare i rischi che

non venivano coperti dalla assicurazione pubblica (proprietà mobiliare). È in questo campo che l'assicurazione privata ha sviluppato delle nuove massime d'affari e dei principi tecnici (differenziazione dei rischi, ripartizione degli stessi per territori, ecc.), mediante i quali essa si è egualmente introdotta nella sfera d'azione privilegiata dell'assicurazione sociale.

3. Così la tecnica dell'assicurazione pubblica è stata sorpassata dalla tecnica dell'assicurazione privata. L'influenza di quest'ultima però non è stata sempre vantaggiosa dal punto di vista economico; chè l'assicurazione privata ha apportato, per esempio, un'accrescimento del premio pei rischi di minore resistenza economica, che così sono anche rimasti senza assicurazione.

4. Assai importante è di por mente alle influenze educatrici della classificazione dei rischi. Fra queste influenze va menzionata in modo speciale nell'assicurazione incendio, la graduale diminuzione dei rischi coperti in legno tenero. L'utilità economica delle influenze in parola non è però sempre indubbia; non si può giudicarne che *singularmente* e non cioè procedendo per principi generali. È piuttosto importante di risolvere la questione di massima, se la differenziazione delle tariffe secondo le particolarità dei rischi debba venire continuata in ogni caso sino all'estremo limite (vedere le parti del rapporto che seguono):

5. In un esame economico dell'assicurazione non si può eliminare cioè il punto di vista della politica sociale, che pone l'interesse della collettività nell'*integrità economica* dell'individuo. Dal punto di vista economico, occorre tentare di evitare i sinistri e di conseguenza proteggere tutti i provvedimenti che potrebbero favorire la prevenzione da parte degli assicurati. Tuttavia non è possibile di pervenire ad una differenziazione perfettamente esatta nello stabilire le tariffe; prima di tutto perchè diverse circostanze d'importanza (come per esempio il pericolo del prender fuoco) non presentano una stabilità sufficiente. Spingendosi all'ultimo grado della individualizzazione, si arriverebbe ad imporre ad ogni assicurato il premio necessario a far fronte, esso soltanto ed indipendentemente dagli altri, a tutti i sinistri che potessero verificarsi nel suo rischio singolo: il che, evidentemente, sarebbe la negazione completa dell'idea fondamentale dell'assicurazione per associazione.

In ogni modo sembra conveniente, che esistano delle organizzazioni d'assicurazione introducenti alcune restrizioni nei principi cardinali, che governano normalmente l'assicurazione privata.

6. Ne risulta quindi, per l'assicurazione contro i danni (rami *elementari*), la necessità di fissare dei limiti fra le due forme d'assi-

curazione; l'Autore non propone però di precisare esplicitamente i limiti in parola. Egli domanda soltanto delle disposizioni, che diano i mezzi necessari di compensazione a quella forma d'assicurazione ch'è chiamata a coprire i rischi più pericolosi (progetto di legge austriaco sul Contratto d'Assicurazione). In questo caso la „divisione del lavoro“ si produce, per gli affari diretti, secondo la qualità dei rischi (assicurazione Grandine in Baviera).

7. Nei domini dell'assicurazione sulla Vita, l'antitesi fra assicurazione privata ed assicurazione pubblica si è pressochè trasformata in quella fra assicurazione sociale od operaia da un lato ed assicurazione individuale o privata dall'altro. Vi sono delle eccezioni, ma di importanza secondaria. In questo ramo l'assicurazione pubblica è strettamente connessa alla legislazione, dimodochè essa presenta una forma d'organizzazione assai più immobile. Le relazioni fra assicurazione pubblica ed assicurazione privata possono consistere: 1. nella determinazione dei limiti della loro rispettiva sfera d'azione, 2. nella loro evoluzione e nel loro sviluppo reciproci.

8. L'autore espongono le importanti considerazioni d'ordine economico, che si presentano nel caso di una limitazione legale dell'obbligo d'assicurazione. Assai importante è soprattutto il grado in cui il bisogno d'assicurazione viene risentito e fino a quale misura questo bisogno possa venire soddisfatto dalla sola forza propria degli interessati. Sotto questo rapporto occorre prendere in disamina i punti seguenti: 1. la professione (classe di popolazione), 2. la situazione economica. Il punto 1. deve evidentemente venir considerato come variabile, dacchè lo stato di dipendenza in connesso colla professione non è più riconosciuta come elemento decisivo per l'obbligatorietà dell'assicurazione (vedere il progetto di legge austriaco sull'Assicurazione Sociale, stato pubblicato nel Novembre del 1908 e che si propone di assogettare all'*obbligo* dell'assicurazione anche i piccoli professionisti, i piccoli commercianti ed i piccoli contadini indipendenti).

9. L'estensione dell'assicurazione pubblica può arrecare pregiudizio all'assicurazione privata: la prima soddisfa cioè, in una certa misura, al bisogno d'essere assicurati ed assorbe — in ogni caso — la miglior parte della potenzialità economica delle persone assoggettate all'assicurazione stessa, potenzialità di cui potrebbe altrimenti trarre profitto l'assicurazione privata. L'organizzazione dell'assicurazione pubblica può soddisfare — accanto alla garanzia della rendita — anche il bisogno di assicurare dei capitali (vedi il progetto di Legge austriaco).

L'estensione dell'assicurazione pubblica viene giustificata con le considerazioni che seguono:

- a) il principio del calcolo di premi individuali derivante dalla natura economica dell'assicurazione privata e lo sviluppo imperfetto di certe combinazioni d'assicurazione, segnatamente dell'assicurazione contro la invalidità;
- b) le spese dell'assicurazione privata, specialmente le spese di acquisizione, che — dal punto di vista economico — danno pressochè luogo ad una certa riserva anche verso l'assicurazione popolare; fintantochè tali spese vanno a carico degli assicurati meno agiati, non possono certamente venir giustificate dal punto di vista del principio economico;
- c) la necessità di contribuzioni da parte pure dell'Erario pubblico. È bensì vero, che contribuzioni di tal sorta vengono consentite talvolta anche all'assicurazione popolare privata (per esempio nel comune di San Gallo, capitale del Cantone svizzero omonimo); ma finchè l'esercizio dell'assicurazione privata tende a realizzare degli utili, questo stato di cose non è meno da rigettarsi dei profitti ottenuti dai Ricevitori Generali in certi sistemi di esazione delle imposte.

L'organizzazione di quelle assicurazioni pubbliche, che sono state riconosciute come necessarie o come utili, dal punto di vista economico-sociale, forma ormai un dovere d'amministrazione pubblica dello Stato, o dei Comuni.

10. Tuttavia l'organizzazione dell'assicurazione pubblica può divenire pericolosa per quei sani ideali di indipendenza economica, che l'assicurazione privata è chiamata a svegliare ed a diffondere in maniera efficace.

L'indebolirsi di questi sentimenti di indipendenza è un fattore di spesa per ogni assicurazione pubblica; occorre quindi di opporvisi in nome degli interessi della collettività, ciò che potrebbe farsi, per esempio, subordinando a certe date condizioni l'aumento da parte dello Stato delle somme o delle rendite assicurate. Per questo stesso motivo è dubbio, se sia raccomandabile di stabilire un limite di salario per l'obbligatorietà dell'assicurazione (per esempio di 2400.— Corone, secondo il progetto di Legge austriaco).

Limiti simili sono inoltre ingiusti nei riguardi della attività dell'assicurazione privata, vista la impossibilità di tener conto delle alterazioni che si producono nel decorso del tempo nel valore effettivo („d'acquisto“) del danaro.

11. Nel ramo Infortuni l'assicurazione pubblica ha spostato l'assicurazione privata dalla sua sfera d'azione specifica; nello stesso modo, l'assicurazione pubblica verrà successivamente sostituendosi, nel ramo Vita, all'assicurazione popolare, man mano che si sarà sviluppata quale

forma di previdenza sociale a favore dei sopravvivenenti. L'assicurazione pubblica deve venir considerata soprattutto quale un *complemento* — divenuto ormai *necessario* — dell'assicurazione privata. È da osservarsi infine, come la *qualità* del rischio sia indifferente in ciò che concerne i rapporti fra i due sistemi d'assicurazione. Se ne ha una prova, per esempio, nel fatto che l'assicurazione pubblica non si è sin qui meno-
mamente interessata al problema dei rischi „scadenti“.

V. — B.

Le rôle des sociétés d'assurance privées en matière d'assurance sociale.

Par **Maurice Bellom**, Paris.

Le besoin de sécurité que l'assurance doit satisfaire se développe avec la civilisation au point d'être éprouvé, non plus par l'individu, mais par la Société. D'une part, ce n'est pas seulement l'homme isolé qui se préoccupe de son lendemain : ce souci s'étend à la collectivité ; ainsi, la crainte de voir s'élever les charges de l'assistance détermine les États à encourager et à instituer la prévoyance : ils créent de la sorte, parfois avec le concours des bénéficiaires éventuels, des ressources destinées à venir en aide aux travailleurs âgés ou invalides plutôt que d'attendre le jour où ceux-ci, victimes du sinistre, demandent des subsides dont l'indétermination risque de prendre au dépourvu les finances publiques. D'autre part, l'avenir de la Société est étroitement lié à celui de l'individu : tout d'abord, durant l'accomplissement de son effort d'abstinence, l'homme prévoyant est intéressé au maintien de l'ordre dont le trouble menace la sauvegarde de son épargne antérieure et, en compromettant la régularité des transactions, réduit ou supprime le travail dont la rémunération fournit à l'ouvrier les éléments de l'épargne ultérieure ; puis, durant la jouissance du résultat de la prévoyance, le travailleur d'hier, devenu le pensionné d'aujourd'hui, est soustrait à l'enrôlement dans l'armée de l'indigence qui est en même temps celle du désordre et parfois du crime.

C'est ainsi que l'assurance a étendu son domaine, de l'homme isolé à certaines catégories de la population et enfin à la Société tout entière : d'individuelle, elle est devenue ouvrière et enfin sociale.

Le devoir, qui incombe aux pouvoirs publics, de garantir à la collectivité les bienfaits de l'ordre a motivé l'intervention du législateur sur le terrain de l'assurance sociale. Toutefois, si ce devoir explique l'action législative, il ne saurait en justifier les excès. Sans aborder

des questions étrangères à l'objet de la présente étude, les défenseurs de la cause libérale — et je m'honore d'être du nombre — ne peuvent que regretter l'institution légale d'un régime de prévoyance obligatoire et l'allocation, sous un régime de liberté, de subventions qui énervent l'initiative individuelle et grèvent les finances publiques sans avantage définitif pour les intéressés eux-mêmes. Le concours des assureurs privés à la réalisation de l'oeuvre de l'assurance sociale serait donc désirable, à défaut d'autre motif, comme préservatif contre une intervention abusive de l'Etat. Mais diverses raisons permettent d'établir que la contrainte légale, loin d'exclure la participation des sociétés privées au service de l'assurance, l'appelle comme un complément nécessaire.

C'est ce que démontre l'examen successif des diverses branches de l'assurance sociale.

I.

Examen successif des diverses branches de l'assurance sociale.

Envisagée au point de vue de la participation au service de chacune des branches de l'assurance sociale, l'intervention des sociétés d'assurance privées peut être conçue sous les formes suivantes.

§ 1. — Assurance contre la maladie.

L'assurance contre la maladie exige la création d'organes voisins du malade afin de réaliser la célérité et la vigilance dans l'allocation des secours : le domaine territorial doit donc en être limité ; de plus, la découverte des fraudes et des abus ne saurait être effectuée avec certitude sinon par les camarades de l'assuré, et la répression ne saurait trouver des agents qui soient plus capables de fermeté sans éveiller le soupçon de rapacité et de mercantilisme. Il semble donc essentiel de confier le service de l'assurance-maladie à des associations restreintes qui groupent les assurés sur les bases de la mutualité.

Toutefois, ce n'est pas à l'attribution de secours de valeur réduite et de brève durée que doit se borner le rôle de l'assurance-maladie. Il convient, d'une part, qu'elle prévienne plutôt que de réparer et que, d'autre part, elle applique au malade les soins les plus perfectionnés sans souci des charges immédiates qui peuvent en résulter pour l'assureur. La réalisation de ce double desideratum exige des ressources élevées, incompatibles avec le caractère restreint du domaine de chacune des caisses de maladie. Il est donc nécessaire que ces caisses cherchent

dans un organe plus puissant les éléments de leur service accru. Elles peuvent créer cet organe par leur fédération en une union dont elles deviennent les membres et qui joue par rapport à chacune d'elles le rôle d'assureur contre les risques dont elles sont menacées du chef de leur nouvelle mission. Mais elles peuvent également faire appel au concours des sociétés d'assurance privées qui pourvoient à la réassurance.

Celles-ci sont, en effet, aptes à une telle mission.

D'une part, leur rôle consiste, non dans la distribution des secours aux intéressés, mais dans la prestation des ressources nécessaires : ce sont les caisses locales ouvrières qui sont chargées de l'allocation des secours dont les éléments leur sont fournis par la société d'assurance. Les travailleurs associés n'ont de relations directes qu'avec la caisse de maladie : c'est à cette dernière seule qu'ils versent une cotisation, majorée d'ailleurs à cause de l'étendue du risque couvert ; ils n'ont pas à connaître l'emploi des fonds qu'ils apportent et qui servent en partie à acquitter la prime due par la caisse de maladie à l'organe de réassurance ; ils n'ont pas plus à connaître l'origine des ressources, fournies par cet organe, qui permettent à la caisse de maladie le service des allocations complémentaires.

D'autre part, elles n'ont pas plus à réprimer les abus des malades qu'à les découvrir : leurs assurés sont, non des ouvriers, mais des caisses : elles n'ont à veiller qu'à la modération des dépenses globales de chacune des caisses, et elles ont autant de facilité à s'apercevoir de l'exagération de ces dépenses qu'à en frapper les auteurs par des sanctions efficaces : car la comparaison des charges imposées à la société d'assurance par chacune des caisses réassurées permet à la société de constater les divergences qui ne seraient pas dues à la diversité des risques, et l'application des mesures de rigueur inscrites dans les statuts ne saurait provoquer, de la part des administrateurs d'une caisse à l'égard du réassureur, l'impopularité que lui attirerait, de la part des travailleurs isolés, la suspicion d'une âpreté coupable dans la recherche du gain ; si, par exemple, le réassureur constate qu'une caisse de maladie fait appel aux allocations de réassurance avec une exceptionnelle fréquence alors qu'elle n'a pas à couvrir des risques anormaux de morbidité, il est fondé à chercher la cause de cette anomalie dans l'exagération des frais d'administration, dans l'excès de la libéralité des secours ou dans l'insuffisance du contrôle des malades : dès lors, il lui suffit d'appliquer les sanctions, telles que réduction des allocations ou majoration des cotisations, que les statuts doivent avoir prévues, non à l'égard des travailleurs assurés auprès des caisses de maladie, mais à l'égard de ces caisses.

Les progrès de l'hygiène sociale qui tendent à prévenir les maladies imposent aux caisses de maladie une série de dépenses : tout d'abord la distribution de secours en argent évite aux débiles le surmenage causé par un travail excessif qui serait, en l'absence de ces secours, destiné à leur fournir un supplément de salaire pour leur entretien et pour celui de leur famille ; puis la fourniture de médicaments appropriés fortifie l'organisme et le rend moins vulnérable aux intempéries et aux atteintes des maladies contagieuses ; de plus, l'amélioration du logement ouvrier doit, à cause de son influence décisive sur la santé publique, conduire les caisses de maladie à encourager les oeuvres qui poursuivent ce but et à fournir aux ouvriers le complément de ressources, parfois nécessaire au paiement du loyer dans une maison salubre ou à l'acquittement d'une prime d'assurance par le chef de famille soucieux, en cas de décès, de garantir les siens contre l'exode vers le taudis.

Le développement de la thérapeutique qui tend à réaliser des cures plus fréquentes et plus complètes exige également des ressources plus considérables pour l'application de méthodes plus perfectionnées : le malade, dont le décès aurait libéré la caisse de maladie, trouve le salut dans un traitement approprié, et la guérison intégrale s'achète, pour la caisse, au prix de dépenses majorées.

Sans doute, le résultat de ces progrès dont s'enorgueillit la civilisation profite à la caisse de maladie en même temps qu'au malade : d'une part, en effet, bon nombre de sinistres sont évités par les mesures préventives qui diminuent le contingent des candidats à la maladie, et par la perfection de la guérison qui limite les cas de rechute dont la survenance agit comme une cause de maladie sur un organisme affaibli par les atteintes répétées du mal ; d'autre part, la gravité des sinistres est réduite par l'abrégement de la durée de la maladie et la diminution de fréquence des cas de rechute qui constituent des maladies plus graves que le mal originaire. Dès lors, les dépenses que ces progrès entraînent pour la caisse de maladie ne sont pas effectuées en pure perte ; bien plus, elles doivent devenir productives, c'est-à-dire se solder par un gain final. Mais, d'un côté, pour y faire face au début, il est essentiel que la caisse dispose de ressources effectives ; d'un autre, elles équivalent, pour l'assureur, à la prise en charge de risques nouveaux dont l'importance exige l'application de la loi des grands nombres, c'est-à-dire le recours à des organes plus étendus que la caisse de maladie nécessairement affectée d'un caractère local. De ces deux motifs le premier disparaît avec le temps, lorsque le fonctionnement de l'assurance a atteint une certaine durée ; car les économies réalisées couvrent les dépenses engagées et finissent par permettre

soit l'application de nouveaux perfectionnements soit la réduction de la cotisation des assurés; le second, par contre, ne cesse de s'imposer par les motifs techniques dont il dérive.

En résumé, les sociétés d'assurance privées ont un rôle de réassurance à jouer en matière d'assurance contre la maladie.

Bien plus, ces sociétés devenues réassureurs ont intérêt à contribuer directement aux dépenses de prévention et de réparation dont la productivité se manifeste dans l'avenir.

Enfin la collaboration des mêmes sociétés apporte aux caisses ouvrières la garantie qu'elles puisent dans l'importance de leurs ressources et dans l'étendue de leur expérience technique.

Les considérations qui précèdent sont, du reste, indépendantes du caractère obligatoire ou facultatif de l'assurance.

§ 2. — Assurance contre les accidents.

En matière d'assurance contre les accidents, une distinction préjudicielle s'impose entre le cas d'un régime légal d'assurance facultative et celui d'un régime légal d'assurance obligatoire.

1^{er} Cas. — Assurance facultative. — Dans un système légal qui n'impose pas l'assurance aux individus dont la responsabilité peut être engagée en cas d'accident, les sociétés d'assurance privées garantissent les intéressés contre les risques qui découlent de cette responsabilité.

Ce système légal admet, du reste, des variantes. Tantôt le législateur se borne à édicter une responsabilité éventuelle; tantôt il prévoit, sans les imposer, les moyens offerts aux responsables éventuels pour se couvrir des risques dont ils sont menacés. La première circonstance se présente en France pour les accidents du travail non régis par la loi organique du 9 avril 1898, tels que les accidents survenus aux domestiques et aux ouvriers agricoles en dehors de l'emploi des moteurs mécaniques. La seconde circonstance est réalisée en France pour les accidents du travail visés par la loi précitée.

Dans la première circonstance, le chef d'entreprise, maître ou cultivateur, est responsable dans les termes du droit commun, à moins qu'en vertu de la loi du 18 juillet 1907 il ne s'assujettisse volontairement à la législation des accidents du travail. Il doit contracter alors une assurance de réparation et une assurance de responsabilité: l'une a pour but de fournir à l'assuré le montant d'indemnités destinées à son personnel victime d'accident; l'autre a pour objet de prémunir l'assuré soit contre le recours de ses ouvriers, soit contre l'action de tiers à raison du fait de ses ouvriers; ces deux assurances sont d'ail-

leurs le complément nécessaire l'une de l'autre, comme les risques qu'elles doivent couvrir; aussi sont-elles d'ordinaire associées dans une même opération et parfois dans une même police. Toutefois, l'assureur ne s'engage vis-à-vis du chef d'entreprise que dans les limites de maxima stipulés au contrat.

Dans la seconde circonstance, le chef d'entreprise trouve grâce à l'assurance la libération intégrale de sa responsabilité. En effet, aux termes de l'article 24 de la loi du 9 avril 1898, l'assureur acquitte les indemnités à la place du patron assuré; en cas de non paiement, l'assureur est exposé, par application de l'article 26 de la même loi, au recours de la Caisse nationale des retraites pour la vieillesse, qui toutefois ne doit plus avoir aucun recours contre le chef d'entreprise: il y a substitution de l'assureur au patron.

Cette dernière mesure a été, en raison de son caractère exceptionnel, l'objet de critiques lors de la discussion du texte qui est devenu la loi du 9 avril 1898. On lui a reproché:

1^o de placer l'ouvrier blessé et ses ayants droit en présence d'une société jalouse de ses intérêts matériels et étrangère aux préoccupations de paix sociale qui peuvent déterminer le patron à des concessions libérales;

2^o de faire courir à la collectivité des patrons les plus graves dangers: la loi du 9 avril 1898 a, en effet, institué entre les patrons une garantie mutuelle obligatoire de solvabilité, et la substitution de l'assureur à l'assuré entraîne, pour la mutualité de garantie, la responsabilité en cas d'insolvabilité, non seulement des chefs d'entreprise, mais encore des sociétés d'assurance: or l'insolvabilité d'une société équivaut à la défaillance simultanée de tous les patrons assurés auprès de celle-ci; elle constitue donc une charge d'une importance exceptionnelle.

A ces critiques il a été répondu que:

1^o C'est avec le patron, non avec l'assureur, que l'ouvrier et ses ayants droit débattent le montant de l'indemnité; l'assureur n'entre en scène que pour le paiement et, en cas de défaillance de sa part, la Caisse nationale des retraites le supplée pour le service des indemnités;

2^o Le régime légal comporte la constitution obligatoire de réserves ou de cautionnements et l'assujettissement à une surveillance et à un contrôle officiels pour les sociétés françaises ou étrangères admises au service de l'assurance prévue par la loi.

Au reste, cette substitution était nécessaire à l'organisation d'un système qui consacrait le fonctionnement simultané de sociétés privées et d'une Caisse d'Etat: les patrons assurés auprès de la Caisse d'Etat sont, en effet, certains de la solvabilité de leur assureur; en l'absence d'une garantie équivalente, les chefs d'entreprise n'auraient pas eu

recours aux sociétés privées: de là la nécessité, pour le législateur, de réaliser l'égalité de régime par l'octroi, aux assurés des sociétés privées, d'une sécurité équivalente à celle dont jouissent les assurés de la Caisse d'Etat: la substitution de l'assureur à l'assuré doit y pourvoir.

La participation des sociétés d'assurance privées au fonctionnement de la loi française du 9 avril 1898 montre l'étendue de la mission que peuvent remplir les assureurs privés sous le régime de la faculté en matière d'assurance contre les accidents du travail.

2^o *Cas. — Assurance obligatoire.* — Cette mission, pour être moins vaste dans un système d'assurance obligatoire, n'est nullement négligeable.

En effet, dans ce système, le régime légal est loin de prévoir tous les cas d'accidents. La loi allemande, par exemple, sous sa forme la plus récente, datée du 30 juin 1900, ne comprend pas dans le domaine de l'assurance obligatoire tous les risques que la survenance d'un accident du travail peut faire peser sur les industriels; elle laisse subsister à leur charge une responsabilité. Tel est le cas où le chef d'entreprise a causé l'accident par un acte intentionnel; la corporation d'assurance obligatoire est alors tenue d'exercer l'action en responsabilité contre lui (loi de 1900, art. 136, § 1). Tel est également le cas où le chef d'entreprise a causé l'accident par une négligence; la corporation, si elle peut alors renoncer à l'action, a du moins le droit de l'exercer (loi de 1900, art. 136, § 1 in fine). Le législateur allemand a aussi prévu, en le laissant sous le régime du droit commun, la responsabilité de tiers dont l'intention ou la faute a occasionné l'accident (loi de 1900, art. 140). Pour permettre aux chefs d'entreprise de supporter les risques de la responsabilité civile, la loi de 1900 (art. 23, § 1, n^o 1) a conféré aux corporations le droit d'organiser l'assurance de responsabilité civile en faveur de leurs membres; toutefois l'affiliation à cette assurance n'est pas obligatoire (art. 23, § 2); de plus, afin de ne pas réduire la vigilance des chefs d'entreprise, le législateur a évité de supprimer pour eux, par la couverture intégrale de leurs risques, l'importance qui s'attache à la prévention des accidents; il a donc limité au maximum des deux tiers la partie de la responsabilité civile, prévue par la législation d'assurance obligatoire, à laquelle peut faire face l'assurance facultative. En résumé, la législation d'assurance sociale laisse subsister les risques de la responsabilité civile en cas d'accident causé par intention ou faute: 1^o dans l'intégralité à la charge des tiers et, en l'absence d'une organisation d'assurance réalisée par la corporation, à la charge des chefs d'entreprise; 2^o jusqu'à concurrence du tiers, en cas de réalisation d'une telle organisation, à la

charge des chefs d'entreprise.¹⁾ Les tiers et les chefs d'entreprise ont donc intérêt à s'assurer, et les sociétés d'assurance privées trouvent à cet égard un important domaine à exploiter.

§ 3. — Assurance contre l'invalidité.

Si l'on considère la vieillesse comme un cas particulier de l'invalidité et le décès comme une conséquence de l'invalidité, on peut distinguer sous le titre général d'assurance contre l'invalidité les formes suivantes de l'assurance: assurance contre l'invalidité prématurée hors les cas d'accident, assurance en cas de décès naturel prématuré du chef de famille, assurance contre la vieillesse, assurance des frais funéraires. Les deux dernières formes se rattachent respectivement à l'assurance contre l'invalidité et à l'assurance en cas de décès qui restent dès lors les deux seules branches à examiner.

Deux cas doivent être distingués selon que l'assurance est facultative ou obligatoirement imposée par la loi.

1^{er} Cas. — Assurance facultative. — Sous un régime de liberté, les sociétés de secours mutuels peuvent réaliser l'assurance contre l'invalidité²⁾ et l'assurance en cas de décès.³⁾

Toutefois l'intervention des sociétés de secours mutuels n'exclut nullement celle des sociétés d'assurance privées. En effet:

a) En matière d'assurance contre l'invalidité, les sociétés d'assurance peuvent, si les sociétés de secours mutuels ne se fédèrent pas en unions, constituer l'organe de réassurance, contribuer aux dépenses de prévention et de guérison de l'invalidité et apporter aux mutualistes une garantie précieuse: la solution est identique à celle qui a été proposée plus haut en matière d'assurance contre la maladie; de plus, elles sont qualifiées pour coopérer aux oeuvres qui procurent à l'invalidé un travail approprié à ses forces.

b) En matière d'assurance en cas de décès, la collaboration des sociétés de secours mutuels à l'oeuvre des compagnies d'assurance populaire est un des éléments de la solution envisagée.⁴⁾

¹⁾ M. MANES, dans son ouvrage *Die Haftpflichtversicherung* (Leipzig, 1902, p. 173 à 175), a énuméré tous les cas dans lesquels la responsabilité civile des industriels allemands peut être engagée.

²⁾ Voir MAURICE BELLOM, *L'assurance contre l'invalidité par les sociétés de secours mutuels*, Bordeaux, 1905.

³⁾ Voir MAURICE BELLOM, *Le rôle des sociétés de secours mutuels en matière d'assurance populaire* (Rapport au 5^e Congrès international des Actuaire, Berlin 1906, I, p. 69 et suiv.).

⁴⁾ MAURICE BELLOM, *Ibid.*, p. 71 à 73.

2^e *Cas.* — *Assurance obligatoire.* — Lorsque le législateur prescrit l'assurance contre l'invalidité, il est rare qu'il puisse réaliser à la fois les diverses formes de cette assurance. En Allemagne, par exemple, l'assurance contre l'invalidité proprement dite remonte à 1889, et l'assurance des veuves et des orphelins n'est encore qu'à l'état de projet. Les organes d'assurance libre et en particulier les sociétés d'assurance privées ont donc un rôle à jouer dans le domaine sur lequel le législateur ne s'est pas aventuré : c'est ce qu'atteste le développement de l'assurance populaire en Allemagne grâce à l'initiative de sociétés privées.

§ 4. — Assurance contre le chômage.

L'assurance contre le chômage doit viser exclusivement, selon moi ¹⁾, le chômage justifié, et non pas le chômage involontaire, afin de substituer au critérium de l'acte celui de l'intention, à la notion de la volonté celle de la faute. L'organe d'assurance doit être constitué par le groupement des ouvriers réunis dans une association mutuelle : cette solution est recommandée, de même que dans le cas de l'assurance contre la maladie, par le souci de découvrir les fraudes et les abus et d'en effectuer la répression sans exposer l'assureur à l'impopularité de la part de l'assuré.

Toutefois, l'intervention des sociétés d'assurance n'est pas proscrite sur le terrain de l'assurance contre le chômage. En effet, la durée et l'étendue du chômage peuvent absorber les fonds des caisses ouvrières que les assurés, privés de salaire par le chômage, ne viennent plus reconstituer par leurs cotisations. De là l'utilité d'un recours à des organes pourvus de ressources plus considérables et intervenant à titre de réassureurs. Les considérations développées en matière d'assurance contre la maladie justifient la participation des sociétés d'assurance privées au service de l'assurance contre le chômage.

Ces sociétés peuvent également concourir aux oeuvres de lutte contre le chômage par des subsides accordés aux institutions de placement qui, en abrégant la durée du chômage, diminuent les charges de l'assurance.

II.

Éléments du rôle des sociétés d'assurance privées.

Envisagée au point de vue du rôle à jouer par rapport à l'ensemble de l'assurance sociale, l'intervention des sociétés d'assurance privées comporte les éléments suivants :

¹⁾ Voir MAURICE BELLON, *L'assurance contre le chômage* (Revue d'Economie Politique, 1908, p. 764).

1^o Les sociétés d'assurance privées doivent *préparer* le fonctionnement de l'assurance sociale. En effet, cette assurance peut être d'une application malaisée, soit à cause des charges qu'elle impose, soit à raison des rapports sociaux.

a) Le premier cas se présente en France pour l'assurance des accidents agricoles : l'institution légale du risque professionnel entraînerait pour le cultivateur français des charges qui ont été jugées excessives¹⁾ : le législateur français, en attendant la solution de la question, a distrait du projet de loi gouvernemental relatif aux accidents agricoles un article qui autorisait tout employeur non assujéti à se placer sous le régime de la législation des accidents ; la loi du 18 juillet 1907, intervenue de la sorte, permet d'expérimenter le régime futur au gré des intéressés et avec le concours des sociétés d'assurance privées.

b) Le second cas se présente en France pour l'assurance des accidents survenus aux domestiques par le fait ou à l'occasion de leur service : d'une part, la question de savoir si le maître est un chef d'entreprise vis-à-vis du serviteur est controversée ; d'autre part, fût-elle résolue dans le sens de l'affirmative, les sujétions inhérentes à certaines formalités, telles que la déclaration des accidents, pourraient entraver l'assimilation immédiate et générale des gens de maison aux ouvriers ; il importe donc que les moeurs frayent la voie au législateur : la loi du 18 juillet 1907, qui procure aux maîtres le moyen de se placer volontairement sous le régime de la loi du 9 avril 1898, doit pourvoir à cette oeuvre de préparation.

2^o Les sociétés d'assurance privées doivent *aider* au fonctionnement de l'assurance sociale : cette aide peut être soit financière soit technique. Telle est, dans le premier cas, leur collaboration à la constitution des garanties que la loi française exige des patrons responsables ; telle est également l'affectation de leurs ressources aux placements sociaux, dont elles trouvent l'occasion dans l'aménagement du logement ouvrier et le développement de l'hygiène qui, en améliorant la santé publique, allègent les charges de l'assurance sociale. Tel est, dans le second cas, leur concours à l'élaboration des bases scientifiques, dont un exemple est fourni par les tables de mortalité d'invalides par âge d'entrée que M. Léon Marie a dressées sur la demande du „Syndicat des Compagnies Françaises d'assurances à primes fixes contre les accidents.“²⁾

¹⁾ Voir l'avis présenté le 4 juillet 1907 par M. CHAIGNE au nom de la Commission de l'Agriculture de la Chambre des Députés sur le projet de loi ayant pour objet d'étendre aux exploitations agricoles la législation sur les accidents du travail.

²⁾ Voir MAURICE BELLOM, *De la responsabilité en matière d'accidents du travail*, 2^{ème} édition, 1902, n^o 890, p. 630.

3^o Les sociétés d'assurance privées doivent *fortifier* l'assurance sociale; elles peuvent y pourvoir, par exemple, en remplissant les fonctions de réassureurs des caisses ouvrières de maladie, d'invalidité ou de chômage.

4^o Les sociétés d'assurance privées doivent *compléter* l'assurance sociale: telle est l'organisation de l'assurance de responsabilité civile dans les cas non prévus par l'assurance légale des patrons contre les accidents du travail; telle est aussi l'obtention d'allocations complémentaires qui s'ajoutent à celles de l'assurance légale, par exemple en cas d'assurance facultative des veuves et des orphelins réalisée indépendamment d'une assurance obligatoire contre l'invalidité.

5^o Les sociétés d'assurance privées doivent *réaliser* l'assurance sociale: tel est le cas de l'assurance populaire en Angleterre, aux Etats-Unis et en Allemagne.

III.

Discussion.

Le rôle attribué aux sociétés d'assurance privées peut soulever des objections. L'examen de ces objections comporte, du reste, une distinction selon que les sociétés interviennent en l'absence de toute action législative ou qu'au contraire elles participent à l'oeuvre du législateur dans des conditions définies par la loi.

1^{er} Cas. — Initiative propre des sociétés d'assurance privées.

Le cas où les sociétés d'assurance privées ont une initiative à prendre se présente, soit parce que le législateur n'a pas encore abordé une branche de l'assurance sociale (tel le législateur français en matière d'assurance contre l'invalidité ou d'assurance populaire), soit parce qu'il n'a point mentionné les sociétés d'assurance privées au nombre des organes dont il prévoit l'intervention (tel le législateur allemand en matière d'assurance obligatoire contre les accidents).

On peut formuler dans ce cas les objections suivantes:

1^{ère} Objection. — Le rôle assigné aux sociétés d'assurance privées sera peu rémunérateur.

Sans doute, répondrai-je, l'observation est exacte au début du fonctionnement de l'assurance. Mais elle n'est point spéciale à l'assurance; elle s'applique à toute initiative en matière économique: il faut que le producteur, avant-coureur du progrès, habitue le consommateur au produit nouveau qu'il lui apporte, et c'est seulement après que l'éducation du public a été faite que le profit vient récompenser

l'ingéniosité et la ténacité du chef d'entreprise. Il en est ainsi, par exemple, des installations de force motrice; il doit en être de même de la création de toute nouvelle branche d'assurance.

Sans doute aussi, le consommateur peut faire défaut au produit offert. Mais, d'une part, le producteur ne peut s'en prendre qu'à lui-même de ce mécompte attribuable soit à une erreur de prévision qu'il a commise, soit à l'imperfection de la denrée qu'il apporte sur le marché; d'autre part, les sociétés d'assurance privées n'ont pas à redouter cette éventualité dans le domaine de l'assurance sociale, où elles peuvent n'intervenir qu'à titre de complément de l'oeuvre entreprise par les intéressés eux-mêmes sous la forme mutuelle: l'initiative des assurés garantit, en effet, une clientèle préexistante aux sociétés d'assurance.

2^{ème} Objection. — L'intervention des sociétés d'assurance privées sera mal accueillie par les ouvriers qui les suspecteront de rechercher exclusivement un profit sans avantage pour l'assuré.

Sans doute, répondrai-je, les assureurs auront des préjugés et des préventions à combattre. Mais:

a) Les faits démontrent qu'il n'est pas impossible de concilier la réalisation de bénéfices avec la conquête de la faveur du public: l'essor de l'assurance populaire en Angleterre, aux Etats-Unis et en Allemagne le prouve nettement.

b) La tâche primordiale de l'assureur consiste à faire comprendre aux ouvriers que l'assureur et l'assuré doivent et peuvent faire l'un et l'autre une bonne affaire: pour cela, il convient d'expliquer aux ouvriers que tel est le cas de tout échange: le troc le plus élémentaire n'aura point lieu, en effet, si l'un des échangistes devait seul obtenir un profit.

c) Les progrès réalisés dans l'éducation des travailleurs et notamment la diffusion des idées de coopération de production donnent à l'ouvrier le sentiment que le chef d'entreprise en général et l'assureur en particulier préféreraient l'abstention à une initiative dépourvue de bénéfice.

d) L'avenir des sociétés d'assurance est entre leurs mains: leur inaction déterminerait, en effet, le législateur à combler par des institutions officielles les lacunes de l'assurance sociale; elles se seraient donc elles-mêmes interdit l'accès d'un domaine pour avoir négligé d'y pénétrer. On répliquera peut-être que cette nouvelle sphère d'action ne procure aux sociétés qu'une clientèle peu enviable, celle des ouvriers, qui comporte des frais élevés en égard à la modicité des primes. Je répondrai qu'à côté de la clientèle des ouvriers se trouve celle des employés qui peut réserver à l'assureur des perspectives plus favorables; or, si la loi,

suppléant à l'inertie de l'assurance privée, crée des organes destinés à l'assurance des ouvriers, elle en facilite l'accès aux employés dont la clientèle échappe dès lors à l'assurance privée: tel est le cas où l'assurance est déclarée obligatoire pour les ouvriers et facultative pour les employés.

3^{ème} Objection. — Toute tentative de la part des sociétés d'assurance est inutile, lors même qu'elle devrait être rémunératrice et favorablement accueillie; car l'intervention législative dans d'autres domaines d'assurance a privé les assurés de ressources et de goût pour l'assurance extra-légale: l'assurance légale a absorbé les fonds dont ils disposaient pour la prévoyance et, en les accoutumant au régime des institutions officielles, elle leur fait taxer l'assurance privée soit d'innutilité soit de précarité, selon qu'ils laissent exclusivement à la tutelle de l'Etat le soin de pourvoir à leur avenir ou qu'ils se refusent à attendre des sociétés privées une économie et une garantie comparables à celles de Caisses publiques.

Je répondrai que:

a) Sans doute, le danger existe: c'est même l'un des graves défauts de l'intervention de l'Etat comme assureur. Toutefois le besoin de sécurité, comme tout autre besoin, se développe par la jouissance même des moyens qui en procurent la satisfaction: l'individu que l'assurance accoutume à la sécurité dans un domaine recherche la sécurité dans un autre et, à moins d'être intégralement dépouillé par les versements obligatoires, il accepte et parfois il demande le concours d'une assurance que l'Etat ne lui offre pas encore.

b) Sans doute, il est malaisé de faire comprendre à l'ouvrier que l'assurance privée a, pour les assurés, de réels avantages sur l'assurance officielle. Mais la difficulté n'existe point à l'égard des chefs d'entreprise que la pratique des affaires amène à reconnaître les avantages de souplesse de l'industrie privée et la légitimité du profit qui est la rémunération du service rendu et la raison d'être de l'activité économique.

2^o Cas. — Participation des sociétés d'assurance privées à l'œuvre législative. — Le cas où les sociétés d'assurance privées participent à l'œuvre législative se présente, soit parce que le législateur a édicté l'obligation de l'assurance en laissant aux assujettis le choix des moyens (tel le législateur italien en matière d'accidents du travail), soit parce qu'il s'est borné à imposer à une catégorie de citoyens la charge d'une responsabilité dont il leur appartient d'assumer le risque au mieux de leurs intérêts (tel le législateur français en matière d'accidents du travail).

Les objections suivantes peuvent être formulées à cet égard :

1^{ère} Objection. — Les opérations d'assurance résultant de ce service ne sont pas avantageuses pour l'assureur. Tel a été en France, lors de la mise en vigueur de la loi du 9 avril 1898, le cas des sociétés d'assurance contre les accidents ; tel serait en France le cas de sociétés d'assurance populaire.

Cette objection n'est nullement décisive. En effet :

a) L'objection n'est fondée qu'au début du fonctionnement du régime, c'est-à-dire à l'époque où l'insuffisance de données fournies par l'expérience et le souci de la concurrence peuvent déterminer l'adoption de tarifs de primes trop réduites. Mais l'objection tombe le jour, d'ailleurs prochain, où les assureurs ont réuni des constatations assez nombreuses pour apprécier la valeur des risques et où ils cessent de lutter entre eux à l'aide de rabais excessifs concédés à leurs clients. Il leur est d'ailleurs facile d'expliquer aux industriels qu'une entreprise n'est viable qu'à condition d'être rémunératrice et que la disparition des assureurs privés imposerait aux patrons l'alternative entre l'absence d'assurance et la constitution de groupements mutuels dont les avantages, si réels soient-ils, pourraient ne pas compenser, aux yeux de l'assuré, l'inconvénient de la variabilité de la prime sous le régime de la mutualité pure, celui de la garantie solidaire dans le système du syndicat institué par la loi française du 9 avril 1898, et la charge d'une part de gestion dont est affranchi le client d'un assureur à primes fixes.

b) Aussi bien est-il permis d'espérer que la souscription d'assurances peu rémunératrices attirera aux sociétés des affaires avantageuses ; c'est ainsi que la souscription d'assurances ouvrières contre les accidents peut amener celle d'assurances de responsabilité civile susceptibles de ménager des profits appréciables.

c) La participation des sociétés d'assurance privées au service de l'assurance sociale n'implique nullement l'exécution intégrale de ce service par les sociétés : sur le terrain de l'assurance populaire par exemple, elles peuvent trouver dans les sociétés de secours mutuels des collaboratrices qui les déchargent d'une tâche à la fois délicate et coûteuse.¹⁾

2^{ème} Objection. — Les sociétés d'assurance privées ne jouissent pas, auprès des ouvriers, d'une popularité qui doive encourager les chefs d'entreprise à recourir à ces sociétés.

Je répondrai que :

a) Les précautions prises par le législateur en vue d'interdire les clauses de déchéance et de garantir le paiement des indemnités

¹⁾ MAURICE BELLOM, *loc. cit.*, Berlin, 1906, p. 71.

doivent suffire à dissiper les craintes que l'ouvrier pourrait éprouver quant à la certitude de l'obtention de l'indemnité.

b) Les sociétés d'assurance privées sont parfois plus populaires parmi les ouvriers que les groupements patronaux. C'est ainsi que, le 2 avril 1908, M. *Basly* a saisi la Chambre des députés française d'une proposition de loi élaborée par les plus importantes organisations ouvrières, telles que la Fédération nationale des Mineurs, la Fédération textile et l'Union des Syndicats de la Seine, proposition dont l'exposé des motifs présentait les considérations suivantes:

„En accordant...au patron...la faculté...d'être son propre assureur“, „le législateur a étendu le pouvoir d'exploitation de l'ouvrier jusqu'à sa mort.

„Victime d'un mauvais état social, l'ouvrier le devient doublement s'il est blessé au service d'un patron qui a cru devoir ou pouvoir se garantir lui-même du risque d'accident.

„Ballotté entre son désir de se faire rendre justice et la peur de ne pas être réembauché une fois guéri, l'ouvrier hésite dans ses moyens de défense.

„Se sentant désarmé devant la puissance qui tient son sort entre ses mains, ne pouvant même espérer en son médecin qui est toujours l'homme de l'exploitant, il apparaît devant le juge livrant à nu toutes ses hésitations, manifestant tous les symptômes de la peur. C'est là surtout que l'on peut dire que la partie n'est point égale.

„En est-il de même de l'ouvrier attaché à un patron s'assurant à une Compagnie d'assurances? Je ne crois pas.

„En ce cas, et pour peu que le patron soit juste, l'ouvrier pressent qu'il est plus libre. Il n'a point tant que l'autre à craindre de ne pas être réoccupé pour cette excellente raison qu'il n'aura point affaire à son patron, mais à un étranger dont le pouvoir ne dépasse pas celui que lui confère la loi; et ayant ainsi plus de conscience de son droit, il ne se laisse pas aller aux capitulations contraires à ses intérêts.

„Prenons comme exemple ce qui se passe dans les mines:

„..... Les puissantes sociétés.....échappent à la prime en se réservant de payer les rentes d'incapacité partielle ou permanente ou de décès.

„.....L'ouvrier blessé a le plus souvent, comme je viens de le dire, peur du renvoi, et il accepte de transiger dans des conditions dérisoires. S'il veut user de son droit, plaider.....il est signalé comme une forte tête, tracassé par les employés jusqu'au jour où, la mine ne manquant pas trop de bras, on prend sur lui une éclatante revanche en le jetant pantelant sur le pavé.

„Les ouvriers qui ont eu le courage de résister à ce régime de terreur sont en bien petit nombre. Encore auraient-ils succombé sans l'appui du Syndicat des mineurs du Pas-de-Calais, qui a pris à sa charge les frais de procédure....

„Pour éviter ces conflits où la dignité de l'ouvrier, ses intérêts, son avenir, sont en jeu, il n'y a qu'un moyen: c'est d'obliger les employeurs à assurer leurs ouvriers et à ne plus être leur propre assureur.“

Ces considérations aboutissent à la proposition d'un article ainsi conçu: „Nul patron ne pourra être son propre assureur; toute coalition patronale est interdite sous la dénomination de syndicats dits de garantie.“

Sans m'associer à des critiques dont l'étendue appelle les plus formelles réserves, il m'a paru essentiel de reproduire ces lignes qui montrent que les sociétés d'assurance privées sont loin d'exciter en principe la défiance des travailleurs.

3^{ème} Objection. — Les sociétés d'assurance privées ne sont pas l'objet de la sympathie des patrons: ceux-ci leur préfèrent les groupements mutuels où ils jouissent de l'autonomie de la gestion et où l'absence de rémunération d'un capital diminue les charges de l'assuré.

Je répondrai que:

a) Le fait est exact; mais la gestion impose des charges en retour des avantages de l'initiative qu'elle permet;

b) La fixité de la prime, celle-ci fût-elle majorée, est préférée par certains à la variabilité des contributions annuelles que l'assurance mutuelle impose à ses adhérents:

c) D'une manière générale, le client d'une société d'assurance est affranchi de tout souci de gestion et de toute incertitude de versement, et il consent à payer ce supplément de quiétude comme un service dont l'assureur est en droit d'exiger la rémunération.

IV.

Conclusions.

D'après les développements qui précèdent, ce serait une grave erreur de s'imaginer que l'assurance sociale ne laisse aucun champ libre à l'activité des sociétés d'assurance privées.

La justice et la logique interdiraient d'ailleurs cette mesure d'exclusion.

D'une part, en effet, ce sont les sociétés d'assurance privées qui ont, par les résultats de leur initiative, inspiré ou éclairé le législateur. Sans doute, l'insertion de certaines clauses de déchéance dans

les polices ont pu naguère attirer l'impopularité sur les sociétés d'assurance-accidents et contribuer à l'institution d'un régime d'assurance obligatoire dont ces sociétés ont été bannies. Mais, tout d'abord, les combinaisons destinées à fournir la sécurité au patron en cas de responsabilité civile sous le régime du droit commun, ont été les devancières des mesures législatives qui ont, telle la loi française du 9 avril 1898, affranchi de tout risque de responsabilité le patron assuré; puis, c'est à l'image des combinaisons d'assurance sur la vie organisées par les sociétés d'assurance en faveur des prévoyants fortunés que l'État s'est proposé d'améliorer, par un système général de retraites ouvrières, la situation des prévoyants à ressources modiques.

D'autre part, l'assurance sociale est trop désirable sous la forme libre et trop hérissée de difficultés d'application pour que l'on puisse sans imprudence renoncer spontanément à un concours si fécond en expérience et en lumières.

Bien plus, les sociétés d'assurance privées ont un réel intérêt à se charger d'une telle collaboration. En effet:

1^o Par une initiative *antérieure* à toute action législative, elles peuvent éviter l'intervention du législateur qui serait fondé, en cas d'inaction de leur part, à suppléer aux défaillances de l'initiative privée: or cette intervention apporte des entraves à la liberté d'action des sociétés d'assurance et leur impose des sujétions et des dépenses soit par les conditions qu'elles doivent subir, soit par le contrôle qui leur est appliqué; parfois même elle les exclut, ne fût-ce que par préterition: telle la loi allemande d'assurance obligatoire contre les accidents.

2^o Par une initiative de cet ordre, elles peuvent rendre leur collaboration indispensable à l'oeuvre de la loi, si le législateur intervient ultérieurement; tel a été en France le cas des sociétés d'assurance-accidents qui existaient avant que la loi du 9 avril 1898 eût institué le risque professionnel et qui, devenues l'un des rouages essentiels du régime légal, ont vu leur domaine s'étendre et leur situation s'affermir.

3^o Par une action *postérieure* à l'intervention législative, elles peuvent profiter du goût et du besoin de l'assurance que la loi a créés: en effet, l'individu s'accoutume à la nécessité de la sécurité sous l'influence du régime légal qui consacre l'assurance comme un service public; dès lors, il recherche la sécurité dans toute l'étendue du domaine social dont le législateur n'a défriché qu'une portion: c'est aux sociétés d'assurance qu'il appartient de s'installer sur la portion inexplorée et d'y offrir aux assurés l'organisation qu'ils demandent; elles y trouveront une clientèle facile à recruter et déjà familiarisée avec le mécanisme de l'assurance.

Le devoir est, d'ailleurs, en harmonie avec l'intérêt pour commander aux sociétés d'assurance privées l'exploitation du domaine social. L'importance des capitaux qu'elles détiennent leur impose les obligations que comporte l'exercice du rôle social de la fortune; la valeur des expériences qu'elles ont réunies sur le terrain de la technique les classe au nombre de ces privilégiés qui ne peuvent sans félonie se désintéresser du sort des moins favorisés; les institutions qu'elles peuvent créer fournissent aux classes laborieuses et aux chefs d'entreprise les moyens de satisfaire plus largement le besoin de sécurité; leur intervention rend inutile ou vient compléter celle du législateur, évitant de la sorte la mainmise de la loi sur des domaines qui doivent demeurer le propre de l'initiative privée. En d'autres termes, elles peuvent mettre au service de l'assurance sociale des ressources financières et un outillage technique, au service de la collectivité des éléments de sécurité et d'indépendance.

En résumé, quelle qu'ait été l'attitude du législateur, les sociétés d'assurance privées ont dans le domaine social une vaste mission à remplir: l'intérêt et le devoir s'unissent pour les y convier, à la fois par le légitime souci de l'avenir de leur industrie et par la préoccupation du bien-être de la collectivité sous le régime de la liberté dont la sauvegarde est une condition essentielle de leur existence et de leur développement.

Die Aufgaben der privaten Versicherungsgesellschaften auf dem Gebiete der sozialen Versicherung.

Von Maurice Bellom, Paris.

Die Bestrebungen nach Sicherung der Zukunft sind aus individuellen zu sozialen geworden. Allein diese Bestrebungen rechtfertigen nicht eine mißbräuchliche Einmischung des Staates, sie appellieren vielmehr an die Mitwirkung der privaten Versicherungsgesellschaften, welchen vornehmlich folgende Aufgaben zufallen:

A. Krankenversicherung.

Sie haben den Arbeiterkrankenkassen Rückversicherung zu leisten und ihnen die Verhütung und Heilung von Krankheiten in vollkommenster Weise zu ermöglichen. Sie haben weiters in ihrem eigenen Interesse direkt zu diesen Auslagen beizutragen, endlich bringt ihre Mitwirkung für die Arbeiterkrankenkassen soziale und technische Garantien mit sich.

B. Unfallversicherung.

1. Unter dem System der fakultativen Versicherung schützen sie die eventuellen Subjekte der Haftpflicht gegen die Gefahren, welche für diese aus der ihnen durch allgemeine Rechtsnormen oder durch Spezialgesetze auferlegten Verantwortlichkeit erwachsen. Mit den beiden genannten Quellen der Haftpflicht hat man es auch in Frankreich zu tun, je nachdem ein Betrieb dem Gesetze über Arbeitsunfälle unterliegt oder nicht.

2. Unter dem System der obligatorischen Versicherung schützen sie die Versicherungspflichtigen gegen jene Haftpflichtfolgen, welche in die gesetzliche Versicherung nicht eingeschlossen sind; dies ist in Deutschland der Fall.

C. Invaliditätsversicherung.

1. Unter der Herrschaft des fakultativen Systems besteht ihre Aufgabe in der Unterstützung und Ergänzung der wechselseitigen Hilfskassen bei Durchführung der eigentlichen Invaliditätsversicherung (in gleicher Weise wie bei der Krankenversicherung) und bei Sicherstellung von Todesfallkapitalien im Bereiche der Volksversicherung.

2. Im Systeme der Zwangsversicherung obliegt ihnen der Ausbau des in der Regel unvollständigen Werkes des Gesetzgebers.

D. Arbeitslosigkeitsversicherung.

Sie wirken auch hier als Rückversicherer und tragen durch ihre Unterstützung zur Organisation des Arbeitsnachweises bei.

Die Aufgabe der privaten Versicherungsgesellschaften ist somit eine fünffache: die Vorbereitung, Unterstützung, Festigung, Vervollkommnung und Verwirklichung des Werkes der sozialen Versicherung.

Die Einwendungen, welche gegen die Mitwirkung der privaten Versicherungsgesellschaften erhoben werden, sind nicht stichhältig (siehe den französischen Text des Berichtes).

Die soziale Versicherung eröffnet den privaten Gesellschaften ein freies Arbeitsfeld. Gerechtigkeit und Logik verbieten in gleicher Weise, sie aus diesem Gebiete auszuschließen; und ihr wohlverstandenes Interesse erheischt, daß sie hievon zum höchsten Wohle der Arbeitgeber ebenso wie der Arbeiter Besitz nehmen.

The part of private insurance companies in matters of social insurance.

By Maurice Bellom, Paris.

Individual desiderata for security are now social requirements. However, they must not be met by State interference; on the contrary, they appeal to the collaboration of private insurance Companies.

A. *In matters of sickness insurance*, private Companies should reinsure friendly Societies, enabling them to accomplish in the most comprehensive way their purposes of prevention and compensation: they should, in their proper interest, contribute directly to the respective costs, finally their collaboration should confirm the financial and technical guarantees of friendly Societies.

B. *In matters of accident insurance*:

1^o Under the voluntary system, private Companies must protect the responsible persons against the risks resulting from their responsibility, according to the common law or to special legislation. These two cases are to be found in France, according as the individual employers are subject to the law against workmen's compensation or otherwise.

2^o Under the compulsory system, the interested persons can be protected by private Companies against risks of civil responsibility which are not covered by legal assurance, as it is the case in Germany.

C. *In matters of invalidity insurance*:

1^o Under the voluntary system, private Companies can support friendly societies by granting invalidity insurance in the true sense of the word as well as sickness insurance: besides, they cultivate industrial life assurance.

2^o Under the compulsory system, private Companies have to supply the work of legislation, generally accomplished.

D. *In matters of insurance against unemployment*, private Companies could participate as reinsurers in the same way as for sickness insurance and contribute by their resources to manage investments to the best advantage.

Altogether, the tasks to be accomplished by private Companies are of five different kinds. They have to prepare, to assist, to fortify, to complete and to realise the work of social insurance.

The objections (see report) which could be raised against the intervention of private Companies, are not able to stand the test.

Social insurance leaves to private Companies a wide sphere of action. Justice and reason forbid equally the exclusion of their activity; on the other hand, their well understood interest must lead them to be mindful of this new sphere, for the common welfare of employers and workmen.

Il compito delle Compagnie di Assicurazione private per quanto è delle Assicurazioni sociali.

Maurizio Bellom, Parigi.

Il desiderio di assicurarsi l'avvenire, da individuale che era, è divenuto sociale. Ciò non giustifica però un abusivo intervento dello Stato, ma richiede anzi la collaborazione delle Compagnie di Assicurazione private, a cui spettano principalmente i compiti seguenti:

A. *Assicurazione Malattie.* — Le Compagnie private devono riassicurare le Casse Ammalati degli operai per rendere loro più facile la protezione dalle malattie, rispettivamente la cura completa delle stesse. E nel loro stesso interesse debbono partecipare anche direttamente a questi esborsi, tanto più che la loro collaborazione costituisce per le Casse Ammalati degli operai una garanzia sociale e tecnica.

B. *Assicurazione Infortuni.*

1° Sotto il regime dell'assicurazione facoltativa le Compagnie private proteggono i soggetti alla responsabilità civile contro i pericoli derivanti a questi dalla responsabilità statuita dal diritto comune, o da leggi speciali. Queste due sorgenti diverse di responsabilità civile sussistono anche in Francia, a seconda che un esercizio sia o no soggetto alla speciale Legge sugli Infortuni sul lavoro.

2° Sotto il regime dell'obbligatorietà dell'assicurazione le Compagnie private proteggono gli esercenti contro quelle conseguenze della responsabilità civile che non sono comprese nell'assicurazione di Legge: come è il caso in Germania.

C. *Assicurazione Invalidità.*

1° Sotto il regime dell'assicurazione facoltativa il compito delle Compagnie private consiste nell'aiuto delle Casse di Mutuo Soccorso, e nel completamento del lavoro delle medesime, per quanto è della *Assicurazione invalidità* vera e propria (tal quale cioè come per l'assicurazione *Malattie*); mentre per quanto è delle *assicurazioni vita popolari* questo compito consiste nella garanzia dei capitali da pagarsi in caso di morte.

2° Sotto il regime dell'assicurazione obbligatoria spetta alle Compagnie private il finimento dell'opera quasi sempre incompleta del legislatore.

D. *Assicurazione della Disoccupazione.* — Le Compagnie private si prestano anche per questa quali riassicuratrici e con il loro appoggio contribuiscono efficacemente all'organizzazione della tenuta in evidenza delle domande di lavoro e dei posti vacanti.

Riepilogando, i compiti delle Compagnie di Assicurazione private nei riguardi delle Assicurazioni Sociali si riassumono principalmente in cinque:

Preparazione

Aiuto

Consolidazione

Perfezionamento ed

Attuazione

dell'opera delle assicurazioni sociali.

E tutte le obiezioni che vengono sollevate contro la collaborazione delle Compagnie di Assicurazione private sono assolutamente senza fondamento (vedi il testo completo in francese).

L'assicurazione sociale dischiude alle compagnie private un campo di lavoro che è libero e dal quale giustizia e logica proibiscono in egual misura di escluderle. Ed il loro ben compreso interesse esige che esse ne prendano possesso pel bene dei padroni e soprattutto per quello dei lavoratori.

V. — C.

The economic relations between national assurance and assurance by voluntary organisations.

By **Alfred W. Watson** F. I. A., Nottingham.

In a note appended to this subject in the official Programme of the Congress, National Assurance is defined as "satisfying compulsorily the requirements of special classes of the population, or by "aid from public funds", and it is suggested as a suitable field for enquiry "what mission is imposed upon private insurance and how "far is it possible for this to still further develop alongside of national assurance?". It is obvious that such a subject cannot be treated with scientific detachment from the concrete or in such way as to evoke a merely academic discussion of the principles of political economy. Many of the nations represented in the Congress have taken action and others are contemplating doing so. It is to be anticipated therefore that the views of authors of different nationalities will in some degree reflect the dominating motives of the countries which they represent. Having regard to the widespread development of the business of assurance in Great Britain without the aid or interference of the State, it may be supposed, equally, that the attitude of representatives of this country towards the doctrine of "national insurance", if not unfriendly, will at least be critical, and that its superiority to the results of voluntary effort will have to be clearly demonstrated before the latter can be relegated to the performance of the merely subsidiary functions which seem to be assigned to them by the official note above quoted. I propose therefore to depart from the suggested range of the enquiry and instead of considering "how far it is possible" for private assurance "to still further develop alongside of national insurance" to examine the extent to which private, or as I prefer to term it, voluntary assurance has hitherto met the needs

of the people and the measure of justification that may exist for the encroachment of the State upon what has been regarded as the domain, chiefly, of individual effort.

In taking this line I propose explicitly to disagree with those who have lately advocated the enforcement upon the nation of a vast scheme of insurance as the instrument by which the funds required for the support of the State system of old age pensions may be obtained. The views of this school are briefly but significantly expressed in the following words, "The consequences (i. e. the cost of old age pensions) must be faced and they will be heavy enough in the long run to bankrupt the nation and sink the fleet unless we adopt and develop the system of complete social insurance upon a contributory basis".¹⁾ Stripped of journalistic exaggeration this sentence embodies the idea that in default of a definite provision for the liability, the cost of the new pension scheme is to be involved in a general plan of assurance under which (since premiums will be collected from the young in respect of deferred as well as current liabilities) a large amount of money will be obtained in excess of the sum required to meet the immediately emerging demands of the contributors and will be drawn upon to pay the pensions and other benefits of the old (including the present aged by whom no contribution has been made) instead of being accumulated to meet the ultimate requirements of the contributors. The plan possesses the merit of simplicity doubtless but it has disadvantages also; not only in exacting onerous contributions from the youth of the nation in exchange for no better security than a mortgage on the resources of posterity — which the present generation is not in a position to pledge — but also in involving the destruction of every existing institution for promoting thrift by the medium of assurance amongst the industrial classes. The promoters have obviously failed to gauge the forces of opposition that would be called into activity by this result of their proposals. The scheme may therefore be dismissed and I pass to the consideration of the subject in its more moderate aspects.

The contingencies which may suitably be regarded as the subject matters of general assurance appear to be

- a) Loss of income following on the death of the supporter of the family.
- b) Incapacity resulting from Old age.
- c) Incapacity resulting from sickness (whether permanent or temporary).

¹⁾ "Observer", 3rd January 1909.

d) Incapacity due to accident (whether industrial or otherwise).

e) Loss of income arising from unemployment.

I propose to discuss, in respect of each of these, firstly the extent to which the public need is or can be met in Great Britain by existing agencies, whether voluntary or national, and secondly the extent to which there is opportunity for further voluntary effort, or for the further intervention of the State.

a) *Loss of income following on the death of the supporter of the family.* It is scarcely necessary to say that so far as immediate needs are concerned the vast majority of the population are protected by the policies of industrial assurance companies or by membership of friendly societies. It is to be feared, however, that after the payment of burial expenses but little remains from the average policy and there is good reason for the belief that in the main the position of the widow and orphans of the working man is one of excessive hardship, alike depressing to the individual and economically unprofitable to the community. This circumstance has been recognised by the State so far as concerns the dependents on persons fatally injured by accidents of employment, provision being made by the Workmens Compensation Act for payment by the employer concerned of a capital sum which may amount in the maximum to £ 300. It is to be noted however, that (except in the case wherein there are no dependents) the sum payable is regulated by the wage earned by the deceased workman and not by the number of his dependents, a condition which, whilst obviously necessary in the interest of the general body of workmen, is inconsistent with the principle of the adaptability of relief to the needs of the beneficiaries. Apart from these exceptional cases there exists but little provision for widows and orphans. In the early years of the large affiliated friendly societies the *Widows and Orphans Funds* were amongst the most prominent of their undertakings, but whilst the need of ample benefits was understood the corresponding necessity for substantial contributions failed of recognition, and where these funds have not in consequence passed out of existence their objects have been so materially modified that they cannot be regarded as doing more than adding a little to the merely temporary provision made by the "death benefit" of the friendly society, or the insurance policy of the industrial office.

There is no doubt that in the ideally perfect community the workman would universally recognise the provision of an adequate maintenance for his dependents as an elementary duty and that, and what is of equal importance, his economic position would be such as to enable him to discharge that duty without the sacrifice of other

and perhaps more pressing necessities. This ideal it must be admitted is beyond anything at present attainable, and here therefore there appears to be a field in which it is conceivable that the State might usefully enter without unduly encroaching upon the domain of the existing assurance bodies.

It is not advisable for the State to assume the whole cost of providing for the maintenance of widows and orphans during the period of their dependence. Relief from public monies cannot be divested of the attribute of pauperism, however it may be sought by mere nomenclature to disguise it. To whatever extent this undesirable feature may be regarded as neutralised in the case of the aged, by the benefits conferred by an old age pension scheme it is certain that no such compensating factor can be admitted in the case of the young; no taint of pauperism should be allowed to infect the source of maintenance of the youngest and most impressionable units of the population. At the most the functions of the State in this connection should be limited to subsidising the necessary assurances to such extent as would bring them within the financial capacity of the ordinary workman and at the same time justify the interference with his personal and independent control of his earnings which is necessarily implied by any degree of compulsion. Probably the most feasible arrangement would be found in a general contribution from the age of 18 or 21 enforced by deduction from wages, or as great numbers would prefer, through the medium of contributions to the friendly societies, supplemented by grants from the State in all cases and by special aid grants in the case of those of advanced age. Should the possible diversion of contributions from existing thrift agencies to any new scheme of this kind be feared it may be contended on behalf of existing institutions that no necessity for the creation of a new fund administered by the State is involved. The data for the calculation of the requisite contributions are in the possession of or at least readily obtainable by the State, and there is no reason why approved organisations now in existence should not be utilised for the accumulation of contributions and distribution of benefits.

b) Incapacity resulting from Old age. After many years of acute controversy from which it may be said, notwithstanding the measure adopted, that no discernible basis of general agreement has emerged, Parliament has passed the Old Age Pensions Act 1908 which grants a free pension of not more than 5s per week to every person above the age of 70 possessed of less than a certain maximum income and not disqualified on other specified grounds. The pensions are first payable from 1st January 1909 and at the time of writing the initial

number of beneficiaries is not ascertained; probably however it will exceed 600,000, a number which must be considerably augmented at an early date when, in accordance with the promises of the Government, the grounds of disqualification are relaxed. No provision has been made as yet for the cost of the pensions but it is understood that no direct contributions will be demanded by the Government. This is the largest but by no means the sole provision for the support of the population in old age, though with the exception of the comparatively few annuities assured by certain friendly societies and pensions granted by trade unions, it represents the only systematized provision for old age as such. Indirectly the friendly societies generally have done something to repair the omission, hitherto, by the payment of sickness benefits to aged members. This has not arisen simply from the circumstance that physical incapacity resulting from sickness is a considerable factor in aged life, but is due also to the difficulty the Societies have encountered in discriminating between real sickness and the physical incapability of the senile period and have been led into the widespread payment of pensions under the guise of chronic sick benefit. Setting aside the questions of economic principle which are involved by the grant of free pensions — and which doubtless will assert themselves without any long delay — it may be said that the State will now do systematically and (in the long run) universally what hitherto has been accomplished partially and with much uncertainty.

The reference to the friendly societies affords me the opportunity of saying that their difficulties in respect of old age sickness are not of necessity removed by the new Act. Indeed such difficulties will be greatly increased, in the opinion of many competent judges, by the lessening of the necessity for labour resulting from the receipt of State pensions. There are in the Manchester Unity of Oddfellows alone some 30,000 members over 70 years of age and with the passing down to old age of the survivors of the large numbers of initiates in the middle years of the 19th century, the class of pensioner-members must very rapidly increase. Fortunately the Friendly Societies Act affords an elastic constitution for these bodies, and it is open to them to commute the sick pay in oldage for annuity benefits of equivalent value; and, incidentally, where unsoundness exists to rectify the position by limiting the annuities to such amounts as their actual resources will enable them to pay. Opinions differ as to the probable effects of the Old Age Pensions Act upon the maintenance of the membership of the Societies, many thoughtful observers fearing that the provision of free pensions will have a deterrent effect upon habits of thrift. Be that as it may the new Act will be bene-

ficial or otherwise to the Societies, as regards existing members, as the future regulation of their undertakings is dictated by reason or sentiment; so far, therefore, their destiny rests with themselves.

An important financial question was raised during the passage of the Act by a proposal that the free pension should be limited to persons who on 1st January 1909 were over 65 years of age and that in respect of persons under such age the State should receive contributions calculated on a 4 per cent basis and should also pay in respect of persons aged between 40 and 65 the excess of contributions over the rate equivalent to age 40. Whilst such a proposal would have enforced the doctrine "that the right way to provide for old age is by thrift, self denial and forethought in youth"¹) it would have been open to serious objections firstly in leaving the provision of a pension to the voluntary effort of the individual, secondly in requiring the accumulation of a vast pension fund with its attendant economic disadvantages and thirdly in leaving to posterity the greater part of the burden of the preferential rate of interest. To this last objection it may be said, although it is no reply so far as the principle is concerned, that at the inception of the Scheme a heavy burden would have to be assumed in respect of those then aged over 40 and that this may well be taken to excuse some departure from orthodoxy in other directions. I am not aware that any estimate was made of the relative cost at the present time and eventually, but in view of the prominence given to the proposal such figures as can be obtained are of interest. I find that (a) taking the population of England and Wales only as existing in 1901, (b) assuming that two-thirds of the population over age 21 become subscribers and (c) basing the contribution on a general mortality table deduced from recent experience and involving interest at 4 per cent, the immediate annual cost of the Scheme would be somewhat as follows:

Pensions to those now over 70 (England and Wales) say	£ 5,000,000
Grants in aid of contributions for those aged between	
41 and 65	„ 8,300,000
Total	£ 13,300,000

As no interest would have to be found at the inception of the scheme this would be the cost in the first year, but it is to be noted that the amount might be considerably increased by relaxation of the restrictions on pensions to the present aged or by increase in the

¹) Sir Edward Brabrook C. B. on "Social Insurance".

population since 1901. Such an increase has undoubtedly occurred, but for the purpose of illustration need not be considered.

As regards the eventual cost it is necessary for the purpose of framing an estimate to limit the case to that of a stationary population and to consider the period when the whole of the population now aged over 21 will have passed out of existence; when consequently the only contributions made to the pension fund will be the direct payments of the assured and all at the uniform (minimum) rate corresponding to age 21. The average annual number of births in England and Wales may be taken as 920,000 and according to the English Life Table No. 6 (deduced from the mortality experience of the years 1891—1900) this number would support a population of about $42\frac{1}{4}$ millions or roughly 30 per cent more than the population of 1901. Taking two-thirds of the population aged over 21 as assured for an annuity benefit of 5 shillings per week and paying an annual contribution of 5s. 4d. up to that age the fund or reserve required to balance the liabilities on a 4 per cent basis would be nearly £ 353,000,000. The State would be responsible for interest on this sum and the extent of its liability would be the difference between 4 per cent and the rate at which it could profitably employ the fund. What that rate might be is in great measure conjectural, but it is obvious that such a vast accumulation in the hands of one investor would exercise a profound influence upon the money markets of this and other countries probably depressing the rate of interest to an extent for which financial history affords no parallel. As a reasonable estimate it might be assumed that one half of the required interest accretions or say £ 7,000,000 per annum would represent a direct subsidy to the fund. This amount does not compare unfavourably with the charge arising immediately on the adoption of the scheme, and may be held to demonstrate that if the method of accumulation at a preferential rate of interest can be admitted the plan under consideration is as good as any that can be devised. The propriety of such vast accumulations is another matter: both on political and economic grounds grave objections present themselves.

c) Incapacity resulting from sickness (whether permanent or temporary). It seems probable from recent utterances of prominent members of the Government that an attempt will shortly be made to deal with this important subject, notwithstanding that the ground to be traversed is precisely that occupied, more or less effectively, by the friendly society system. It appears from the latest returns issued by the Registrar of Friendly Societies that excluding the collecting group (which provide industrial life assurances only) these Societies comprise

about 6,000,000 members and possess over £ 40,000,000 of accumulated funds. It is probable that the numbers include many duplicates, since amongst the registered Societies are several large railway funds and other special classes of organisation the members of which are very generally assured in the affiliated orders or elsewhere; on the other hand no cognisance is taken of the unregistered societies which are certainly a very numerous body, though financially weak, and of those persons who are assured only through the medium of trade unions. Excluding the poorest, dependent on casual employment, it may be said that the vast majority of the wage earners of the kingdom are already assured more or less effectively against sickness or accident.

It is common knowledge that the financial position of many friendly societies is unsatisfactory but the provision of pensions by the State at the age of 70 may be held to have absolved the societies from the necessity of supplying sickness benefits after this age, and there is little reason to doubt that if the sick pay and contributions were limited to the ante-pension period the position of the societies would be greatly improved and the majority would probably satisfy an actuarial test of solvency. If therefore the unassured classes — the residue of the population — were left to depend upon poor relief as heretofore, the question might be regarded as already settled by the Old Age Pensions Act and the need for further State action determined in the negative. This would not be an unreasonable view to take considering that the precise object of the community in maintaining the poor law system is the protection of the poorest from the worst consequences of indigence.

The friendly societies undoubtedly wield a considerable influence, the whole force of which will be brought to bear on behalf of their members should they be induced to agree with the principle of State aid; the probable measure of their demand may be taken to be the aid which the Government will offer to the classes at present unassured. These classes it may be said, in passing, have supplied an overwhelming proportion of the claimants under the poor law and the broad effect of State regulation of assurance will be to spread over the whole industrial population the assistance from public moneys which, however undesirable such assistance may be, has at any rate been concentrated hitherto on the least prosperous of the people.

The difficulty of enforcing a compulsory contribution from the class whose distinguishing feature is its acute poverty has doubtless presented itself to the promoters of State interference. If this difficulty notwithstanding, a system of compulsory assu-

rance is imposed upon the poorest, the friendly societies, as above indicated, will claim equivalent benefits for their members and on the assumption that they possess within themselves the power to attain soundness such assistance from the State must either lead to the assurance of greater benefits than the members have considered it necessary to secure for themselves or to the reduction of the contributions which the members have hitherto been willing to pay.

Having in view the financial weakness of many of them the point has been publicly raised as to the extent to which the State can recognise and make use of existing friendly societies in the event of a compulsory scheme being established. This obviously is an important matter. It must be claimed for the Societies that many are already thoroughly sound and as far as others are concerned it has been suggested above that by releasing themselves from the whole or some part of the obligation to provide sick pay after the age of 70 a very great number could immediately satisfy the solvency test. If this expedient should prove unacceptable or for other reasons be disregarded in the present connection the solution of the problem depends in great measure upon the extent of assistance which the State is disposed to offer. If for example a compulsory assurance of 5 shillings per week during all sickness or invalidity up to 70 years of age should be decreed, and if the State should offer a minimum contribution towards the assurances of all with such an additional contribution in the case of those over say 40 years of age as would keep the payment of the assured person down to a low maximum the income of the friendly societies would obviously be increased to a substantial extent and many Societies which at present are classed as financially unsound would emerge at once from that condition. Whatever shape the assistance might take it seems certain that if the State admitted the duty to do as much for the friendly society members as for the individuals of the unassured classes, being at the same time prepared to aid the latter to an effective extent, the result would be to place the permanent Societies generally on a sound basis. No opinion is offered as to the "dividing" Societies and others of the merely ephemeral type. Presumably these would not be recognised in any event. It is not too much to say that nothing can make them sound or worthy of perpetuation.

The leading friendly societies do not appear to welcome the prospect of compulsory assurance even if liberally aided. Whilst a State subsidy might perhaps be welcome they foresee a resulting degree of State interference with their management which they both dread and condemn; undoubtedly it will be for them to weigh the advantages and

disadvantages of any definite scheme when it is put before them, but it must be said that their present feeling is one of hostility, and of confidence in their ability to do all that is requisite in their own sphere. They ask no more than a little further protection than the law at present gives against the inefficient and not always reputable organisations which enter into unwholesome competition with them. Their case is well put by the editor of the official organ of the Manchester Unity who writes

“No man who has studied the history of these societies and their development can deny that, altogether apart from the money benefits which they have disbursed to their members in times of invalidity from sickness or accident, they have done much to mould the character of their members, to make men self-reliant, self-respecting, independent citizens. These are assets of priceless value. The nation does not exist which can afford to disregard so useful a factor in the development of national character. The nation will certainly not long exist as a living force in the world’s affairs which takes any action which will have a tendency to break down or to enfeeble these qualities in its manhood. The friendly societies may have made mistakes; there are still imperfections to be remedied; but what they are they have been made by the people themselves. They are the product of the people; they are not the outcome of a departmental bureaucracy. And therein lies their chief value in our national life. They are training men to be good citizens; they are teaching men to depend upon themselves”.

d) Incapacity due to accident (whether industrial or otherwise).

The cases of incapacity attributable to accidents of other than an industrial origin need only be mentioned as coming within the category of sickness assurance.

Industrial accidents, with which may be grouped certain diseases due to occupation causes, are dealt with by the Workmens Compensation Act which imposes liability upon the employer of the disabled workman. The question in this case resolves itself into (i) the desirability of enforcing compulsory assurance upon the employer, (ii) the desirability of setting up a *State* insurance whether of a compulsory or voluntary character.

A Departmental Committee in 1907 investigated and reported on the question whether the Post Office should provide facilities for Insurance under the Workmens Compensation Act, and in dealing with these questions I shall find it convenient to refer to this body simply as the Committee.

The subject of compulsory or voluntary assurance appears to much exercise the minds of the Trade Unions, but the point chiefly at issue does not seem to be the solvency of the employers or of the Insurance Companies which may underwrite their responsibilities. The question turns mainly upon the position of the elderly workmen and those who from physical defects or the results of previous accidents have become undesirable risks and find difficulty in obtaining employment. The complaints are too categorical and too frequent to admit of their easy dismissal as baseless yet they seem inconsistent with the statement of the Committee that "the delegates of the Companies gave a pledge "that they would be prepared to undertake the insurance of every "class of His Majesty's subjects". The truth is probably that it is entirely a question of premium and that between the competition of employers with one another, in the markets of the world, and the competition of insurance companies for the risks of individual employers the least eligible workman is thrust aside and so remains until either an increased demand for labour affords him his opportunity or he can make his willingness to accept a reduced wage effective as against the regulations of his organised fellows. In the circumstances it is perhaps not matter for surprise that the trade unions clamour for compulsory assurance, by which obviously they understand a system wherein scientific grading according to liability would be suppressed in favour of uniformity such as would render the susceptibility of particular workmen a matter of indifference to the employer. In its wider aspect the problem is a nice one involving considerations which economists might handle adequately but as to which, certainly, I make no claim to speak with authority. If the premiums are charged upon the economic "wage fund" and are in truth paid eventually by the workmen there would seem to be no valid objection to increasing the average premium at the demand of the workmen themselves. If on the other hand it is sought to place the charge on the consumer, who has a choice of markets (in many cases) and can select that one which by legislation or otherwise least hampers the cost of production the employer would seem entitled to be heard.

Proceeding to the second question, a system of compulsory assurance would seem to demand the provision of facilities for assurance with the State. Indeed the Committee in reporting against the provision of such facilities in connection with the existing law, state expressly that with "changed circumstances "(such as compulsory insurance or other legislative action) a State "system of compulsory insurance may prove desirable in the future". A State system if limited to the provision of facilities would involve

competition not only with the existing companies, but also with the mutual bodies which administer, on a non-profit basis, to the insurance needs of particular branches of industry. Such competition could only prove effective in the long run at the cost of the State. On this point the Committee say "There is apparently a general expectation amongst those in favour of Post Office action that the Post Office would charge lower rates than the Companies, or (what amounts to the same thing in another form) that it would deal in a more liberal manner with claims. It is by no means certain that this expectation could be realised except at the expense of the taxpayer". Stating the matter otherwise it may be said that a government department compelled to accept every case offered at standard rates would run considerable risk of receiving only the business which could not be placed more cheaply elsewhere under competitive conditions and it is difficult to see how a department so handicapped could transact its business except at a heavy loss. If therefore the evil complained of is so acute and so widespread as is asserted it is difficult to see how compulsory government insurance as the remedy can be averted. Such a system however might be attended by new disadvantages. Industry would be hampered by the automatic increase of premiums consequent upon the increase of claims which all past experience predicts as inevitable; and this increase might be intensified since the inducement to the adoption of mechanical or other means of protection which the present competition for insurance business affords would vanish with the disappearance of the individual assessment of risks. Increased cost of production and the diminution of care for the workpeople would seem to be the concomitants of compulsory government insurance against industrial accidents. Whatever may be said of the beneficent intention of the State it will appear to many a matter of regret that it did not regard its functions as limited to the physical protection of the workman by the regulation of the material conditions of his occupation leaving to him the duty to effect his own insurance, regarding it as the affair of himself and his trade union to see that his wages were commensurate with the total charges they had to bear.

e) Loss of income arising from unemployment. This has not until recently been proposed as a possible subject of insurance and the remarks of the President of the Institute of Actuaries in the address to the Institute with which he inaugurated the current session (and which I take the liberty of quoting in full) must I think be approved of necessity by every actuary. Mr. Hardy said "The problem of unemployment stands upon an entirely different footing to that of invalidity or old age, and prolonged and careful enquiry will be

"needed before anyone can say, not whether it is désirable, but
 "whether it is at all possible to deal with this problem on the prin-
 "ciple of insurance. We are at present almost without data; and in
 "a recent debate in Parliament the most divergent figures were given
 "as representing the numbers involved. We require a census of
 "unemployed which shall enable the facts to be so classified as to
 "show the intensity of unemployment in various districts and occu-
 "pations; how far and in what class of cases it is sporadic, periodic,
 "or chronic; and to what extent it can be assigned to various causes.
 "The trade unions are practically the only institutions which deal
 "with this question from what is virtually an insurance point of view,
 "but they represent less than 2,000.000 members, or about one fifth
 "of the persons affected, and they deal with the problem in its most
 "manageable form. Whether unemployment as a whole can be dealt
 "with upon the principle of insurance is open to very grave doubt."

I do not propose to carry the subject further. The question of
 State maintenance during unemployment (if unemployment cannot be
 dealt with by insurance as ordinarily understood) is inseparably bound
 up with that of the State regulation of labour, both of production and
 distribution and demands as a preliminary condition that the composition
 of the whole social fabric shall be regarded as open to examination
 and to criticism. Such a development of the question would carry it
 far beyond the legitimate sphere of any professional body assembled
 for the discussion of subjects of special professional interest, and I
 therefore close by expressing my entire agreement with the doubt
 expressed by the eminent President of the English Institute as to
 whether unemployment as a whole can be dealt with at all upon the
 principle of assurance.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen Versicherung und der Versicherung durch freiwillige Or- ganisation.

Von **Alfred Watson**, Nottingham.

Das Versicherungswesen hat sich in Groß-Britannien ohne staat-
 liche Einflußnahme entwickelt. Demgemäß nehmen auch die Vertreter
 dieses Landes gegenüber der Idee der staatlichen Versicherung eine
 ablehnende Haltung ein. Sie können es nicht als Grundlage der Unter-
 suchung betrachten, „inwiefern eine weitere Entwicklung der frei-

willigen Versicherung neben der öffentlichen Versicherung möglich ist“. Es handelt sich vielmehr darum, festzustellen, in welchem Umfange die freiwillige Versicherung bisher den Bedürfnissen der Bevölkerung entsprochen hat und ob, eventuell in welchem Umfange, eine Einmischung des Staates überhaupt gerechtfertigt ist. Der Verfasser wendet sich gegen einzelne in der letzten Zeit aufgetauchte Vorschläge, nach welchen die Kosten der seitens des Staates unentgeltlich gewährten Alterspensionen aus einem Fonde bestritten werden sollen, der aus den Einnahmen einer staatlichen Zwangsversicherung (Kranken-. Alters-Versicherung etc.) zu bilden wäre. Ein solches System würde den jüngeren Altersgruppen der Bevölkerung die Lasten für die den älteren zu gewährenden Vorteile auferlegen, obwohl der Staat nicht dafür einstehen kann, daß die nächste Generation, wenn die heute Jungen einmal alt geworden sind, ihnen gegenüber in gleicher Weise verfahren werden. Überdies würde ein derartiges System den Untergang aller bestehenden freiwilligen Organisationen bedeuten.

Als geeignete Objekte für die allgemeine (öffentliche) Versicherung kommen folgende Ereignisse in Betracht:

- a) Verlust des Einkommens zufolge Ablebens des Ernährers der Familie;
- b) Erwerbsunfähigkeit infolge Alters;
- c) „ „ Krankheit (dauernd oder vorübergehend);
- d) Erwerbsunfähigkeit infolge Unfalles in oder außer dem Betriebe;
- e) Verlust des Einkommens durch Arbeitslosigkeit.

Zum Punkte a) wird darauf hingewiesen, daß die Summen, welche durch Volksversicherungs-Gesellschaften und Hilfskassen (friendly societies) für den Todesfall versichert werden, relativ gering sind und keine wirkliche Versorgung der Witwen und Waisen bedeuten. Hieraus könnte möglicherweise die Berechtigung staatlicher Einflußnahme abgeleitet werden; doch ist daran festzuhalten, daß in einem solchen Falle bestimmte Beiträge fixiert werden müssen, durch deren Zahlung ein Recht auf die Versicherungsleistung erworben wird, denn — wie immer man es auch rechtfertigen mag, daß die Alterspensionen dem Staatsbudget zur Last fallen, — die Fürsorge für die Jugend darf nicht aus Mitteln bestritten werden, welchen auch nur der Beigeschmack der Armenpflege anhaftet. Die Tätigkeit des Staates dürfte sich daher höchstens auf die Subventionierung von Versicherungseinrichtungen in dem Umfange erstrecken, daß die Kosten sich auf ein für den gewöhnlichen Arbeiter erreichbares Maß reduzieren. Hiedurch könnte dieser Eingriff in das freie und unum-

schränkte Verfügungsrecht des einzelnen über sein Einkommen in gewissem Sinne seine Rechtfertigung finden.

Unter b) wird eine kurze Darstellung des durch die Old-Age-Pensions Act vom Jahre 1908 festgesetzten Systems für die Zuerkennung von Alterspensionen gegeben. Auf Grund dieses Gesetzes werden ohne Entgelt Pensionen von höchstens 5 Schilling pro Woche allen jenen Personen im Alter von über 70 Jahren gewährt, deren Einkommen ein bestimmtes Ausmaß nicht übersteigt und welche auch nicht aus anderen Gründen (Unwürdigkeit) von dem Pensionsbezüge ausgeschlossen sind; man zählt gegenwärtig mehr als 600.000 Altersrentner. Bisher wurde hinsichtlich der Bedeckung keine Vorsorge getroffen; doch erscheint es als zweifellos, daß keine direkte Erhebung von Beiträgen der Bevölkerung erfolgen wird.

Weiters wird die Wirkung des Alterspensions-Gesetzes auf die Hilfskassen gestreift. In dieser Hinsicht ist zu bedenken, daß die Zahlung der Pensionen die Kassen der Notwendigkeit enthoben hat, die Krankenversicherung über das 70. Jahr hinaus zu gewähren, hiedurch können Kassen, deren Vermögenslage bisher keine aufrechte war, mit einem Schlage in vollem Umfange saniert werden.

Was den Punkt c) anlangt, so besteht Grund zur Annahme, daß in manchen der Regierung nahestehenden Kreisen die Einführung der obligatorischen Krankenversicherung gewünscht wird, obwohl die Hilfskassen und Trade Unions auf diesem Gebiete bereits eine sehr weitgehende Tätigkeit entfaltet haben. Demgegenüber wird darauf hingewiesen, daß durch das Alterspensions-Gesetz eine Fürsorge für das Alter geschaffen und überdies die Sanierung der Hilfskassen ermöglicht wurde; es bleiben daher nur die allerärmsten Klassen der Bevölkerung unversichert, für welche wohl wie bisher im Wege der Armenpflege gesorgt werden könnte. Wenn jedoch eine Zwangsversicherung eingeführt wird, so werden die Hilfskassen für ihre Mitglieder dieselben Begünstigungen verlangen, welche die Regierung den ärmsten Bevölkerungsklassen zu gewähren bereit ist; das Ergebnis wäre daher eine beträchtliche finanzielle Stärkung der Hilfskassen. Ungeachtet der Aussicht auf eine solche Förderung sind die führenden Hilfskassen doch scharfe Gegner der Zwangsversicherung: sie perhorreszieren übereinstimmend jede Einmischung des Staates in ihren Betrieb.

Die Frage c) zerfällt in zwei Punkte. Ist es wünschenswert, 1. den Versicherungszwang für die Arbeitgeber einzuführen und 2. eine *staatliche* Zwangs- oder freiwillige Versicherung ins Leben zu rufen? Die Trade Unions sind Anhänger der Zwangsversicherung; nicht weil sie an der Zahlungsfähigkeit der Unternehmer zweifeln, sondern im

Hinblicke darauf, daß alte und mit einem teilweisen Gebrechen behaftete Arbeiter nur schwer eine Beschäftigung finden. Es scheint dieser Haltung der Trade Unions die Erwägung zugrunde zu liegen, daß im Falle der Zwangsversicherung einheitliche Prämien erhoben würden und daher dem Unternehmer die etwa bei einzelnen Arbeitern bestehende Disposition zu Unfällen gleichgültig wäre. Offenbar müßte jedoch ein solches System entweder zu einer Verminderung der Löhne oder zu einer Erhöhung der Produktionskosten führen.

Was die Einrichtung der staatlichen Versicherung anlangt, so wird der Anschauung Ausdruck gegeben, daß dies nur dann mit Aussicht auf Erfolg geschehen könne, wenn alle Unternehmer verpflichtet würden, ihre Angestellten bei der öffentlichen Anstalt zu versichern; geschieht dies nicht, dann würde der Staat, wenn er die Versicherung zu Normalprämien betreibt, nur die minderen Risiken erhalten und daher notwendigerweise mit Verlust arbeiten. Freilich würden die Nachteile einer staatlichen Zwangsversicherung nicht ausbleiben. Es ist zu befürchten, daß eine Erhöhung der Produktionskosten eintreten wird infolge des Anwachsens der Schadenansprüche und des Fehlens der Fürsorge für die Arbeiter, welche gegenwärtig durch den Wettbewerb der Gesellschaften und die sich hieraus ergebende individuelle Tarifierung der Risiken angeregt wird.

Zum Punkte c) wird bemerkt, daß der Präsident des Institute of Actuaries vor kurzem gewichtige Bedenken darüber geäußert hat, ob es überhaupt möglich ist, die Arbeitslosigkeit als ein Ganzes betrachtet, Maßnahmen auf versicherungstechnischer Grundlage zu treffen. Der Autor stimmt dieser Anschauung zu; wenn der Arbeitslosigkeit nicht auf dem Gebiete der Versicherung begegnet werden kann, so ist dieses Problem untrennbar mit der staatlichen Regulierung der Arbeitsverhältnisse und anderen bedeutenden sozialen Fragen verknüpft, deren Erörterung nicht in das Arbeitsgebiet unseres Kongresses fällt.

Relations économiques entre l'assurance sociale et l'assurance par organisation volontaire.

Par **Alfred W. Watson**, Nottingham.

En Grande Bretagne, les assurances se sont développées sans l'intervention de l'Etat, en conséquence, les représentants de ce pays observent une attitude critique envers l'idée de l'assurance sociale. Ils ne peuvent pas admettre comme objet de l'investigation „dans

quelle mesure le développement de l'assurance volontaire peut être continuée à côté de l'assurance sociale"; il faut se demander plutôt dans quelle mesure l'assurance volontaire a su satisfaire jusqu'à présent aux exigences de la population et si, en conséquence, on peut justifier du tout et, le cas échéant, sous quel rapport l'intervention de l'Etat sur le domaine de l'assurance? L'auteur s'oppose à certaines propositions soulevées récemment et suivant lesquelles les pensions libres consentis par l'Etat aux vieillards devraient être couvertes par prélèvements sur un fonds qui serait à alimenter par des contributions encaissées à la suite d'un système d'assurance obligatoire (assurance contre les maladies, assurance de pensions en cas de vieillesse etc.); un système pareil imposerait aux classes jeunes de la population des sacrifices au profits des classes plus âgées alors que l'Etat ne peut nullement garantir que, une fois les jeunes d'aujourd'hui devenus vieux à leur tour, la génération suivante se trouvera prête à maintenir l'organisation actuelle. D'ailleurs, ce système détruirait entièrement les institutions volontaires déjà établies.

Dans le cas de l'introduction d'un système d'assurance sociale, les événements suivants pourraient donner lieu à son application:

- a) Dénouement par suite du décès du soutien de la famille;
- b) incapacité par suite de vieillesse;
- c) incapacité par suite de maladie (permanente ou temporaire);
- d) incapacité par suite d'accidents (professionnel ou non);
- e) dénuement par suite de chômage.

Quant à la question a) on fait observer que les capitaux assurés en cas de décès par les assurances populaires et les caisses mutuelles de secours, sont de trop faible importance, pour garantir l'avenir des veuves et des orphelins. On pourrait donc se servir de cet argument, pour plaider avec une certaine justification en faveur de l'intervention de l'Etat. Mais d'autre part, il faudrait insister que, dans le cas de l'introduction d'un système d'assurance sociale, on établisse dès l'origine des contributions fixes dont le paiement donne droit à l'indemnité; car, puisse-t-on même s'accomoder au prélèvement des pensions de vieillesse sur le budget de l'Etat, on admettra certainement que la provenance des subsides accordés à la jeune génération doit rester loin de tout arrière-goût de charité publique. L'Etat devrait donc tout au plus subsidier les assurances dans une telle mesure que les contributions soient accomodées au budget du simple ouvrier. De cette manière l'Etat pourrait justifier son intervention, au préjudice des prérogatives de liberté et d'indépendance.

Dans la section b), le système de pensions de vieillesse introduit par la „Old age pensions Act“ de 1908 est exposé sommairement. D'après

cette loi, des pensions libres de 5/- maximum par semaine sont consenties à chaque personne ayant dépassé l'âge de 70 et dont le revenu est inférieur à un minimum fixé et qui enfin n'est pas disqualifié par des autres motifs. Jusqu'à présent on compte plus de 600.000 pensionnaires. Le question de la converture n'a pas encore été réglée, mais il est convenu qu'on ne chargera pas de contributions directes.

L'auteur se réfère ensuite aux influences de la „Old age pensions Act“ sur les caisses mutuelles de secours. Il fait observer que l'allocation des pensions de vieillesse a dispensé lesdites caisses de continuer l'assurance contre les maladies au delà de l'âge de 70. Un grand nombre de caisses qui, jusqu'à présent, n'ont pas été bien fondées pourront maintenant se retablir d'un coup.

En ce qui concerne la question c), il y a lieu de supposer qu'une partie des membres du gouvernement désirent introduire l'assurance obligatoire contre les maladies, bien que les caisses mutuelles et les trade-unions déploient sur ce champ une vive activité. On fait observer par contre que, la Old Age Pensions act garantissant le service de pensions en cas de vieillesse et renforçant la solvabilité des caisses mutuelles, ce sont seulement les classes les plus pauvres de la population qui restent encore exclus de l'assurance; cependant il ne serait guère inconvenable de laisser, comme par le passé, à l'assistance publique le soin de soutenir ces classes les plus pauvres. Si toutefois un système d'assurance obligatoire était admis, les caisses mutuelles de secours ne manqueront pas de réclamer pour leurs membres le même appui que le gouvernement aura consenti à prêter aux classes dépourvus de tous moyens. Il en résulterait un renforcement important de la situation financière des caisses de secours; mais malgré la chance de recevoir des subsides, les caisses dirigeantes sont strictement adversaires à l'organisation d'un système d'assurance sociale. Ils s'opposent, de commun accord, à tout ce qui pourrait amener une intervention de l'Etat dans leur administration.

La question d) se subdivise en deux partis. Est-il désirable 1^o de charger les employeurs par l'assurance obligatoire 2^o d'organiser un système d'assurance soit ce obligatoire ou volontaire, *exercée par l'Etat*? Les trade-unions demant l'assurance obligatoire; cette attitude est évidemment motivée non par un manque de confiance dans la solvabilité des employeurs, mais par des considérations de nature suivante: on connaît les difficultés que des personnes âgées ou partiellement incapables rencontrent, en cherchant du travail. Or, dans le cas de l'assurance obligatoire, on fixera certainement des primes uniformes et les intérêts de l'employeur ne seront donc plus touchées du tout, si l'un ou l'autre de ses ouvriers présente, par suite d'une prédisposition

quelconque, un risque supérieur en vue d'accidents. Mais, évidemment, un système pareil devra tendre ou à une réduction des salaires ou à une augmentation des frais de production.

Quant à l'organisation de l'assurance publique par l'Etat, on ne pourra s'attendre à un succès que dans le cas où tous les employeurs seront tenus à couvrir la totalité de leurs risques auprès du Département d'assurance; sinon, l'Etat operant à primes normales n'obtiendrait que l'assurance des risques de second ordre: cette industrie devrait en tout cas produire des résultats défavorables. En tout cas, l'assurance obligatoire exercée par l'Etat présente certains désavantages. Il y a lieu de craindre qu'elle amènera une augmentation des frais de production, ou le nombre supérieur de prétentions d'indemnité d'un côté et de l'autre la diminution des mesures protectrices en faveur des ouvriers qui jusqu'à présent ont été animées par la concurrence des Compagnies et par la prime individuelle des risques différents.

Passant enfin à la question e), le Président de l'Institute of Actuaries a prononcé récemment des doutes importants sur la possibilité d'envisager le problème du chômage dans sa totalité au point de vue actuariel. L'auteur déclare que cette opinion est également la sienne; si le problème du chômage ne peut pas être tranché du côté de l'assurance, il est étroitement lié avec les devoirs de l'Etat en vue de l'organisation du travail et avec divers autres problèmes économiques de haute importance dont la discussion n'entre pas dans la compétence du présent Congrès.

Relazioni economiche fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione dovuta ad organizzazione volontaria.

Alfredo W. Watson, Nottingham.

Nella Gran Bretagna le assicurazioni si sono sviluppate senza l'intervento dello Stato. Ne viene di conseguenza, che i rappresentanti di questo paese osservano un'attitudine piuttosto critica di fronte all'idea dell'assicurazione sociale. Essi non possono ammettere, quale tema di studio, di occuparsi "della misura in cui lo sviluppo dell'assicurazione *volontaria* possa venir continuato al fianco dell'assicurazione *sociale*". Occorre chiedersi piuttosto, in quale misura l'assicurazione volontaria abbia saputo soddisfare sin qui alle esigenze della popolazione e se, di conseguenza, si possa giustificare del tutto — ed

in caso affermativo sotto qual rapporto — l'intervento dello Stato nel dominio delle assicurazioni. L'autore s'oppone a certe proposte state sollevate di recente, secondo le quali le pensioni libere consentite dallo Stato ai vecchi dovrebbero venir coperte con prelevamenti su un Fondo che sarebbe da alimentarsi mediante contributi incassati con un sistema d'assicurazione obbligatoria. Un sistema simile accollerebbe alle classi giovani della popolazione dei sacrifici a profitto delle classi più anziane, — mentre lo Stato, d'altra parte, non potrebbe affatto garantire che — divenuti i *giovani* d'oggi alla loro volta *vecchi* — la generazione successiva si troverà disposta a conservare l'organizzazione attuale. Del resto un tale sistema distruggerebbe intieramente le istituzioni volontarie già stabilite.

Nell caso dell'introduzione d'un sistema d'assicurazione *sociale*, potrebbero dar luogo alla sua applicazione le eventualità seguenti:

- a) Indennizzo in seguito a decesso della famiglia;
- b) invalidità in seguito a vecchiaia;
- c) invalidità in seguito a malattia (cronica o passeggera);
- d) invalidità in seguito ad infortunio (professionale od extraprofessionale);
- e) indennità in seguito a disoccupazione.

Quanto al punto a) l'Autore osserva che i capitali assicurati in caso di decesso dalle assicurazioni popolari e dalle Casse di Mutuo Soccorso sono d'importanza troppo scarsa per garantire l'avvenire delle vedove e degli orfani. Si potrebbe servirsi dunque di questo argomento in favore dell'intervento dello Stato. Ma d'altra parte occorrerebbe insistere sul punto che, nel caso dell'introduzione d'un sistema d'assicurazione sociale, si stabiliscano sin dall'inizio dei contributi fissi, il cui pagamento dia diritto ad indennità. Poichè, anche se ci si potesse accomodare all'idea del prelevamento delle pensioni di vecchiaia sul Bilancio dello Stato, si dovrà certamente ammettere che la provenienza di sussidi accordati alla giovane generazione deve restar lontano da ogni parvenza di carità pubblica. — Lo Stato dovrebbe quindi, tutt'al più, sussidiare le assicurazioni in misura tale, che i contributi venissero ad essere in proporzione con il bilancio del semplice operaio. In questa maniera lo Stato potrebbe giustificare il suo intervento, nocivo però sempre alle prerogative di libertà e di indipendenza.

Quanto al punto b), viene sommariamente esposto il sistema di pensioni di vecchiaia stato introdotto dal „*Old Age Pensions Act*“ del 1908. Secondo questa Legge, delle pensioni libere di 5 sh al massimo per settimana vengono consentite ad ogni persona che abbia superato l'età di 70 anni, il cui reddito sia al di sotto di un dato minimo e che non sia stata squalificata per altri motivi. Attualmente si annoverano già

più di 600.000 pensionati. La questione della „copertura“ non è stata ancora regolata, — ma è cosa già convenuta che non ne verranno aggravate le imposte dirette.

L'Autore si occupa poi dell'influenza che l'„*Old Age Pensions Act*“ esercita sulle Casse di Mutuo Soccorso. Egli fa osservare che la concessione delle pensioni di vecchiaia ha dispensato le Casse in parola dal continuare l'assicurazione malattie al di là dei 70 anni d'età. Così molte di queste Casse, che fino adesso si trovavano ad essere non ben fondate ed in situazioni precarie, potranno ora rimettersi di colpo.

Quanto al punto c) vi è motivo di supporre che una parte dei membri del Governo desideri di introdurre l'assicurazione obbligatoria contro le malattie, quantunque le Casse di Mutuo Soccorso e le *Trade-Unions* spieghino in questo campo una grande attività. — Si fa cioè osservare che, dal momento che l'„*Old Age Pensions Act*“ garantisce il servizio delle pensioni in caso di vecchiaia, rinforzando in pari tempo la solvibilità delle Casse di Mutuo Soccorso, — sono soltanto le classi più povere della popolazione quelle che restano ancora escluse dall'assicurazione. Ciò nonostante sarebbe forse più conveniente di lasciare, come in passato, alla *beneficenza pubblica* la cura di assistere queste classi più povere. Se tuttavia venisse per essere ammesso un sistema d'assicurazione obbligatoria, le Casse di Mutuo Soccorso non mancherebbero di reclamare anche pei loro membri il medesimo appoggio, che il Governo avrà consentito di prestare alle classi sprovviste d'ogni mezzo. Ne risulterebbe un importante rinforzo della situazione finanziaria delle Casse di Mutuo Soccorso; ma malgrado questa possibilità di ricevere dei sussidi, le Casse che hanno più voce in capitolo sono oggidì assolutamente contrarie all'organizzazione d'un sistema d'assicurazione sociale. Esse si oppongono poi unanimi a tutto ciò che potrebbe condurre ad una ingerenza dello Stato nelle loro amministrazioni.

Quanto al punto d) lo si può scindere in due parti. È desiderabile: 1. di aggravare i *padroni* con l'assicurazione obbligatoria? 2. di organizzare un sistema d'assicurazione, sia obbligatoria o volontaria, *esercitata dallo Stato*? Le *Trade-Unions* domandano l'assicurazione obbligatoria: questa attitudine è evidentemente motivata, non da una mancanza di fiducia nella solvibilità dei *padroni*, ma bensì da considerazioni del genere che segue: Sono note le difficoltà in cui si imbattono persone anziane, o parzialmente invalide, quando cerchino lavoro. Ora nel caso dell'assicurazione obbligatoria si fisseranno certamente dei premi uniformi e gli interessi del padrone non saranno toccati affatto dalla circostanza che l'uno o l'altro dei suoi operai, in seguito ad una predisposizione qualsiasi, presenti un rischio „infortuni“ più elevato del normale. Ma evidentemente un sistema simile dovrà pur

condurre, o ad una riduzione dei salari, o ad un aumento del costo di produzione.

Quanto all'organizzazione dell'assicurazione pubblica a mezzo dello Stato, un successo non sarà da attendersi che nel caso in cui *tutti i padroni* saranno obbligati a coprire la totalità dei loro rischi presso il „Dipartimento d'Assicurazione“. Altrimenti lo Stato, operante a premi normali, non otterrebbe che l'assicurazione dei rischi di second'ordine e questa industria finirebbe con il dare dei risultati enormemente sfavorevoli. In ogni caso l'assicurazione obbligatoria esercitata dallo Stato presenta sempre certi svantaggi. Vi è cioè fondato motivo di ritenere che l'assicurazione in parola condurrà ad un aumento delle spese di produzione, dato il numero sempre maggiore delle pretese di risarcimento da una parte e data, dall'altra, la diminuzione nelle misure di cautela a favore degli operai, state richieste sin qui dalle Compagnie e state provocate pure dalla tariffa individuale *diversificata* dei differenti rischi.

Quanto al punto *e)* il Presidente dell'*Institute of Actuaries* ha espresso recentemente dei dubbi assai importanti sulla possibilità di trattare il problema della disoccupazione (*chômage*), nella sua interezza, dal punto di vista attuariale. L'Autore dichiara d'essere anch'esso della stessa opinione. Se questo problema dello *chômage* non è passibile di soluzione dal punto di vista assicurativo, esso è d'altra parte strettamente connesso alle questioni dei doveri dello Stato in punto organizzazione del lavoro e ad altre questioni economiche della più alta importanza, la cui discussione non rientra nella competenza del nostro Congresso.

V. — D.

Rapporti economici fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata.

Comm. Dott. **Vincenzo Magaldi**, Roma.

Prima di esporre quali siano ed in qual modo si svolgano i rapporti economici fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata, è necessario conoscere che cosa si debba intendere per assicurazione sociale e quale ne sia il contenuto economico. Dell'assicurazione privata che precede nel tempo la sociale, tutti conoscono il fondamento giuridico ed economico e basterà accennare alle più recenti sue applicazioni.

Innanzitutto giova affermare il principio che non è caratteristica essenziale della assicurazione sociale la obbligatorietà di essa, neppure se vi sia o meno l'intervento dello Stato. La evoluzione storica dell'assicurazione sociale nel tempo e nello spazio dimostra chiaramente che essa si è affermata dove col sistema della coazione, dove con quello della libertà e dove con l'altro della libertà sussidiata. Nè lo Stato sempre ed in tutte le forme dell'assicurazione sociale interviene. Dobbiamo quindi cercare in altri elementi la fisionomia caratteristica dell'assicurazione sociale e questi elementi a noi fornisce la storia.

Gli elementi essenziali sono due: le classi di persone a favore delle quali l'assicurazione funziona; la natura del danno che è destinata a risarcire. Le classi di persone a favore delle quali è volta sono, in generale, le classi lavoratrici, sono cioè coloro che traggono il loro sostentamento dal lavoro manuale. Nè questa norma trova confutazione nel fatto sporadico di applicazioni della assicurazione sociale anche a determinate classi della media e piccola borghesia: il fondamento giuridico ed economico dell'assicurazione sociale sta nella qualità del reddito di cui dispone una determinata classe di cittadini, reddito che viene meno quando per una causa qualsiasi, si sospende o cessa la potenzialità del lavoro. Intimamente connesso con la natura delle classi sociali cui provvede l'assicurazione è l'altro elemento della qualità

del danno che l'assicurazione con equi risarcimenti compensa. Le cause involontarie che sospendono od annullano la potenzialità di lavoro sono la disoccupazione, la malattia, sia essa effetto di comuni condizioni morbose, sia d'infortunio sul lavoro, la invalidità precoce, anch'essa derivata da morbi comuni o da infortuni, la vecchiaia.

Il contenuto economico dell'assicurazione sociale non differisce gran fatto da quello dell'assicurazione privata. Siccome il risparmio individuale non è sempre possibile, segnatamente nelle classi medie a reddito fisso o assai lentamente aumentabile, o, se anche possibile, non è sufficiente a sopperire, quando viene meno la fonte del reddito, cioè il lavoro, ai bisogni della vita, si è sentita la necessità dell'assicurazione, alimentata essenzialmente dalla virtù della previdenza e della mutualità e tanto più favorevolmente operante in pro degli associati quanto più grande, sotto determinate condizioni, il numero di essi. Talchè si può dire che nelle assicurazioni sociali, come nelle private, impera la legge dei grandi numeri. E giustamente lo Schmoller nei suoi *„Lineamenti d'Economia Nazionale generale“* osserva che „quello che ha maggiormente bisogno dell'assicurazione contro i casi di malattia, di invalidità, ecc. è il moderno ceto degli operai salariati puramente in danaro“. E „molta altra gente minuta, manovali, lavoratori in casa, artigiani, piccoli coltivatori, dipendono sempre più da entrate in danaro variabili e solo l'assicurazione dà alla loro vita una certa sicurezza“.

La svolgimento delle assicurazioni sociali nel tempo ed una più precisa nozione dei rapporti di causalità hanno poi dimostrato, che non si provvede convenientemente al minimo della esistenza nei casi di malattia e più ancora in quelli della invalidità assoluta e della vecchiaia coi mezzi apprestati esclusivamente dal risparmio del lavoratore, nè sempre è giusto che questo, anche potendo, ne abbia esclusivamente l'onere. E quindi è intervenuto l'elemento integratore del patronato e degli enti pubblici. Nella classe delle assicurazioni sociali possiamo bensì comprendere tutta la varia famiglia delle istituzioni mutualiste e di previdenza (Società di Mutuo Soccorso, Casse Malattie, ecc.) alimentate esclusivamente dalle contribuzioni degli associati e qualche volta con gli aiuti dello Stato. Siamo però nel primo stadio, se non pure in una forma intermedia delle assicurazioni sociali. Si può anche ammettere che l'assicurazione operaia sia passata nei suoi primordi attraverso il sistema della formazione di associazioni di diritto privato e della libera associazione presso società di carattere speculativo, fondate sul diritto generale delle associazioni e delle assicurazioni di ciascun paese. Ma furono tosto avvertite le manchevolezze del sistema ed, a misura che penetrava nel diritto pubblico moderno il concetto della solidarietà sociale, si venne alla costruzione del sistema della

previdenza integrata. Per gli infortuni sul lavoro, la cui assicurazione pesa quasi pertutto sulla industria, l'intervento di questa trova ragione nel principio del rischio professionale. Per le malattie le condizioni speciali di ambiente e di lavoro cui soggiacciono gli operai, le quali favoriscono la frequenza e la intensità dei morbi, combinate con la scarsa potenzialità economica della famiglia del lavoratore, conducono a legittimare l'intervento del padrone nel versamento dei contributi occorrenti per assicurare la cura e la somministrazione dei medicinali gratuite ed il sussidio pecuniario per gli alimenti. Per la invalidità e la vecchiaia in modo prevalente, la difficoltà nelle classi lavoratrici di provvedere esclusivamente coi mezzi di cui dispongono ad assicurarsi una pensione adeguata ai bisogni, reclama l'intervento del padrone e quello dello Stato.

E qui conviene subito dichiarare che il sistema delle pensioni di vecchiaia, accolto dalla Danimarca, dall'Australia e recentemente dall'Inghilterra, non può e non deve essere considerato come sistema di assicurazione sociale. Quel sistema è assolutamente contrario al principio dell'assicurazione. Quivi è lo Stato esclusivamente che con le risorse del suo bilancio provvede al servizio delle pensioni di vecchiaia a tutti i cittadini che, raggiunta una determinata età, abbiano un reddito personale non superiore ad una determinata somma. Si fa quindi completa astrazione da una organizzazione di assicurazione e ci troviamo in presenza di una vera e propria assistenza pubblica, la quale ha assai scarso contenuto economico ed è molto dubbio che abbia influenza educatrice.

Dal sin qui detto risulta un'altra differenza caratteristica fra l'assicurazione sociale e la privata: quella traendo principalmente alimento dalla previdenza integrata.

Altra caratteristica dell'assicurazione sociale sta nell'intima connessione fra le varie specie di essa, segnatamente nelle forme delle malattie, degli infortuni, della invalidità e vecchiaia. L'infortunio cagiona una malattia di più o meno breve o lunga durata (invalidità temporanea), conduce alla invalidità permanente, parziale od assoluta. E quindi, mentre le tre forme d'assicurazione, come accade oggi in Germania, l'una accanto all'altra, senza essere collegate ed armonizzate fra loro, costano più di quanto dovrebbero, lavorano in parte l'una contro l'altra e cercano di scaricarsi l'una sull'altra le spese, quando fossero condotte ad unità di metodo e di funzioni, quando ciascuna di esse operasse come integrazione delle altre, risulterebbero vantaggi finanziari non lievi con grande giovamento dell'economia nazionale, si indurrebbe una maggiore regolarità e speditezza nel servizio e forse si giungerebbe ad eliminare gran parte delle simulazioni che pertur-

bano le stesse basi tecniche dell'assicurazione. La unificazione dei vari rami di assicurazione sociale ha formato oggetto di studi profondi e di dotte discussioni nei Congressi Internazionali. E l'Austria si è messa decisamente sulla buona via con un disegno di legge che è dinanzi al Parlamento.

Delineati così la essenza ed il contenuto economico dell'assicurazione sociale, chiaro risulta che non valgono a mutarne la fisionomia, nè i metodi coi quali si svolge, nè gli organi che la esercitano. Si può ammettere che gli uni e gli altri esercitino influenze secondarie sulla economia pubblica e possano conferire maggiore o minore efficacia al suo funzionamento, ma l'assicurazione sociale nei suoi elementi costitutivi rimane quella che è, come abbiamo più sopra accennato. Così noi vediamo nella successione del tempo e nei vari paesi, che l'assicurazione sociale ora si svolge col principio della libertà (previdenza libera), ora con la costrizione della legge (previdenza obbligata). Qui non vogliamo affermare in modo assoluto quale delle due forme sia la più efficace. In alcuni paesi ed in tempi determinati il sistema della libertà, specialmente se sussidiata, ha dato buoni frutti; altrove meno copiosi e qualche volta affatto scarsi. E chi ha veduto i buoni risultati o, senza attenderli, si è ispirato agli alti ideali della dignità umana, ha ricercato nella previdenza spontanea una forza educatrice di primo ordine ed un poderoso strumento di elevazione morale. Altri invece, di fronte agli insuccessi di quella, o guidati dalla persuasione che negli strati inferiori della popolazione a scarsa mentalità, sia difficile far penetrare il sentimento della responsabilità sociale, trovano nella previdenza obbligata gli elementi di una più efficace educazione delle masse all'esercizio di questa preziosa virtù. Lo *Schmoller* è di questa opinione; egli nell'opera citata dice: „Senza la costrizione legale non si avrebbero i grandi risultati che si sono ottenuti; la costrizione ha o può avere il suo lato educativo. Essa non trasforma così rapidamente l'assicurato nel riguardo psicologico ed economico, ma abbraccia molte più persone e, alla lunga, purchè sia bene organizzata, agisce pur sempre su di esse“.

Così come dei metodi di applicazione, si può dire che la natura degli organi che esercitano la assicurazione sociale non esplica alcuna influenza perturbatrice sulla essenza economica di essa. Anche qui la storia ci ammaestra: Società private, Associazioni o Corporazioni di diritto pubblico, Enti morali, Stato, a volta a volta hanno assunto e tengono tuttora questo ramo d'assicurazione. Anche nel sistema della assicurazione obbligatoria vediamo le due forme: la libera scelta dell'Istituto assicuratore da una parte, l'Istituto di Stato o la Corporazione professionale o regionale coatta dall'altra. Non è qui il luogo di

esaminare quale delle due forme sia preferibile; le opinioni sono diverse, anche esse derivate dove dagli insegnamenti della esperienza, dove da preconcezioni dottrinali.

* *

Gran parte dei caratteri distintivi dell'assicurazione privata si desume, per via di esclusione, da quelli che abbiamo indicati dell'assicurazione sociale. L'assicurazione privata, figliuola anche essa della previdenza, esclude in modo assoluto il concetto della integrazione, non ha alcun rapporto col principio della solidarietà sociale, trae alimento esclusivo dal risparmio individuale, è operativa a favore di tutte le classi sociali.

Le sue origini sono più antiche dell'assicurazione sociale: vediamo in Inghilterra le prime Società per provvedere alla sorte delle vedove e degli orfani e quelle per l'assicurazione sulla vita dal 1696 al 1721; altrove nella prima metà del secolo decimonono. Essa è dove più dove meno sviluppata, dipendentemente dalle sue più o meno remote tradizioni, dal grado di perfezionamento raggiunto nell'ordinamento matematico ed amministrativo, dal maggiore o minor grado di ricchezza dell'ambiente sociale nel quale opera. Si può affermare, senza timore di errare, che il suo progresso è precisamente determinato ovunque dalla sua crescente importanza economico-morale e dall'elevamento graduale del tenore di vita generale, al quale essa pure contribuisce con non dubbia efficacia. Sempre più agili ed oculati diventano i suoi organi, sempre più varie le sue forme. Quest'ultima circostanza è, anzi, la caratteristica preminente del suo sviluppo.

L'assicurazione privata, a differenza della sociale, abbraccia le persone e le cose — e questa seconda forma ha un contenuto ed una importanza economica di primo ordine, poichè l'assicurazione contro i rischi da cui sono minacciate le cose (grandine, incendi, disastri marittimi ecc.) attenua grandemente le conseguenze di quelle non sempre prevedibili perturbazioni nel campo della produzione economica.

Limitando il discorso alla assicurazione-vita in senso lato, noi vediamo che al nucleo classico delle rendite vitalizie e delle assicurazioni in caso di morte si sono nel progresso del tempo aggiunte le altre forme dell'assicurazione contro le malattie, le disgrazie accidentali, l'invalidità e così via, e nuove forme si prospettano nel prossimo avvenire. Il contenuto dell'assicurazione privata non deriva da aprioristica e quindi più o meno arbitraria definizione, ma è per sua essenza storico e perciò sempre più ricco. E questa è la evoluzione di un organismo che possiede una intrinseca energia di sviluppo progressivo. E gli studi teorici seguono in parte ed in parte precedono ed age-

volano le fasi successive. La teoria della mortalità, in grazia del prezioso ausilio della statistica e del calcolo, è stata portata a grado di rara perfezione. mentre ancora rudimentali possono dirsi, per taluni rispetti, la teoria della morbidità, quella della invalidità e di altri momenti demografici, cioè le teorie delle attuali zone-limiti nelle quali si accentua il divenire dell'assicurazione.

Allo stesso modo che l'assicurazione sociale, l'assicurazione privata non muta la sua indole tecnica, nè la sua finalità economica, se esercitata da imprese private o da enti pubblici. Si può persino ammettere che essa diventi funzione di Stato; e non mancano i sostenitori di questa tesi, fondata sul principio che l'atto più squisito della previdenza umana non possa nè debba formare oggetto di speculazione da parte della industria privata.

* *

Delineati molto sommariamente i caratteri distintivi dell'assicurazione sociale e della privata, diremo brevemente dei rapporti economici fra le due forme.

Si può dire che l'assicurazione sociale sia un organismo creato per sopperire a deficienze locali e transitorie. Essa è destinata a sostituire l'assistenza legale e deve necessariamente far scomparire alcune forme della beneficenza pubblica. Essa sorge per questo a difesa delle classi lavoratrici, di quelle segnatamente che sono occupate nella grande industria, le quali, per difetto di educazione economica e di scurchezza di mezzi in genere e di spirito di previdenza in ispecie, non trovansi aggreimate in sodalizi mutui saviamente ordinati e funzionanti. Sorge a proclamare diritti e doveri di solidarietà fra le varie classi sociali e, lungi dall'inasprire gli interessi apparentemente ed immediatamente antagonistici delle une e delle altre, li compone in armonia superiore. Sorge dove l'assicurazione privata è poco diffusa, o solamente operante fra le classi medie e superiori. E si può anche dire che, quando si palesi nella orma semplice e vigorosa dell'obbligatorietà assoluta, intende a condensare in breve periodo di tempo una evoluzione che è necessariamente lenta quando agisce all'ombra della libertà. Si propone infine l'attuazione di un programma finanziario minimo e favorisce la produzione di assicurazioni supplementari o complete, che possono essere esercitate col sistema dell'assicurazione privata. L'assicurazione degli operai per pensioni di invalidità o di vecchiaia, quella in caso di morte degli operai a favore delle vedove e degli orfani, assicurazioni sociali perchè integrate, esercitano una influenza salutare sulle classi affini, che sono però ad un livello più alto nella scala sociale e le spinge, con lo stimolo dell'esempio e dei vantaggi conseguiti, a prati-

care forme analoghe di assicurazione, magari col mezzo degli stessi organi che intendono all'assicurazione sociale.

Si può persino fare la ipotesi che in uno stadio di civiltà molto evoluta, in una condizione di ricchezza equamente distribuita fra i cittadini, assunto da tutti l'abito dell'assicurazione, entrata questa a far parte del patrimonio di tutti, l'assicurazione sociale non abbia più ragione di essere e ceda il campo all'assicurazione privata, come l'assistenza e la beneficenza lo avevano ceduto all'assicurazione sociale.

Le due forme di assicurazione non sono dunque opposte l'una all'altra, ma si completano a vicenda, con vantaggio immediato più o meno grande e con vantaggio prospettivo sicuro per il ricrescente sviluppo dell'assicurazione privata. L'assicurazione sociale promana da un'alta funzione di tutela delle generazioni presenti e delle future; per essa è agevolata l'ascensione economica di numerose classi inferiori, si diffonde la nozione della energia redentrice insita negli atti abituali di risparmio e si promuove per ciò il desiderio di assicurazioni supplementari. Tutto ciò conduce al rinvigorimento della compagine economica della intera nazione, il quale a sua volta favorisce la intensificazione della funzione dell'assicurazione privata.

Non sembrano questi argomenti dettati da puro ottimismo, o dal diletto di esercitazioni retoriche. Certamente non ogni concezione ottimista del mondo risponde in tutto alla realtà, spesso aspra e confusa, come del resto discorde dalla realtà è ogni concezione pessimista. Ma la prima è patrimonio dei forti e porge in certa guisa elementi di successo in quanto favorisce le sane energie, sorregge e conforta nella rude lotta per il progresso dei popoli.

* * *

I compiti che all'assicurazione privata derivano dal funzionamento dell'assicurazione sociale sono, a mio modo di vedere, i seguenti:

A. Fuori dell'ambito delle leggi sociali, cioè all'infuori delle classi di persone tassativamente contemplate da queste, intensificare l'azione, promuovendo specialmente le forme d'assicurazione che più da vicino interessano le classi contigue; ad esempio:

1° l'assicurazione in caso di morte per gli artigiani o piccoli proprietari, per i modesti impiegati, per i domestici, ecc. senza visita medica o con visita ridotta e con premi frazionati notevolmente;

2° l'assicurazione dotale per somme piccole;

3° l'assicurazione di rimborso od a termine fisso, sempre per piccole somme, che toglie ogni alea all'accumulazione, con determinato saggio di interesse, dei piccoli ed irregolari risparmi;

4^o l'assicurazione scolastica, che è campo di efficace educazione economica, e coltivazione di vivai per le forme superiori;

5^o le assicurazioni con premi periodici crescenti (evitata, ben s'intende, la eventualità di riserve matematiche negative), le quali si presentano particolarmente utili per le economie nascenti: ad esempio, per i giovani da poco usciti dalla scuola e capaci soltanto di sottili risparmi;

6^o forme popolari opportune, in cui l'assicurazione è associata al credito. Senza parlare del credito fondiario, il credito forestale minuto è osteggiato dal lungo periodo di tempo (un ventennio al minimo), che deve trascorrere prima che le novelle foreste siano redditizie. Si può immaginare che i capitali prestati ai coltivatori di foreste siano i premi periodici da altri versati per l'assicurazione di rendite differite; e quindi le rendite sono poi pagate con le quote, parimenti differite, che verseranno i mutuatari traendole dai tagli regolari delle loro foreste.

B. Nell'ambito delle leggi sociali, offrire assicurazioni supplementari alle classi economicamente più vigorose o meno deboli fra le protette, attenuare o togliere gli inconvenienti che dalle uniformità legislative discendono nella grande varietà di condizioni locali, esercitare la funzione di riassicurazione ovunque sia consentita.

Queste indicazioni dei compiti dell'assicurazione privata, le quali meriterebbero ciascuna una trattazione speciale, nelle provincie più vicine all'assicurazione sociale, dimostrano chiaramente che la prima non solo può svolgere indisturbata la sua azione nei domini nei quali non esercita nè può esercitare alcun impero l'assicurazione sociale, ma può anche, nel momento storico presente, venire in ausilio di questa con istituti suppletivi e completivi.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen und der privaten Versicherung.

Von Dr. Vincenz Magaldi, Rom.

Der Verfasser erörtert zunächst die charakteristischen Eigenschaften der beiden Versicherungsklassen. Für die Sozialversicherung ist weder jenes Moment charakteristisch, ob die Versicherungspflicht ausgesprochen wird, noch auch dasjenige, ob diese Versicherungsklasse durch eine staatliche Intervention geschaffen wurde oder nicht. Essentiell ist für diese Versicherungsklasse der Personenkreis, für welche dieselbe geschaffen wurde, und die Natur derjenigen Schäden, welche einen

Entschädigungsanspruch begründen. Die soziale Versicherung umfaßt im allgemeinen Arbeiterkreise, d. h. jene Leute, deren Einkommen kleiner wird oder versiegt, wenn ihre Arbeitskraft zeitweilig oder gänzlich erlischt. Hieraus folgt auch die Natur derjenigen Schäden, für deren Entschädigung die soziale Versicherung vorzusorgen hat: diese sind die Arbeitslosigkeit, die Krankheit und die Invalidität, bezüglich der beiden letzteren ohne Rücksicht darauf, ob dieselben aus gewöhnlichen Ursachen oder durch Unfall entstanden sind.

Der Inhalt der sozialen Versicherung unterscheidet sich nicht bedeutend von dem Inhalte der privaten Versicherung. Da jedoch das individuelle Sparen in diesen Kreisen nicht immer möglich ist und, selbst wenn es im allgemeinen möglich wäre, in denjenigen Zeiten, da der Versicherungsfall eingetreten ist, dennoch undurchführbar ist, mußte der Versicherungsgedanke entstehen und es wurde auch erkannt, daß die Lasten dieser Versicherung nicht dem Arbeiter allein aufgebürdet werden dürfen. Die soziale Solidarität hat dazu geführt, daß die Lasten dieser Versicherung zwischen den Arbeitern, den Unternehmern und dem Staate geteilt werden. Diejenigen Altersversorgungen, welche in Dänemark, Australien und England eingeführt wurden, sind keine Versicherungen, weil der Staat dieselben ausschließlich aus eigenen Mitteln leistet.

Ein charakteristisches Moment der sozialen Versicherung besteht auch darin, daß die Schäden, gegen welche sie schützen soll, in einem innigen Konnex miteinander stehen. Der österreichische Vorgang, welcher die Vereinheitlichung der sozialen Versicherung bezweckt, kann somit als der richtige Weg bezeichnet werden.

Die Form, in welcher die soziale Versicherung betrieben wird, ist irrelevant; ob für die Unterstützten freie Versicherung oder Zwangsversicherung einzuführen ist, richtet sich nach den Umständen. Die freie Versicherung hat auch gute Resultate geliefert und erblicken viele in derselben ein mächtiges Hilfsmittel der moralischen Erziehung. Andere erwarten sich allerdings nur von der Versicherungspflicht gute Erfolge. Auch das ist nebensächlich, wer die soziale Versicherung betreibt, ob private Unternehmungen, Vereinigungen oder Korporationen, moralische Körperschaften oder der Staat.



Die private Versicherung schließt ihrem Grundgedanken nach jede Ergänzung der Prämie durch andere aus. Sie hat gar nichts mit dem Gedanken der sozialen Solidarität zu tun und wird ausschließlich durch individuelle Ersparnisse alimentiert. Die private Versicherung

ist viel älter als die soziale, ihre Entwicklung hängt mit der allgemeinen kulturellen Entwicklung zusammen. Sie umfaßt neben der Personenversicherung auch die Sachversicherung, was von wirtschaftlicher Bedeutung ersten Ranges ist. Die private Versicherung erweitert ihr Arbeitsgebiet immer mehr und mehr. In ihr hat auch die Entwicklung der Theorie eine hohe Bedeutung, weil dieselbe einen befruchtenden Einfluß auf die Entwicklung der privaten Versicherung selbst ausübt. Auch bei der privaten Versicherung ist es irrelevant, wer dieselbe betreibt, und selbst eine Verstaatlichung würde an ihrem Charakter nichts ändern.

* *

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der sozialen und der privaten Versicherung ergeben sich daraus, daß die soziale Versicherung die Wohltätigkeit ersetzen und einige Formen derselben verschwinden lassen soll. Die soziale Versicherung ist dort notwendig, wo der Gedanke der privaten Versicherung noch nicht eingedrungen ist. Die soziale Versicherung ist für die private Versicherung nützlich, weil sie durch das Beispiel auch auf jene Kreise wirkt, die in dieselbe nicht einbezogen, aber durch sie zur privaten Versicherung angespornt werden. Es dürfte die Zeit kommen, wann die Notwendigkeit der sozialen Versicherung ebenso aufhören wird, wie sie die Wohltätigkeit verdrängt. Die beiden Versicherungsklassen sind also nicht im Gegensatze zueinander. Der privaten Versicherung erwachsen aber durch die soziale auch Aufgaben und zwar außerhalb derselben, insbesondere der Betrieb der kleinen Versicherung in ihren verschiedensten Formen, wie Todesfall-, Aussteuer-, Schul-Versicherung, Versicherung zu steigenden Prämien und andere populäre Formen, und innerhalb der sozialen Versicherung die Ergänzungen von deren Leistungen durch private Ersparnisse der Arbeiterkreise. In ihrem eigentlichen Arbeitsgebiet wird jedoch die private Versicherung von der sozialen überhaupt nicht gestört.

The economic relations between national assurance and assurance by private (unofficial) companies.

By Dr. Vincent Magaldi, Roma.

The author exposes at first the characteristic qualities of both systems of insurance. Social insurance is defined neither by legal compulsion, nor by State interference; its distinctive features are given

by the class of persons to be protected and by the nature of claims which entitle to indemnities. Social insurance refers generally to the working classes, i. e. to persons who lose the whole or a part of their income, when their working faculty is temporarily or permanently extinguished. Consequently, the claims to be covered by social insurance are due to special causes, viz: unemployment, sickness and invalidity, the two latter resulting from accidents or otherwise.

As to their substance, social and private insurance are not much different. However, as individual saving is not always possible and besides infeasible in the times of happening of the insured events, the idea of insurance was evidently brought into action. On the other hand, it has been recognized that the costs of insurance cannot be sustained in their totality by the insured workmen; social solidarity has performed the requirement that the costs of insurance are divided among workmen, employers and the State. Old age pension laws in Denmark, Australia and England are no true insurance regulations, as pensions are fully covered by the State from public funds.

It is another characteristic moment of social insurance that the claims to be indemnified are closely connected with each other. The Austrian system tending towards unification of social insurance, is therefore to be considered as most recommendable.

The form of the plan of social insurance is not decisive, it depends of individual circumstances, if the voluntary or the compulsory system is to be adopted. Voluntary insurance has furnished favorable results and is considered from many parts as an educative force of highest importance and as a mighty expedient of moral education. Others believe that favourable results can only be obtained on a compulsory basis. It is also incidental if social insurance is carried on by the State or by private institutions, associations or corporations, moral bodies &c.

* * *

Private insurance excludes, according to its principles, every contribution to premiums from other sources. It has no connection with the idea of social solidarity and is maintained exclusively by individual savings. Private insurance is much older than social one; its development is closely connected with the general evolution of human civilization. It is a matter of highest economic importance that private insurance includes both, personal and real insurance. Private insurance extends more and more its field of action; in connection therewith, the development of theory is highly important in many respects, as being suggestive for the development of private insurance.

It is also irrelevant, for the character of private as well as of social insurance, by what institutions it has to be put into operation; even nationalisation would not be opposite to the nature of private insurance.

* * *

Economic relations between social and private insurance result from the fact that social insurance is intended to replace some forms of public charity. Social insurance is necessary, where the idea of private insurance has not yet been practically embodied; it is useful to private insurance by setting an example to such classes of population which — although not subject to social insurance — will be induced by the latter to take out private insurance contracts. It is to be supposed that there will be future times where the necessity of social insurance will cease just as at present it is going to replace public assistance. Both forms of insurance are therefore not opposite to each other. Social insurance sets even, either beyond or within its own specific field of action, new tasks upon private insurance. Beyond the limits of social insurance, we have the different forms of private industrial insurance as whole life, endowment insurance, contracts for guarantee purposes, insurance at increasing premiums and other popular forms; within the domain of social insurance, the benefits secured by the same should be increased by the results of private savings of the working classes. On the other hand the specific domain of private insurance does not enter at all into the field of activity of the social one.

Les rapports économiques entre l'assurance publique et l'assurance privée.

Par le Dr. Vincent Magaldi, Rome.

L'auteur discute d'abord les qualités caractéristiques des deux sortes d'assurance. Ce qui est caractéristique pour l'assurance sociale, ce n'est pas qu'elle est obligatoire ou qu'elle a été créée par l'intervention de l'Etat ou non. Ce qui est l'essentiel pour cette sorte d'assurance est l'ensemble des personnes, pour lesquelles elle fut créée ainsi que la nature des sinistres donnant droit à une indemnisation. L'assurance sociale embrasse généralement des ouvriers, c'est-à-dire des gens dont le revenu diminue ou cesse si leur capacité de travailler s'éteint temporairement ou tout à fait. De là résulte la nature des endommagements à l'indemnisation desquels l'assurance sociale doit pourvoir;

ce sont le chômage, la maladie et l'invalidité, n'importe, quant à ces aux dernières, si elles sont la suite de causes ordinaires ou d'un accident.

Le contenu de l'assurance ne diffère pas considérablement du contenu de l'assurance sociale. Mais comme l'épargne individuelle n'est pas toujours possible dans ces classes de la population et, même si elle était possible, ne le serait plus au moment où le cas d'assurance se présente, il fallait que l'idée de l'assurance surgit, et on a reconnu aussi qu'on ne pouvait pas mettre les frais de cette assurance à la charge de l'ouvrier seul. La solidarité sociale a fait répartir les charges de cette assurance entre les ouvriers, les entrepreneurs et l'Etat. Le caisses de retraite fondées au Danemark, dans l'Australasie et en Angleterre ne sont pas des assurances puisque l'Etat les soutient exclusivement de ses propres moyens.

Une autre qualité caractéristique de l'assurance sociale est ceci que les endommagements qu'elle doit indemniser ont une connexion étroite entre eux. La méthode autrichienne qui tend à unifier l'assurance sociale peut donc être désignée comme la bonne route à suivre.

Peu importe de quelle façon l'assurance sociale se fasse ; il dépend des circonstances s'il faut établir l'assurance libre ou l'assurance obligatoire. L'assurance libre a fourni de bons résultats aussi et beaucoup voient en elle un élément d'éducation de tout premier ordre et un moyen puissant de former le moral. Il est vrai que d'autres n'attendent de bons résultats que de l'assurance obligatoire. Peu importe aussi qui s'occupe de l'assurance obligatoire, que ce soient des entreprises privées, des sociétés ou compagnies, des corporations agent un but moral ou l'Etat.

* * *

L'assurance privée exclut, selon sa nature, le concours d'autres personnes au paiement de la prime. Elle n'a rien à faire avec la solidarité sociale et elle est alimentée exclusivement par des épargnes individuelles. L'assurance privée date de bien plus loin que l'assurance sociale, son développement est relié au développement général de la civilisation. A côté de l'assurance de personnes, elle embrasse aussi l'assurance de choses ce qui est de la plus haute importance économique. C'est en elle que le développement de la théorie est d'une grande importance aussi puisque celle-ci exerce une influence féconde sur le développement de l'assurance privée même. Pour l'assurance privée aussi, c'est égal qui s'en occupe ; et même, si l'Etat l'entreprenait, cela ne changerait rien à son caractère.

* * *

Les rapports économiques entre l'assurance sociale et l'assurance privée résultent de cela que l'assurance sociale remplace la bienfaisance et tend à faire disparaître quelques-unes des formes de celle-ci. L'assurance sociale est nécessaire là où l'idée de l'assurance privée n'a pas encore pénétré. L'assurance privée tire profit de l'assurance sociale parce que celle-ci influe, par son exemple, sur les personnes qui n'y sont pas assujetties, mais qu'elle instigue à l'assurance privée. Il est probable que le temps viendra où la nécessité de l'assurance sociale cessera tout aussi bien qu'elle supplante la bienfaisance. Les deux sortes d'assurance ne sont donc pas contraires l'une à l'autre. Mais l'assurance sociale fait aussi naître de nouvelles tâches pour l'assurance privée; ainsi, en dehors de l'assurance sociale, les petites assurances, comme l'assurance des cas de décès, l'assurance de dots, l'assurance d'études, l'assurance à primes croissantes et d'autres formes populaires, et, en dedans de l'assurance sociale, le complètement des prestations de celle-ci par les épargnes privées des ouvriers. Mais dans son véritable domaine, l'assurance privée n'est nullement entravée par l'assurance sociale.

V. — E.

Die wirtschaftlichen Beziehungen zwischen der öffentlichen und privaten Versicherung.

Von Dr. **S. R. J. van Schevichaven**, Bussum bei Amsterdam.

Obenstehendes Thema wird in dem wissenschaftlichen Programm des Kongresses durch folgende Worte erläutert:

„In der sozialen Versicherung werden die Versicherungsbedürfnisse einzelner Bevölkerungsschichten zwangsweise oder durch Förderung aus öffentlichen Mitteln befriedigt. Welche sind die Aufgaben, welche darnach der Privatversicherung erwachsen, und inwiefern kann sich dieselbe neben der öffentlichen Versicherung ungestört weiter entwickeln?“

Je mehr wir uns in diese Erläuterung vertiefen, desto klarer wird es uns, daß die Behandlung dieses Themas viele Schwierigkeiten mit sich bringt. Immer wieder stoßen die Gedanken auf Fragen, welche mit den Grundlagen der menschlichen Gesellschaft zusammenhängen, und zu deren gründlichen Beantwortung Bände nötig sein würden. Und die Schwierigkeiten wachsen noch durch die unbestimmte respektive nicht festgelegte Bedeutung mehrerer obengenannter Ausdrücke.

Was muß man unter öffentlicher, privater, sozialer Versicherung verstehen, und welche Aufgaben stellen sich die Institute, welche sich mit ihnen befassen? Die einzelnen Bevölkerungsschichten, von denen hier die Rede ist, dehnen sich fortwährend aus, und man fragt sich, wo muß die Grenze gezogen werden?

Dasselbe gilt für die Versicherungsbedürfnisse dieser Schichten; auch hier gibt es keine sichtbaren Grenzen. Man könnte sogar fragen, wann sich eine private Versicherungsanstalt ungestört weiter entwickelt?

Alles Faktoren, welche die Gefahr einer verwirrten Diskussion mit sich bringen.

In erster Linie wollen wir konstatieren, daß Alle darüber einig sind, daß einem jeden der eifrig, fleißig, ehrlich und geschickt ist und sich trotz dieser Eigenschaften in mehr oder weniger dürftigen Verhältnissen befindet, finanziell geholfen werden muß. Dieses muß darum konstatiert werden, weil unter den Vorfechtern der sogenannten sozialen Versicherung viele sind, die deren Gegner den Vorwurf machen, daß sie sich nicht interessieren, für das Schicksal des armen, alt und hilfsbedürftig gewordenen Arbeiters. Aber auch hierbei stellen sich uns wiederum mancherlei Fragen entgegen.

Wann stellen sich die Verhältnisse ein, welche finanzielle Hilfe erforderlich machen? Wer wird entscheiden ob jemand eifrig, fleißig, geschickt und ehrlich ist, respektive war? Und ob er die Gelegenheit gehabt hat, Ersparnisse zu machen oder nicht? Wann kann die finanzielle Unterstützung hinreichend genannt werden? Und woher müssen die Mittel dazu genommen werden?

Diese Fragen und Schwierigkeiten bestehen seit Anfang der Welt und werden immerfort die Ursache bleiben verschiedenartiger Auffassungen und eines mehr oder weniger heftigen Kampfes zwischen denen, die wenig oder nichts ihr Eigen nennen, und denen, die sich eines größeren oder kleineren Wohlstandes erfreuen. In früheren Jahren waren die Auffassungen anders wie heutzutage. Ich will hierzu ein Beispiel nennen:

Im Jahre 1827 gab es in Amsterdam mehr als 60 Vereine, deren Mitglieder sich verpflichtet hatten, sich gegenseitig zu wahren gegen die finanziellen Folgen von Krankheiten, Invalidität und Sterben. In den Statuten eines dieser Vereine, die aus dem Jahre 1742 stammen, heißt es: „Diese Genossenschaft ist ausschließlich zu dem Zweck errichtet worden, diejenigen von uns Mitgliedern, welche von Krankheiten heimgesucht werden oder hohen Alters oder körperlicher Gebrechen wegen nicht imstande sind, ihre Arbeit zu verrichten oder ihrem Berufe nachzugehen, zu unterstützen, und ferner die Kosten ihres Begräbnisses zu bestreiten.“ Wie man sieht, stand in jenen Tagen das Prinzip des self-help obenan. Das Verhältnis zwischen Arbeitgebern und -nehmern war herzlicher wie heutzutage, so daß die Ersteren durchweg gerne bereit waren, mit zu helfen, um die Bedürfnisse der Letzteren zu befriedigen. Der Wohltätigkeitssinn war damals gewiß nicht weniger intensiv als heute. Was damals aber in voller Freiheit aus Mildtätigkeit, Humanität und Pflichtgefühl geschah, wenn dabei auch das eigene Interesse eine große Rolle spielte, geschieht jetzt zwangsweise. Die *moralischen* Pflichten und Rechte sind in

gesetzliche verwandelt worden, aber es muß der Beweis noch erbracht werden, daß diese Umwandlung wirklich dem Arbeitnehmer zugute gekommen ist.

Es liegt die Frage vor der Hand, wie die moderneren Auffassungen entstanden sind, und ich glaube die Antwort hierzu braucht nicht weit gesucht zu werden. Infolge der riesigen Energie und Aktivität der Leiter der privaten Versicherungsanstalten ist die Versicherung populär geworden. Hunderte und Tausende versicherten sich und spürten die segensreichen Folgen. Sie erkannten, daß durch das Anlegen einer gemeinschaftlichen Sparbüchse allen geholfen werden kann, auch demjenigen, der eben erst mit dem Sparen einen Anfang gemacht hat. Das erkannten auch diejenigen, welche nicht imstande oder bereit waren, einen Beitrag in die gemeinschaftliche Sparbüchse zu liefern, oder wenigstens nicht in genügendem Maße. Diese äußerten mehr oder weniger geräuschvoll ihr Begehren, derselben Vorteile habhaft zu werden, wie diejenigen, welche sich versichert hatten; sie forderten auch einen Anteil aus der Sparbüchse, wollten jedoch es anderen überlassen, dieselbe mit dem Nötigen genügend zu versehen.

Auch aus politischen Gründen hatten viele Regierungen offenes Ohr für derartige Äußerungen, und versuchten nun den sogenannten „Versicherungsbedürfnissen“ des Arbeiters entgegenzukommen. Es ist meine feste Überzeugung, daß dabei viele der obengenannten Fragen nicht genügend überlegt wurden, daß man das schöne self-help-Prinzip zu sehr in den Hintergrund gedrängt hat, daß man die weitreichenden Folgen der getroffenen Maßnahmen nicht genügend erörtert hat, und schließlich, daß man etwas allzu leicht gewirtschaftet hat mit einem der Hauptprinzipie der menschlichen Gesellschaft, dem Eigentumsrecht. Wir wollen sehen, wie man den Wünschen derer, die rechtmäßig oder unrechtmäßig behaupten, nicht imstande zu sein, die Prämien für die notwendigen Versicherungen zu erübrigen, entgegengekommen ist.

Man hat ihnen gesagt, daß es nicht an ihnen selber ist, auszumachen, was sie zur Befriedigung ihrer Bedürfnisse zahlen können, daß die Regierungen dies wohl feststellen und den so festgestellten Betrag zwangsweise einziehen werden; daß sie auch den Arbeitgeber zwingen werden, einen großen Teil für seine Rechnung zu nehmen, und daß sie den fehlenden Teil durch Steuern eintreiben werden. Nun ist es klar, daß der also Befriedigte von seinem Arbeitgeber einen höheren Lohn fordern wird, um den Beitrag, der zwangsweise von ihm gefordert wird, ohne Aufopferung seinerseits, entrichten zu können, und ebenso klar ist es, daß der Arbeitgeber von seinen Abnehmern höhere Preise verlangen wird, sowohl wegen des höheren Lohnes als auch wegen der großen Summe, welche er beitragen muß,

um seinen Arbeitern das Sparen zu ermöglichen. Auch muß er gleich allen anderen Untertanen des Reiches höhere Steuern zahlen zu demselben Zweck, und er muß wiederum die daraus für seine Arbeiter hervorgehenden höheren Steuern beköstigen.

Es bedarf wohl keiner Erwähnung, daß dies alles die Wohlfahrt der Industrie sowie die allgemeine Wohlfahrt ungünstig beeinflusst. Der Arbeitgeber wird sein Personal möglichst einschränken oder durch Maschinen ersetzen, soweit dieses möglich ist. Die Kauffähigkeit des Publikums geht zurück und der Arbeiter, welcher der Meinung war, in bessere Verhältnisse gekommen zu sein, wird bemerken, daß dasjenige, was er zu seinem Lebensunterhalt anwenden *kann*, nicht, jedoch dasjenige, was er zu seinem Lebensunterhalt faktisch *braucht*, wohl zugenommen hat zufolge höherer Steuern und teurerer Preise, und daß es ihm stets schwerer fällt, regelmäßige Arbeit zu finden. Das Gespenst der Arbeitslosigkeit wird immer deutlicher werden, und das Band zwischen Arbeitgebern und -nehmern wird sich zusehends lockern. Die Unzufriedenheit der Arbeiter wird wachsen, ebenso ihre sogenannten Versicherungsbedürfnisse, und immer mehr wird der Gedanke sie erfassen, daß ihnen gesetzlich Ansprüche eingeräumt werden müssen auf das Besitztum ihrer mehr begünstigten Nächsten.

Die „soziale Versicherung“ hat überall, wo sie existiert, die Steuern in die Höhe getrieben, und eine Grenze kann dabei nicht festgestellt werden. Bei der Einführung hat man die Konsequenzen übersehen, und die Zukunft geopfert für das Heute. Bereits jetzt zeigen sich uns in vielen Staaten traurige Resultate. Die jämmerlichen Resultate der Einführung der Unfallversicherung in Holland sind bekannt; nach kurzjähriger Existenz hat sich ein Manko von 4 bis 6 Millionen Gulden ergeben, und es wird schon der Wunsch geäußert, das Unfallgesetz soll wieder eingezogen werden! Die Deutsche Regierung fordert ein Anziehen der Steuerschraube, um einen Steuermehreingang von 500 Millionen Mark mindestens zu erzielen, von welchem Betrag zweifelsohne auch ein Teil auf die soziale Versicherung entfällt. Diese Erhöhungen spürt aus der Art der Sache der Mittelstand am empfindlichsten.

Wie immer man auch die soziale Versicherung betrachten möge, es bleibt die Tatsache, daß die Gelder, die zur Befriedigung obengenannter Bedürfnisse nötig sind, zusammengebracht werden von denen, die ihre eigenen Bedürfnisse ohne fremde Hilfe befriedigen können. Dagegen kann nichts eingewendet werden, solange es geschieht aus freiem Willen, in welchem Falle man von *Wohltätigkeit* wird sprechen müssen. Geschieht es aber zwangsweise, so würde man sprechen müssen von *sozialer Hilfsleistung*. Den Hilfsbedürftigen

jedoch passen beide Qualifikationen nicht; sie glauben doch ein gesetzliches Anrecht zu haben auf die ihnen zugewiesenen Gelder. Um dieser Schwierigkeit zu verhelfen, haben die Regierungen das Wort: *Soziale Versicherung* eingeführt, ohne zu überlegen, daß dadurch die irrige Auffassung der Hilfsbedürftigen sanktioniert, der Kampf zwischen „Arbeit und Kapital“ angefacht würde, und der Zusammenschluß der besitzlosen Klasse, welcher den Zweck hat, die Macht zu erlangen über die Gelder der besitzenden Klasse, gefördert würde. Nun will ich nicht behaupten, daß das Wort „Versicherung“ der Anlaß dazu gewesen ist; jedenfalls hat es aber das seinige dazu beigetragen. Man wird vielleicht einwenden, daß die unrichtige Anwendung eines Wortes, eines Namens, doch nicht von solch überwiegender Bedeutung sein kann, aber das richtet sich ganz nach den Verhältnissen. Nach dem bürgerlichen Gesetzbuch ist es strafbar, seine Waren anzubieten unter falscher Firma.

Aber ist denn „Soziale Versicherung“ keine Versicherung? Nein, und abermals nein! Die Grundlage einer jeden Versicherung ist: durch Sparen in guten Zeiten sich schützen vor schlechten; durch ein zeitweiliges Opfer sich selber oder seinen Angehörigen eine sorgenlose Zukunft verschaffen.

Und wenn man dieses Opfer nicht erbringen, das erforderliche nicht ersparen kann? Dann kann man sich nicht versichern.

Und wenn jemand spart oder etwas aufopfert, um einem Andern zu helfen? Dann ist dieser Andere nicht versichert.

Und hier sind wir bei dem Unterschiede zwischen der *literarischen* und *technischen* Bedeutung des Wortes „Versicherung“ angelangt. Wenn der Deutsche Kaiser seinem Volke die Versicherung seines Wohlwollens gibt, so hat diese Versicherung gewiß einen hohen Wert, aber es ist nicht eine technische Versicherung. Eine technische Versicherung beruht auf einem Vertrag, in welchem beiden Parteien genau beschriebene Rechte eingeräumt und Pflichten auferlegt werden. Ein solcher Vertrag kommt bei der „Sozialen Versicherung“ nicht vor. Besehen wir einmal einige Unterschiede zwischen beiden Versicherungsarten etwas genauer:

Private Versicherung.

1. Die Größe der Verpflichtungen der Gesellschaft ist genau im Einklang mit den Einlagen des Versicherten in Verbindung mit den Unkosten der Gesellschaft, ihren Gewinnbestrebungen und ihren konkurrenzfähigen Tarifen.

2. Wenn der Versicherte nicht oder nur teilweise seine Prämien einzahlt, so wird die Versicherung hinfällig, oder auf einen geringeren Betrag gestellt.

3. Die Gesellschaft ist unerbittlich an ihre Bedingungen gehalten.

4. Ist die Gesellschaft nicht imstande, ihren Verpflichtungen nachzukommen, so kann der Konkurs über sie verhängt werden.

5. Die ganze Einrichtung beruht auf statistischer Grundlage, welche so genau als möglich festgestellt werden soll, und auf sehr komplizierten wissenschaftlichen Kalkulationen.

6. Die Direktion des Institutes muß zusammengesetzt sein aus Leuten, die entweder selber bewandert sind in der Statistik, in der Ökonomie und in der aktuariellen Wissenschaft, oder muß solche Personen im Dienst haben.

7. Die Gesellschaft ist ein industrielles Unternehmen, welches Gewinne erzielen will.

Demgegenüber finden wir bei der

„Sozialen Versicherung.“

1. Die Auszahlungen an die Hilfsbedürftigen stehen in keinem Zusammenhang mit den Unkosten und den Einzahlungen des *Versicherten*.

2. Es steht dem Versicherten nicht frei, mit den Einzahlungen nach Belieben aufzuhören.

3. Der Staat ändert die Versicherungsbedingungen nach eigenem Ermessen.

4. Ein Manko, von welchem Umfange auch, führt nicht den Konkurs herbei, solange die Steuern noch erhöht werden können.

5. Statistische Studien und wissenschaftliche Kalkulationen haben für das Versicherungsinstitut keinen Wert; sie haben nur einen Zweck bei der Bestimmung der Steuererhöhung.

6. Die Direktion muß aus gewiegten Verwaltungsbeamten zusammengesetzt sein; aktuarielle Kenntnisse hat die Direktion als solche nicht nötig.

7. Das Institut kennt keine Konkurrenz und braucht sich keine Sorge zu machen, um Gewinne zu erzielen.

Mir scheint, die Unterschiede treten deutlich hervor. Das Staatsversicherungs-Ressort ist im Gegensatz zu einer privaten Versicherungsanstalt eine Wohltätigkeitseinrichtung, und indem man dem ersten den Namen des zweiten gegeben, ist eine Verwirrung entstanden, welche falsche Folgerungen nach sich gezogen hat.

Man hat die Einrichtung, welche wir mal „Staats-Hilfeleistung“ nennen wollen, zugeschnitten nach dem Muster einer technischen

Gesellschaft. Das hat größere Unkosten verursacht als nötig gewesen wäre. Wenn man die Gelder, welche zwangsweise eingesammelt werden, sofort zur Unterstützung der Hilfsbedürftigen verwendete, so würde das nicht nur weit weniger Unkosten mit sich bringen, sondern man würde auch weit mehr der Frage Beachtung schenken können, wer etwa durch eigenes Verschulden in dürftige Verhältnisse geraten ist. Man würde berücksichtigen können, ob eine gewisse Arbeit mehr oder weniger Tüchtigkeit und Bildung erfordert, man könnte örtlichen Verhältnissen Rechnung tragen, man könnte eventuell Hilfe von anderer Seite, noch vorhandene Arbeitsfähigkeit etc. berücksichtigen. Es könnte den Arbeitgebern ein größerer Einfluß auf den Geschäftsgang gegeben werden, und das Verhältnis zwischen Kapital und Arbeit würde sich weniger feindschaftlich gestalten. So aber wie es jetzt ist, beherrschen die Ärzte mehr den Geschäftsgang als die Arbeitgeber. Man würde die Wohltätigkeit auf ihre wahre Bedeutung reduziert haben und es würde in dem Arbeiter der self-help-Gedanke lebendig geblieben sein. So aber wachsen die Forderungen der Arbeiter tagtäglich; sie wollen gegen allerhand Vorkommnisse versichert sein, da es ihnen selber ja doch nichts kostet.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle ein Beispiel aus meiner eigenen Erfahrung zu zitieren.

Kürzlich feierte ein Fabrikant das 25jährige Jubiläum seiner Fabrik, und entschloß sich, bei einer privaten Gesellschaft eine tüchtige Summe einzuzahlen, um allen seinen Arbeitern bei dem Erreichen eines gewissen Alters eine Pension sicherzustellen. Es sollte ihnen dann frei stehen, durch Ersparnisse diese Pension zu vergrößern, und der Fabrikant sagte ihnen dabei seine finanzielle Unterstützung zu. Als die Arbeiter dieses Vornehmen erfuhren, legten sie ihrem Herrn das Gesuch vor, die für die Pension vorgesehenen Gelder nicht einzuzahlen, sondern unter ihnen zu verteilen, damit es ihnen auch ermöglicht wäre, das Jubiläum recht festlich zu begehen. Für ihre Pension würde dann wohl gesorgt werden, wenn es sich zeigen würde, daß sie eine solche nötig hätten!

Der Umstand, daß der Staat das „Staatshilfsleistungs“-Ressort ganz wie ein Versicherungsinstitut betrachtet und eingerichtet hat, hat auch zur Folge, daß er die privaten Gesellschaften von dem Standpunkt seiner eigenen Versicherungsidee aus beurteilt. Während es bei jedem Industriezweig als das Zeichen eines blühenden Geschäftsganges betrachtet wird, wenn tüchtige Gewinne erzielt werden, so stellt sich der Staat den Gewinnbestrebungen der Versicherungsinstitute möglichst entgegen. Er betrachtet es sogar als etwas natürliches, wenn diese mit Verlasten arbeiten, vergißt dabei aber, daß die

Versicherungsinstitute nicht wie der Staat eine ganze Bevölkerung hinter sich hat, um jede Unterbilanz zu begleichen! Auch hierzu will ich ein Beispiel anführen.

Wie oben erwähnt, beruht jede Versicherung einer privaten Versicherungsanstalt auf einem Vertrag zwischen zwei Parteien, deren gegenseitige Verpflichtungen festgelegt werden auf Grund einer gewissen Sterbetafel und eines angenommenen Zinsfußes. Nun zwingt das französische Gesetz auf die Versicherungsinstitute verschiedene ausländische Gesellschaften, ihr Zinserträgnis niedriger zu gestalten als das Erträgnis, auf welches sie bei der Ausfertigung des Vertrages fest gerechnet haben, erlaubt ihnen jedoch nicht, die Versicherten für die daraus hervorgehende größere Verpflichtung etwas mehr bezahlen zu lassen. Die Folge ist ein unumgänglicher Verlust, der bei einiger Geschäftsentfaltung sehr groß werden kann.

Auch hier betrachtet der Staat die Gesellschaften als Wohltätigkeitseinrichtungen, und erachtet sich berechtigt, die Versicherungsbedingungen abzuändern, weil er dazu in seinem eigenen Hilfsleistungs-Ressort berechtigt ist.

Unter Berücksichtigung des Vorstehenden wird es nicht schwer fallen, die Frage zu beantworten, inwiefern sich die Privatversicherung neben der öffentlichen Versicherung ungestört weiter entwickeln kann, wenn man wenigstens, was die oben angedeuteten Auffassungen anbelangt, gleicher Ansicht ist. Das „Ungestört-weiterentwickeln“ kann nur bedeuten: „das Bestehenbleiben, mit der Möglichkeit respektive der großen Wahrscheinlichkeit stets Gewinne zu erzielen“. Die Vertreter der privaten Versicherung mögen soviel reden wie sie wollen von Wohltätigkeit und idealen Auffassungen, im Grunde genommen ist doch der einzige Zweck, der bei der Gründung einer privaten Versicherungsanstalt vorherrscht, Gewinn zu erzielen. Und hierin steckt nichts tadelnswertes, denn schließlich ist dieses das Bestreben der meisten arbeitsamen Menschen. Es kommt nur darauf an, daß dabei nicht Unglück und Elend verursacht werden. Wenn ein europäischer Staat z. B. einen Landstrich in Afrika zu seiner Kolonie macht, so verpflanzt er dorthin die europäische Zivilisation, aber doch gewiß mit der Absicht, vom seinem Kolonialbesitz möglichst zu profitieren.

Und fragt man nun, welche die Aufgaben sind, welche der Privatversicherung erwachsen, wenn der Staat ein Hilfsleistungs-Ressort errichtet und demselben den Namen einer „Öffentlichen Versicherung“ beilegt, dann bin ich der Ansicht, daß die verschiedenen Privatversicherungsanstalten sich eng aneinanderschließen müssen, um kräftig auf eine Namensänderung drängen zu können dessen, was heute „öffentliche Versicherung“ genannt wird, und so deutlich als möglich

hervorheben zu können, daß sie, im Satzesatz zu den Staatseinrichtungen, welche Armenversorgung, Unterstützung, Versorgung, Hilfsleistung, „assistance publique“ bezwecken, das hochheilige Prinzip des „self-help“ vertreten. Die Erhaltung des Wortes „öffentlich“ oder „sozial“ ist vielleicht ein empfehlenswertes Linderungsmittel.

Diese fest angeschlossene Macht wird ferner alles einsetzen müssen zur Förderung des Handels und der Industrie. Je größere Gewinne dort erzielt werden, je mehr werden die Arbeitgeber (und auch die Direktionen der privaten Versicherungsanstalten) imstande sein, hohen Lohn zu zahlen und Hilfsbedürftigen zu helfen. Es ist ein großer Fehler, alle Arbeitgeber als Feinde der Arbeiter zu betrachten. Es gibt solche, welche die Beiträge für die öffentliche Versicherung möglichst einzuschränken bemüht sind, um es sich besser zu ermöglichen, ihren Arbeitern in der Weise zu helfen, welche ihres Erachtens die beste ist. Niemand kennt die Bedürfnisse seiner Arbeiter besser als der seinen Arbeitern gewogene Arbeitgeber.

Darum muß es die Aufgabe der privaten Versicherungsanstalten sein, sich mit den Arbeitgebern und durch deren Vermittlung auch mit den Arbeitern zu verstehen, um zu ermitteln, inwiefern es ihnen möglich ist, deren Bedürfnisse endgültiger und rationeller zu befriedigen als der Staat solches vermag, und zwar unter Berücksichtigung der Auszahlungen des Staates, sowie der Einzahlungen der Arbeitgeber. Mit gegenseitigem Einverständnis würde man die Auszahlungen des Staates als Beiträge zu einem Fonds betrachten können mit Hilfe dessen, unter Herbeiziehung anderer Beiträge, jeglicher Not rationell verholffen wird.

Wenn der momentane Zustand unverändert weiterbesteht, dann muß ein noch größerer Rückgang der allgemeinen Wohlfahrt erwartet werden. Viele Begüterten, welche bisher in der Überzeugung lebten, Ihre und Ihrer Angehörigen Zukunft sei doppelt und dreifach sichergestellt, werden den Wert der technischen Versicherung immer mehr erfassen, und dasselbe wird der Fall sein bei denen, die auf ein festes Einkommen angewiesen sind, respektive die ganz außerhalb Handel und Industrie stehen, so wie Ärzte, Advokaten, Schriftsteller, Künstler etc. Daher werden die privaten Gesellschaften mehr in den wohlhabenden Kreisen propagieren und durch die Kombination passender Versicherungsmethoden die Aufmerksamkeit auf sich lenken müssen.

Ferner werden sie die Freiheit des Handelns für sich beanspruchen müssen. Wenn der Staat immer wieder eingreift, dieses verbietet und jenes vorschreibt, dann ist er die Direktion und dann kann die von den Aktionären gewählte Direktion die auf ihr ruhenden Aufgaben und Pflichten nicht richtig erfüllen.

Vor allem aber wird man rasch und kulant arbeiten müssen. Der Staat arbeitet naturgemäß umständlich, langsam, schwerfällig und das reizt und beeinträchtigt die Sympathie für seine Hilfsleistung.

Wenn die Privatversicherung diese Aufgaben löst, kann sie sich meines Erachtens neben der sozialen Hilfsleistung ungestört weiter entwickeln; sie wird aber in Anbetracht ihrer weniger schönen, aber sorgenlosen und weniger aufrichtigen Halbschwester, keine Gelegenheit versäumen müssen, um ihre eigene Schönheit mehr hervortreten zu lassen, und aller Welt zu zeigen, daß ihre Versicherten moralisch weit höher stehen wie jene, die den self-help-Gedanken als unnützen Ballast beiseite geschoben haben.

The economic relations between national assurance and assurance by private (unofficial) companies.

By Dr. S. R. J. von Schevichaven, Bussum-lez-Amsterdam.

The author shows that the subject under discussion is connected with principles of civilization and that the terms employed have no definite meaning. The question how to assist the poor in the best way, dates from the same time as civilized human organisations. In former times, such assistance was considered as moral duty, now it has turned into legal obligation.

The popularity of insurance is due to the devoted efforts of private Companies; consequently, the necessity of insurance was felt also by the poorer classes of population. Then, the State has interfered and, for different reasons, met. the requirements for insurance by compulsory schemes. The poor workmen as well as their employers are obliged to pay fixed contributions; the excess is charged upon the resources of the State. Experience has proved up to now that the costs are much higher than it has been supposed, so that they must finally be charged to the whole public. Consequently, as result we have increase of taxes, bad influence upon industry and general economic welfare, but no sufficient compensation by improvement of the situation of poorer classes. So called social insurance is nothing more than public assistance; but, at present, the poor do not ask for assistance assuming to be legally entitled to obtain what they are in need of. Therefore governments have used the name of insurance for an institution which as a matter of fact has nothing to do with insurance in the true sense of the word. The author explains, in 7 points, the

difference between private and social insurance; in his opinion, it is most prejudicious that the idea of insurance is abused in such way. This word has destroyed, in the minds of the poor, the idea of "self-help"; it has advanced exceedingly the costs of assistance and induced the governments to consider private companies to a certain extent as beneficent institutions.

Under these circumstances, private companies should unite their efforts in order to change the denomination of "social-insurance" and to defend the sacred idea of "self-help". They must contribute as much as possible to strengthen the industry, enabling the employers to make fair provisions to the best of their workmen. Private insurance companies could be of great importance in this connection; they should agitate for the idea of insurance among the well situated classes who are no more so negligent as in former days; they should develop new methods of insurance, reserve to themselves full liberty of action, carry on their operations punctually and liberally and show to everybody that their assured are of higher moral value than the clients of public institutions.

Les relations économiques entre l'assurance sociale et l'assurance privée.

Par le Docteur **S. R. J. van Schevichaven**, Bussum-lez Amsterdam.

L'auteur fait observer que la discussion de notre question touche aux derniers principes des Associations humaines et que le terme usité ne correspond pas à des conceptions dûment définies. La question de la meilleure assistance en faveur des indigents remonte probablement jusqu'aux premières associations civilisées. Dans les temps anciens on a considéré cette assistance comme un devoir de la moralité, tandis que notre temps en a fait une obligation légale.

Le travail dévoué des Compagnies privées a réussi à propager l'idée de l'assurance. Il a évoqué le désir d'être assurés même dans les esprits des indigents qui manquaient des moyens nécessaires. Voilà que l'Etat est intervenu et, pour des motifs différents, il a tâché à satisfaire ce désir. Il oblige les indigents et leurs employeurs à payer des certaines contributions, en prélevant ce qui manque, sur les recettes des impôts généraux. L'expérience a démontré que les frais dépassent sensiblement les prévisions et que finalement le public général aura à en supporter le charge. Donc, augmentation des impôts

et influence défavorable sur l'industrie et la prospérité générale sans qu'elles soient paralysées par une amélioration équivalente de la situation des indigents. Ce qu'on appelle „assurance sociale“ est une institution de bienfaisance, mais les indigents de nos jours ne veulent pas de la bienfaisance, ils prétendent avoir un droit légal, ce qui leur manque. C'est pourquoi les gouvernements ont employé le terme „assurance“, bien que cela ne s'accorde nullement avec la matière. L'auteur expose ensuite, par sept points, la différence entre l'assurance privée et l'assurance sociale, en faisant ressortir que l'emploi du terme „assurance“ a été fort préjudicieux. Ce terme a détruit dans les esprits des indigents l'idée du „self-help“; il a augmenté extraordinairement les frais de l'assistance et amené les gouvernements à considérer les Compagnies privées d'assurance comme une sorte d'institutions de bienfaisance.

Il résulte donc, pour les Compagnies privées d'assurance, le devoir de réunir leur force, pour obtenir l'abolition du nom „assurance sociale“ et pour défendre le principe sacré du „self-help“. Elles doivent faire tous les efforts possibles, pour protéger le commerce et l'industrie, afin que les employeurs puissent sauvegarder mieux les intérêts des employés. L'assurance privée peut y remplir un rôle fort utile. Elle doit propager l'idée de l'assurance parmi les classes aisées, qui ne sont plus aussi négligents qu'autrefois, elle doit inventer des nouvelles combinaisons d'assurances, se réserver toute liberté d'action, travailler vite et libéralement, en démontrant ainsi à tout le monde que ses assurés occupent un niveau moral supérieur à celui des membres des institutions d'assurance fondées par l'Etat.

Relazioni economiche fra l'assicurazione sociale e l'assicurazione privata.

Dott. S. R. J. van Schevichaven, Bussum-lez-Amsterdam.

L'Autore fa osservare che la discussione della nostra questione tocca i più moderni principi delle associazioni umane e che il termine usato non corrisponde a concezioni debitamente definite. Il problema di una migliore assistenza a favore degli indigenti rimonta probabilmente sino alle primitive associazioni civili. In antico si considerava questa assistenza come il portato di un dovere morale, mentre nei nostri tempi viene considerata come un obbligo legale.

Lo zelante lavoro delle Compagnie private è riuscito a propagare l'idea dell'assicurazione. Esso ha svegliato il desiderio d'essere „assi-

curati“ perfino nell'animo degli indigenti, che mancavano dei mezzi necessari. E lo stato è intervenuto, e, mosso da diverse ragioni, ha cercato di soddisfare a questo desiderio. Esso Stato obbliga ora gli indigenti ed i loro *padroni* a pagare determinate contribuzioni, prelevando ciò che manca dal gettito delle imposte generali. L'esperienza ha dimostrato che gli esborsi sorpassano sensibilmente le previsioni e che la collettività in genere finirà così con il dover sopportarne il gravame. Dunque: aumento dei balzelli e simultanea influenza sfavorevole sull'Industria e sulla prosperità della collettività, senza che tutto ciò trovi sufficiente riscontro in un equivalente miglioramento della situazione degli indigenti. Ciò che va sotto il nome di „assicurazione sociale“ non è che un'istituzione di *beneficenza*, — ma gli indigenti dei nostri giorni non vogliono una *beneficenza*: essi pretendono di avere un *diritto legale* — ciò che loro manca. Ecco perchè i Governi sono ricorsi alla parola „assicurazione“, quantunque, questa parola non si accordi affatto con la materia alla quale è stata preposta. L'Autore espone quindi, in sette punti destinti, la differenza fra assicurazione *sociale* ed assicurazione *privata* — mettendo in evidenza quanto la scelta e l'uso della parola „assicurazione“ abbiano arrecato nocumento. Questo parola soffoca nello spirito degli indigenti ogni idea di „*self-help*;“ ha aumentato in misura straordinaria le spese dell'assistenza ed ha condotto i Governi a considerare le Compagnie private d'assicurazione un po' come una specie di istituti di beneficenza.

Da quanto precede risulta chiaro per le Compagnie private d'assicurazione il preciso dovere di riunire tutte le loro forze, *allo scopo di ottenere l'abolizione del nome „assicurazione sociale“* ed allo scopo di difendere il sacro principio del „*self-help*“. Esse devono fare tutti gli sforzi possibili per proteggere il Commercio e la Industria, allo scopo pure che i *padroni* possano salvaguardar meglio gli interessi del loro personale. L'assicurazione privata è chiamata ad avervi una parte utilissima. Essa deve propagare e diffondere l'idea della Previdenza fra le classi abbastanza agiate, che non son più così negligenzi o mal disposte come un tempo; deve creare delle nuove combinazioni d'assicurazione; deve riservarsi piena libertà d'azione; operare con prontezza e liberalità — dimostrando così al mondo, che i suoi assicurati si trovano ad un livello morale superiore a quello degli assicurati dalle Istituzioni emananti dallo Stato.

V. — F.

Economic and Political Considerations of State Insurance in the United States. 1860—1908.

By **Frederick L. Hoffman**, Newark, N. J.

Introduction.

The rapidly increasing sphere of State action has within recent years been extended to the business of insurance. The question is being asked by those who have given time and thought to the subject whether European methods of social reform, through insurance by the State, compulsory or voluntary, may not also be applicable to similar problems of politics and economics in the United States. While it is generally held that compulsory insurance, so-called, is practically impossible under our form of government, there are, nevertheless, those of influence and position who favor compulsion, if the end in view can not be obtained by voluntary thrift.

Principles of State Interference.

Those who advocate insurance by the State base their claims chiefly upon four fundamental assumptions: — first, that the security of the contracts entered into would be absolute; second, that the administration of the business would be more economical and effective; third, that the net cost to the insured would be much less; and fourth, that within a comparatively short period of time all of the insurable population would be included within the sphere of State action. The first of these assumptions may be conceded, as a matter of abstract theory, although history proves conclusively that governments throughout the world, time and again, have defaulted in their obligations by repudiating, or by funding or refunding their debts, to the serious injury of their creditors. The other assumptions in favor of insurance

by the State are mere conjectures, since there is no conclusive evidence whatever to prove that State enterprise in the field of insurance would be more effective or economical than private enterprise, provided the latter is not unduly hindered by burdensome taxation. The political history of all countries abounds in evidence of mal-administration, waste and extravagance of the most important trusts committed to government in behalf of the people, and there is no reason to suppose that government would be more competent to administer and develop the business of insurance in any one of its many branches than State-chartered corporations, subject to government supervision and control.

Growth of Modern Corporations.

The development and growth of modern commercial corporations, with powers and privileges derived from the State, enormously complicates the problem of a proper adjustment of State action to private enterprise and effort. Ancient corporations, ecclesiastical, municipal, educational, etc., including the various types of guilds of the Middle Ages, have passed away and their powers and functions have been assumed by the State in conformity to totally different conceptions of the sphere of government in modern times. Primarily existing for the purpose of defence and the administration of justice, the sphere of the modern State has gradually been enlarged until at the present time it is practically all-inclusive, and clear distinctions between the respective rights of the individual, society and the State have passed away. With the enormous growth in population of modern nations, economic and social problems have assumed vastly greater proportions than in former times and most of the legislative activity of the modern State is concerned with economic and social re-adjustment, or efforts to improve the material well-being of the masses of the electorate. In other words, the function of government and the modern State has become less political and more utilitarian for economic and social results tending in theory at least to raise the level of social and material well-being, and in defence of such action even the most drastic State interference with private enterprise and property is held to be justifiable and right.

When State Interference is Justified.

State interference with private enterprise, corporate or otherwise, is justified when such enterprise or effort contravenes the public good. Mere utilitarianism can not be pleaded as a defence, even though it

is made to rest on the argument that an enlargement of the sphere of the State makes for the common good. In the case of insurance corporations, chartered by the State and subject to the most stringent methods of State supervision and control, there is even less justification for State trading, because the government has it entirely within its power to introduce every necessary change or reform into the management of the companies. Corporations in the United States derive all their powers from the States, and whatever their respective rights and duties, or functions, they are and remain creatures of the State. Since the power to create involves the power to destroy, the charter rights, duties and functions are necessarily conditional upon the proper performance of State functions, and if their acts or tendencies are contrary to public interest, or clearly injurious to public wellbeing, it has properly been pointed out that it then "is the right and duty of the State, through its government, to amend the charter of such a corporation; or, if needs be, annul it altogether." And the same authority has held that "It should be the purpose of every government to allow to every citizen the greatest freedom of action that is consistent with the highest freedom of all."

When Interference is Not Justified.

"The government should never undertake to do anything by its own direct action that can better be done some other way. If the corporations it allows to be formed accomplish the work of the State better than it could do it itself, they should be continued. Those that do not should be abolished. It is easy to see, therefore, that the attitude of the State towards corporations may greatly vary. It may encourage their operations in one generation and not in another. It may rightly annul a franchise under one set of circumstances, and restore it again under another."¹⁾ What is true of American business corporations in general, is equally true of corporations engaged in the business of insurance. The functions of these corporations being largely economic, their field of activity has enormously increased within recent years, especially in the urban centres of population. While a great many insurance companies have been chartered or organized in every section of the United States, a comparatively small number transact a proportionately large amount of business, and in particular is this true of Industrial insurance. The interest of government in the safe and economic management of these companies has increased in exact proportion to the increase in the business

¹⁾ The Sphere of the State, by *Frank Sargent Hoffman*, p. 12.

itself, and to the extent that life insurance tends to become a universal provident institution, its economic function will resemble and coincide with the responsibility of government to secure the largest degree of material well-being for the people, but in particular for those of moderate means and the poor.

Effect of Changes in Public Opinion.

Public opinion in the United States has within recent years undergone a remarkable change. The freedom allowed corporation development, in particular during the first decade after the Civil War, has been more and more restricted, until by drastic statutory requirements the right of the State to corporation supervision and control has become practically equivalent to corporation management by government. Foreshadowing the probable tendency in the near future, the late Mr. *John P. Davis*, in his treatise on corporations, their origin and development, remarks:

Problems of Corporation Supervision and Control.

"State ownership of railways, telegraphs and other industries confessedly public in nature is openly advocated now, though even a decade ago such advocacy would have met with only modified approval. The masses of the people have heretofore opposed the extension of the activity of the state because it might encroach on their own; confusing corporations with themselves as individuals, grants of public powers to them have seemed to accord with their opposition to encroachment by the state on the liberty of the individual. But now the same classes are clamoring for the extension of the activity of the state to protect the individual against the corporation. It is beginning to be recognized that more government is necessary under the developed conditions now attained by society than under the comparatively simple conditions prevalent a century ago, and that such increased government has actually been provided, not by the state but by corporations. The plain tendency in corporate life at present, in its relation to the state, is in the direction of subjection and submission to close supervision. In history the state has never been satisfied with the mere supervision of corporations by commissions or otherwise; it would be against the teachings of history to expect that now the state will stop short of the complete absorption of the governmental features of corporations."

Tendency towards State Trading.

What constitutes the governmental features of corporations is, of course, a debatable question, upon which few authorities agree. In practice there is no limit to the free right of State action, provided such action conforms to constitutional limitations, which, however, may be set aside by constitutional amendments. An ever-increasing number of men of influence and authority in the United States are inclined to accept European and other foreign precedents warranting State trading in the field of insurance, either upon the compulsory or voluntary basis.

Proposition for State Fire Insurance in Massachusetts.

For more than forty years proposals have been made in the United States that the Federal Government or the different States undertake the business of insurance in any one or all of its different branches. As far back as 1860 Messrs. *Elizur Wright* and *George W. Sargent*, insurance commissioners of the State of Massachusetts, in their report for that year, after a rather extended discussion of European methods of insurance, expressed it as their official opinion that. "In view of the large profits of certain insurance companies, the question has been agitated whether the municipal governments of towns and cities can not assume the function of insurance with profit to their revenues and economy to the owners of insurable property." The Commissioners answered this question in the affirmative, holding "That governments can insure with profit to themselves is certain from the fact that they have done so at least so far as real estate is concerned, in some of the countries of Europe; as, for example, in Saxony, the Grand Duchy of Baden, and several of the Cantons of Switzerland. But in all these instances the cost of indemnity to the insured averages much higher than in the large voluntary companies in other parts of Germany and in France."

While the foregoing remarks refer only to fire insurance they apply with equal force to the transaction of life insurance by the State and indicate a favorable disposition on the part of the commissioners toward an experiment in this direction, which was actually carried into effect nearly fifty years later in the establishment by law of the Massachusetts savings bank, life insurance and annuity plan.

Proposition for State Life Insurance in New York,
1864.

The agitation in England during the early sixties for government life insurance, resulting in the passage of an act establishing a system of Post Office life insurances and annuities, upon the initiative of Mr. *Gladstone*, attracted some attention in the United States. The subject is referred to by Mr. *William Barnes*, Superintendent of Insurance of the State of New York, who, in his fifth annual report, published in 1864, after calling attention to the English proposal that the government, through the Post Office Savings Banks of the United Kingdom, compete with the companies in the business of granting Industrial life assurances for the working classes, expressed it as his official opinion that, "The tendencies of our people would, undoubtedly, be in favor of the management of life insurance, as at present, by corporate bodies; but in the future history of the business, assuming, as it promises to do, such vast proportions, involving many hundreds of millions of dollars, the security of which must become a matter of governmental and political concern, it is unavoidable that in the exigency of a substantial failure of the companies, after a fair trial, adequately and honestly to protect the sacred interests involved, either the Federal or the State government, will be called upon here, as in England, to assume the performance of such functions, either in competition with, or to the entire exclusion of, incorporated companies."

Life Insurance by the Federal Government, 1864.

This, as far as I have been able to ascertain, is the first specific suggestion in American insurance literature of possible drastic State interference with the management of American life insurance companies and the practical substitution of insurance by the State or the Federal government. Superintendent *Barnes* appears, however, to have recognized clearly and precisely the conditions or circumstances under which state interference would be warranted, and he did not hesitate to express the opinion that "It is to be regretted that in the early stages of our existing civil war some well digested scheme for insuring the lives, limbs and health of all the privates and officers in our Army and Navy, *either by the government directly*, or through the agency of one or two strong and well-organized companies; such insurances to be made compulsory and to operate as an entire substitute for the very onerous pension claims which will hereafter prove an exhausting and oppressive draft on our national resources." The system proposed, in the opinion of Superintendent *Barnes*, "could be made almost, if

not entirely, self-sustaining, and would give the recipient, or his surviving relatives, in lieu of an annuity, the immediate payment of a principal sufficient to purchase an annuity if desired, or a comfortable homestead, or to make any other investment suitable and advantageous to the special circumstances surrounding each individual case." He concludes his remarkable suggestion with the opinion that "A portion of the large sums paid for bounties could be applied advantageously to the payment of premium on a Life policy."

Life Insurance and Civil War Pensions.

Had this suggestion been heeded, the immense pension claims resulting from the Civil War would, to a large extent, have become needless, and it may be stated here in passing that the aggregate amount paid in pensions as the result of the Civil War to the end of the calendar year 1907, sums up the enormous total of \$ 3,389,135.449⁵⁴ and the annual payment on this account during 1907 amounted to \$ 129,940.142.

Proposition for State Life Insurance in Massachusetts, 1865.

In 1865 the Massachusetts insurance commissioners, Messrs. *Wright* and *Sargent*, in their report for that year referred at some length to the speeches made in Parliament by Mr. *Gladstone* in advocacy of Post Office life assurances and annuities in competition with Friendly Societies and Industrial insurance companies. They concluded their observations with the very significant and suggestive statement that: "If necessity has brought the government of Great Britain to interfere on this subject, it seems to us that wisdom and prudence ought to prompt the government of the United States to prevent such a necessity from arising here. Without some preventive action of a general and national character, we can not but think such a necessity will arise in the course of the coming generation. If unrestrained life insurance is destined to withdraw from the pockets of the people, as it probably now does in England, \$ 20,000.000 per annum, beyond its legitimate expenses, which will never find its way back to the insured or their heirs in the shape of any benefits whatever, it seems to us it would be even better for the Federal government, like the British, to enter the field as a life insurer itself, than not to prevent it. What are regarded by capitalists as the profits of the business had better go to pay the national debt than to support a class of unscrupulous parasites and

plunderers, frightening honest and busy people with the fear of death, merely to fill their own pockets."

Proposition for State Life Insurance in Virginia, 1873.

The foregoing remarks read very much like the arguments which are made at the present time in favor of government assumption of the insurance business, or government competition in matters of insurance with private enterprise. During the interval of years many similar propositions have been made, of which only the more important can be briefly mentioned in this historical review of propositions for government or state insurance in the United States. A very suggestive and far-reaching proposition to this effect was made in Virginia in 1873 in an announcement by Mr. *Henry A. Wise*, as candidate for the office of governor, who declared himself unequivocally in favor of a party platform which should include the following:

"That during the pending of petitions for payment by congress of the principal of the old state debt, due provision shall be made to pay the interest thereon, accruing and accrued, by resorting to extraordinary measures, which may be in the power of the state, such as that of *assuming the sovereign right of insurance of life and property*, thus enabling the state treasury in time to meet the interest, and, in case of judicial decision to that effect, to pay the principal of the old state debt, and at the same time to diminish the taxes of the people, by bringing into the public coffers from three to five millions worth of premiums per annum, which are now paid to private insurance companies, and most of which is taken out of the state by foreign insurance companies."

The suggestion was not carried into effect.

Proposition for Municipal Fire Insurance in Massachusetts, 1873.

In the same year the Legislature of the State of Massachusetts considered the subject of State or municipal fire insurance, and a special investigation was requested to be made by the Insurance Commissioner. Mr. *Julius Clarke* in the year following presented a very able report which constitutes one of the most important documents of its kind in American insurance history. The report included three extended communications from experts in insurance, Mr. *Cornelius Walford*, Mr. *Henry A. Oakley*, and Mr. *Nathaniel C. Nash*, also citations

from the opinions of Mr. *Elizur Wright* and *Albert W. Paine*, Insurance Commissioner of Maine. From this important report I can quote only the concluding remarks of Commissioner *Clarke*, who after fully considering both sides of the argument, decided emphatically in favor of insurance by private institutions, summing up his conclusions in the statement that:

The Proper Relation of Insurance to the State.

"If it is expedient that the government should furnish insurance against loss by fire to property-holders at prime cost, putting up all its taxable resources as capital to back the undertaking, why may it not, with the same propriety, furnish the people at large with life insurance, bank accommodations, freight and passenger transportation, hotels, warehouses, tenements, clothing, fuel, groceries, provisions, breadstuffs, and all the necessities of life at cost? Nay, why should it not embark in speculative enterprises, and become an active competitor in the various departments of trade and commerce? It is evident that all such innovations tend surely to consolidation, and the gradual absorption by the government of the reserved rights of the people."

The proposition was not carried into effect.

Introduction of Industrial Insurance into the United States, 1875.

The disastrous period in American life insurance history during the early seventies naturally aroused public interest in experiments in government insurance in foreign countries, chiefly, of course, the post office life insurance system of England and the government life insurance department of New Zealand. The appointment of a Royal Commission in England in 1870 to inquire into friendly and benefit building societies, which continued its labors for a number of years and made its fourth and most important report in 1874, brought together a mass of evidence emphasizing the imperative necessity of sound life insurance as a substitute for unsound schemes and plans which, under the promise of large returns, were certain to lead to disappointment and disaster in the end. While chiefly concerned with Friendly Societies, the reports of the commission called attention to the sound and solvent methods of the Prudential Assurance Company of London, the business of which had assumed very large proportions. One of the immediate causes of this extended consideration of the subject of wage-earners' insurance was the introduction of

Industrial insurance into the United States by Mr. *John F. Dryden*, who, in 1875, established The Prudential Insurance Company of America, at Newark, New Jersey, as the first Industrial insurance company in the United States, primarily for the purpose of furnishing absolutely safe life insurance to those most in need of it.

Proposition for Government Life Insurance in Canada, 1877.

The failure of a number of Ordinary life insurance companies, together with the inherent insecurity of numerous workmen's insurance societies, led to an agitation for government insurance in Canada in 1877. The subject was taken into consideration by the Dominion Parliament, but nothing came of the agitation.

Proposition for Government Life Insurance in the United States, 1878.

In 1878 a bill was introduced in the United States Congress to establish a system of life insurance for officers of the United States Navy and Marine Corps, which provided that any officer, after passing a medical examination, could take out a policy of life insurance signed by the Secretary of the Navy, for a sum not exceeding \$25,000. The amount of the premium was to be withheld by the paymaster from the monthly salary and the amounts of premiums thus collected were to be paid every quarter into the Treasury of the United States. *Walford* quoted the following as the argument advanced in favor of the scheme:

"The principle underlying the whole scheme being to make the system self-supporting, by so calculating the taxes that the aggregate amount of money received shall equal, as nearly as possible, the total sum paid out to meet policies falling due. It is a mutual association without working expenses, the Government furnishing the machinery by which the business is carried on. In order to equalize receipts and expenditures, the Secretary of the Navy is authorized, at his discretion, to increase or decrease the rate of taxes at any time. The advantages which it is claimed will result from an insurance plan of this kind are: 1. Cheapness. — The expenses attendant upon the management of ordinary companies being avoided, insurance is effected at prime cost. This would probably reduce the tax on policy one-half, as compared with the usual rates. 2. Perfect security. — The Government being security, there can be no collapse.

3. Payment of policies in good faith. — The death of a policyholder is the only fact inquired into; therefore no legal quibbles can be raised to defeat the payment of a policy. 4. Convenience. — The taxes being withheld from his pay, an officer is relieved of all trouble in remitting money for the payment of premiums. For this reason, also, policies can not lapse from accident or neglect. 5. Avoidance of special taxes. — The officer is not compelled to pay an extra premium if exposed to extra risk, but under all circumstances pays the same tax, whether at home or abroad, ashore or afloat." The foregoing proposition, however, was not carried into effect.

Proposition for Government Annuities in Canada, 1879.

In 1879 the agitation for government insurance and annuities was again taken up in Canada, and it was proposed that the government should accept insurances on any one life not exceeding \$1000, but apparently the only advantage would have been government security, in that the rates to be charged would have been somewhat higher than those charged by private institutions. The idea seems to have been for the Canadian government to follow quite closely the precedent of the British government in transacting the business of life insurance and annuities through the post office. After an extended discussion which attracted wide attention not only throughout the Dominion but also in the United States, the government's attempt to enter the business of life insurance in competition with private enterprise was abandoned.

Beginnings of German Government Insurance, 1884.

During the early eighties the agitation in Germany for compulsory government insurance, so-called, which led in 1884 to the enactment of compulsory sickness, and in 1885 to compulsory accident insurance, naturally attracted some attention in the United States, but from the outset the German experiment aroused more the interest of American economists, than of insurance managers, and experts in the theory and practice of insurance. Mr. *John J. Lalor*, who, in 1878, had translated „The Principles of Political Economy," by *William Roscher*, one of the few German economists who had considered the economic theory of insurance, published in 1889 his „Cyclopaedia of Political Science and Political Economy". In this work the subject of insurance is discussed at some length and classed „among the

most beneficent and public-spirited devices which the mind of man ever conceived". With reference to the relation of the State to insurance interests, Lalor remarks in part as follows:

"The first question arising in this connection is, naturally enough, Should insurance be a public enterprise undertaken by the State or municipality? Insurance was first introduced into many of the continental nations by the government, and for a long time nearly all insurance was effected by the state. Even now many cities and states carry on some particular branches of insurance. The history of insurance justifies us in laying it down as a rule, with few exceptions, that the state should not attempt to perform the office of insurer. Wherever private institutions have been allowed to compete with public ones they have slowly but surely driven them from the field in spite of many obstacles placed in their way. Nor is this surprising. The state is not suited to prosecute speculative insurance, because it lacks all those qualities which are necessary to the profitable pursuit of an industrial undertaking. The zeal animating a private undertaker to attain the greatest possible results with the least possible expenditure, and to appropriate to his own use without delay for this purpose every technical improvement, is foreign to the state, nor has the latter the same watchful eye for the wants of the public as the former."

Political Aspects of Insurance, 1889.

It is evident from the foregoing and other remarks of *Lalor*, which can not here be quoted, that he considered insurance as a branch of commerce, or at least as an instrumentality of commerce, concluding his remarks with the following thoughtful and suggestive observations:

"Since the industry (of insurance) must be carried on by hired servants whose slack zeal needs constant supervision, everything which the state undertakes in the commercial or industrial field acquires a character of painful smallness and clumsiness: everything bears the stamp of bureaucracy instead of commerce. The state spends more and accomplishes less, consequently it is at a disadvantage as compared even with those private associations which seek to satisfy their need of insurance by mutual institutions. For a private association has more freedom and less expense of administration. From which it is clear that those are seriously mistaken who expect a cheaper and better service from the state in such matters than

from private companies. There are circumstances, however, we must admit, which not only justify but demand public insurance. If public spirit and a tendency to association are lacking in a people; if the desire for far-reaching undertakings has not shown itself, and at the same time an appreciation of the advantages of insurance has not yet grown up; in a word, if all the pre-suppositions of the establishment of insurance offices by private parties are wanting, then the state may wisely take the initiative and proceed with the institution of public offices. Otherwise, the nation might have to wait much longer for the introduction of these beneficent institutions. And yet, even in such cases, the state should aim at educating the people as soon as possible to such an extent that private enterprise would take the business off its hands."

Social Aspects of Labor, 1889.

The Paris Exposition of 1889 focused the attention of the world upon the social aspects of labor, and out of 1116 exhibitors in the Social Economy Section, 154 were mutual benevolent societies, 67 pension funds and life pensions, 36 accident and life insurance companies, and 45 savings institutions. The Government of Canada sent a special representative to Paris to study the exhibits, and an elaborate report of over 600 pages was subsequently presented, which, in a convenient form, made a mass of valuable material accessible to the student and the manager and expert in insurance.

International Labor Insurance Congress, 1891.

In 1891 an international convention in the interests of labor, with special reference to workingmen's insurance and labor protection, was held in Berne, Switzerland. The convention discussed methods and means of protecting wage-earners against the hardships and unfortunate consequences resulting from accidents, sickness, disablement and old age more or less connected with dangerous or health-injurious occupations. The United States sent an official delegate to the convention, Mr. *E. R. L. Gould*, of *Johns Hopkins University*. Mr. *Gould* summed up his conclusions in the statement that "the Americans were a practical people, and if they should ever conclude that the experience of State insurance in other countries, particularly in Germany, Austria and Switzerland, was attended by satisfactory results, they would, no doubt, favor the adoption of a similar system in the United States."

Social Value of Industrial Insurance.

The introduction in 1891 of old age and invalidity insurance, so-called, in Germany, once more brought the subject prominently before the public and, among others, by Professor *Edward W. Bemis*, in an article in the *Christian Union* of September, 1891. Professor *Bemis* pointed out the difference between insurance connected with employment, as comprehended under the German scheme and the American method of separating the function of industry from insurance entirely. In referring to Industrial insurance, which by this time had attained to considerable proportions, the writer pointed out that "The Industrial companies have to pay for weekly visits to their members. On the other hand, these small weekly payments are the only way by which the poorer class of workmen at present keep up an insurance policy. Habits of regular saving are thus formed and ultimately men who begin with Industrial insurance will change to other kinds which are cheaper and, for the thrifty, better." In subsequent experience of many years this has actually been the case as made evident by the enormous amount of Ordinary insurance now being written by the Industrial agents of American Industrial companies.

United States Government Report on Compulsory Insurance, 1893.

The foregoing references from practically inaccessible sources illustrate the increasing interest of the American people in questions and problems of government insurance. It is evident that the time had come for a government inquiry, and in 1892 the United States Department of Labor sent Mr. *John Graham Brooks* to Europe to study, and report upon, compulsory insurance. Mr. *Carroll D. Wright*, in his introduction to the report, which was published in 1893 remarks that:

"If there is a subject within the whole range of social economy which relates to means for promoting the material, social, intellectual and moral prosperity of laboring men and women, it is that which deals with what is called the "economic insecurity" attending the prosecution of great industries. The governments of Europe have striven to find the means by which this economic insecurity can be eliminated. Various and complicated methods of charity have been resorted to, but, as a rule, with the result of only perpetuating the difficulties and evils sought to be cured. The German government has, with great courage, put into active practice a system of compulsory in-

surance against sickness, accidents and the infirmities of age. The theory upon which that government has acted has been ethical, as well as economical in its principles. The popular idea is that the enactment of the Imperial compulsory insurance laws was the result of sudden conviction that some action of the kind was necessary to prevent, or remove, discontent everywhere prevailing in Germany. The fact is, that these laws were the direct result of evolutionary processes, growing through many experiences and covering a long period of time."

Results of Compulsory Insurance in Germany, 1893.

The report by Mr. *Brooks* covers practically the entire subject of government insurance in European countries at that time, including, aside from the technical considerations, chapters on the attitude of the public towards state insurance, the relation of state insurance to wages, the relation of government insurance to public charity, and finally, the moral and educational results of the system. In summing up his conclusions, Mr. *Brooks* remarks that the German experiment "was not for herself alone but for the world, and that, consciously or unconsciously, the end aimed at was the raising of the standard of living among the broad mass of humbler wage-earners". Economic liberalism, in his opinion, had always denied that this was possible through State action, but the German experiment furnished evidence at the very points where such evidence was needed most. Mr. *Brooks* summed up his conclusions in the statement that:

"If the energies of self-help should be found to suffer under this insurance scheme, its doom is certain. The advocates claim, however, that every essential of a vigorous individual initiative has been preserved. They refuse to admit that this state system is in any way opposed to self-help, but is rather a means of securing real and independent action to the masses which present conditions do not allow. It should be remembered that these claims are made, not merely by theorists or persons of inexperience; they are made by a large body of the ablest and most practically experienced men that Germany possesses. Even if partial success follows this experiment it will have furnished evidence of inestimable value upon questions that now baffle all except the infallible."

The foregoing report had a far-reaching effect in shaping American public opinion favorable more or less to the German system of government insurance.

Government Insurance at the Chicago Exposition, 1893.

In connection with the Chicago Exposition of 1893, the German government made an exhibit of its system of compulsory insurance, including a Guide Book in English, which for the first time made the essential facts accessible to the general American public. The German system was defined as national insurance based on mutuality and self-administration, compulsory for all wage-earners, irrespective of nationality, and, unlike mere Poor Law relief, conferring on every insurer a legal claim to certain assistance in case of sickness, accident, invalidity and old age. The term "insurance", as used in this connection, is the equivalent of a state guarantee, and not the equivalent for the term as in general usage in English-speaking countries throughout the world.

United States Consular Report on Government Insurance, 1894.

In 1894, under date of March 14th, Mr. *J. C. Monaghan*, United States Consul at Chemnitz, Germany, made a special report to the Department of State on workmen's insurance in Germany, defined as "a movement intended to ameliorate the condition of the laborer." The report includes the significant statement that German manufacturers were becoming alarmed at the increasing cost and that the opinion was gaining ground that they could not go on competing with other countries that had no State insurance.

Proposition for State Insurance in Colorado, 1896.

A statement was made in 1896 in a newspaper of Denver, Colorado, that the State Auditor, charged with the supervision of insurance companies in that State, was in receipt of a considerable correspondence relative to the establishment of a State insurance company after the system of the government life insurance department of the colony of New Zealand. The suggestion, however, was not carried into effect.

Platform of the Socialistic Labor Party, 1896.

On July 6, 1896, the socialistic labor convention adopted a plank in its national platform providing for "laws for the protection of life and limb in all occupations and an efficient employers' liability law."

First American Treatise on Workingmen's Insurance,
1898.

The first systematic American treatise on the subject of workingmen's insurance was published in 1898 by Mr. *William Franklin Willoughby*, at that time connected with the United States Department of Labor. After presenting in outline the problem of workingmen's insurance, with special reference to government effort in this direction in Germany, Austria, France, Belgium, and other continental European countries, followed by a brief consideration of Friendly Societies, government insurance, employers' liability, and proposed schemes for old age insurance in England, Mr. *Willoughby* dealt with insurance in the United States, chiefly as indicated in the results of railroad employees' relief departments and the insurance work of labor organizations. In his concluding remarks Mr. *Willoughby* called attention to the general movement taking place in practically every country, having for its object the transformation of the old mutual aid and charitable relief societies into scientific insurance organizations. He remarked that

"Workingmen's insurance thus, as almost all measures of social reform, is one which has had to pass through long periods of change, during which its features have been gradually perfected. To neglect this movement, and consider only the modern proposals for state insurance, would be to omit the most significant feature that our subject has to present."

Argument in Favor of State Insurance.

Mr. *Willoughby* considered the difficulty of State voluntary insurance undertakings in competition with private enterprises. He argued that the theory of intervention in matters of insurance rests upon the same ground as State action in creating postal savings banks. In his opinion, the organization of a State Insurance Department would be a comparatively simple matter and that use could be made of Post Offices in the same way as was done by Postal Savings Banks. His discussion, of course, has no particular reference to American conditions, since, as a matter of fact, the States, as such, would not have the right, or privilege, to make use of the Federal Post Offices for the transaction of an insurance business.

Proposition for State Insurance in Colorado. 1898.

The proposal for State insurance in Colorado which had been first made in 1896, was revived in 1899, when the Denver Post of March 1st advanced the argument that there was nothing to prevent

any State with an insurance department from going directly into the insurance business, and there were no reasons why this should not be done in the interest of the public. The suggestion, however, did not lead to practical results.

Proposal for State Life Insurance in Kansas, 1898.

A Mr. E. C. Little this year suggested a modified form of state insurance, summarizing his reasons for such a measure in part as follows:

“(1) The rates that the people now pay for insurance are so excessive that the necessity for some improvement commends itself to the judgment of every man. (2) The insurance companies write risks so astonishingly in excess of their capital that their business is not a business but an adventure. (3) The principle of the State insurance inaugurated by Bismarck has been demonstrated to be a success for fifteen years, and in at least five countries. (4) Such profits as accrue would enter the public treasury and benefit the entire commonwealth if the State should engage in the business. (5) The State can give its people a cheaper insurance than they ever had. (6) The State of Kansas can give the people a safer insurance than any other possible, and owes it to the people to do so.”

The suggestion by Mr. Little was not carried into effect.

New York State Labor Report on Compulsory Insurance, 1898.

An important report was published by the State of New York in 1899, through the Bureau of Labor Statistics, on the industrial accident problem, with observations upon employer's liability, and compulsory insurance in Germany, Austria and other countries. The report concludes with a brief consideration of the assumption of risk by employers and employees, and as a result two important bills were introduced, one at the request of the State Workingmen's Federation, entitled “An Act to Extend and Regulate the Liability of Employers to Make Compensation for Personal Injuries Suffered by Employees in Their Service”, and another entitled “An Act to Extend and Regulate the Liability of Employers to Employees and Others for Injuries Suffered by Them”. While these bills did not become law they were among the first to initiate the profound change in labor legislation in the United States, tending to ultimately do away entirely with the common law doctrine of the workman's assumption of personal risk in industrial occupations.

Superannuation for Civil Service Employees, 1898—99.

The 10th annual report of the U. S. Civil Service Commission, issued in 1900, gives extended consideration to the problem of aged employees, and the retirement and superannuation of aged employees, referring to a report by the Commissioner of Pensions, in which the opinion is expressed that a system should be devised by which a certain percentage of the salaries of the employees should be withheld each month for the purpose of creating a fund by means of which such employees might be retired from service and a reasonable amount be paid to them monthly from this fund for their support in old age. The commissioner concluded his remarks with the statement that: "I do not favor the idea that a pension to government employees shall be paid by the government, but I do readily commend any plan by which a fund can be accumulated from the salaries of the employees, to be paid under proper rules and regulations, to those who may become entitled to relief from that source."

Compulsory Insurance at the Paris Exposition 1900.

The Paris Exposition of 1900 gave to the German government an opportunity to exhibit the statistical and other details of the government system of compulsory insurance, which attracted wide attention, partly because of the fact that guide books to the exhibit were printed in English, French and other languages. A large amount of explanatory literature was distributed by the government, the effect of which is clearly traceable in the subsequent discussions of government insurance in other countries.

Insurance in the Platforms of Political Parties, 1900.

The Republican National Convention of 1900 adopted a plank in its platform providing for "an effective system of Labor Insurance". The Social Democratic Party of America the same year adopted a plank in its platform providing for "State or National Insurance of working people against accidents, lack of employment, and want in old age".

Proposition for State Life Insurance in Virginia, 1901.

The Virginia idea of insurance by government, first broached in 1873, was revived in 1901, when a member of the Constitutional Convention offered a resolution providing for the organization of a State Insurance Company, and while primarily for the purpose of trans-

acting fire insurance business, covered also other features, except life insurance. The rates to be charged were to be the same as charged by private insurance companies, but it was anticipated that the profits by of the business would pay all the taxes of the state and relieve the people of the entire burden. The suggestion was not, however, adopted by the convention.

Report on Workingmens Insurance by Massachusetts Labor Bureau, 1901.

A distinct and important contribution to the literature and discussion of insurance of workingmen by government or private enterprise was made this year in response to a resolve of the Legislature of Massachusetts, requesting the Bureau of Labor Statistics to investigate "the subject of labor and co-operative insurance", and directing it to present such data and statistics as it might be able to obtain, either in this country or abroad, concerning provisions for securing to employees either a share of profits or sick or mortuary benefits, or annuities, after a certain period of employment, or after reaching a certain age. The report subsequently submitted to the Legislature presents in a convenient form a summary discussion of government insurance, so-called, or, more accurately, a State policy of labor protection as practiced in different countries of the world. In the introduction to the report it is pointed out that the term "workingmen's insurance" is not usually made to comprehend insurance against death unless death results as a contingency of employment, but that the use of the term is rather confined to "risks especially borne by workingmen, affecting their ability to labor, and not the ordinary risks of death to which everybody is subject, and except incidentally, it has nothing to do with life insurance". The report points out that, except theoretically, workingmen's insurance, as thus defined, had as yet attracted little attention in this country, while, on the other hand, every European country in which modern industrial methods had become general had taken up the subject and endeavored to work out some practical solution of its problems. In continuation the statement was made that

"The solution may involve an elaborate system of obligatory insurance, directed and partly supported by the State, as in Germany; or an entirely voluntary system more or less affected by a stringent employers' liability law, as in England; or a system which while voluntary is safeguarded by State institutions and aided by State funds, as in France. Whatever the solution, the importance of the problem is everywhere recognized

there, and it has received the careful attention and best thought of legislators, employers, workingmen, and students of the social question generally. That it will demand greater consideration in the United States in the future may be expected"

Compulsory Insurance Suggested for the State of New York, 1901.

In his annual message this year Gov. Odell, in discussing workmen's insurance, concluded his remarks with the statement that "A system of compulsory insurance of employees by employers has been suggested as the best way of solving the question"; but he himself did not make a specific recommendation to this effect.

Employers' Co-operative Insurance Law of Maryland, 1902.

Strongly influenced, no doubt, by the increasing agitation for State interference with the prevailing methods of insurance, and by more intelligent consideration of the serious problem of industrial accidents, the State of Maryland in 1902 considered a bill for a modified employers' liability and insurance law, defined as "Co-operative insurance of employers and employees". The fundamental principle of the proposed legislation was that the trade risk should be imposed upon industry and not made to rest upon the widows and orphans of the victims. The matter was referred to the Senate Committee on Insurance and Loans, who presented an interesting report, largely consisting of extracts from the treatise on workingmen's insurance by *Willoughby*, and the special report on industrial accidents and employers' liability by the State Labor Commissioner of New York. Only the more hazardous employments were comprehended under the bill, it being provided that employees and employers should pay equally pro rata contributions. The required contributions, it was held, would be sufficient to create a sum for each occupation to pay one thousand dollars to dependents in the case of a workman's death. The rates, however, were to remain subject to regulation by the Insurance Commissioner, to whom the premiums were to be paid. The act was limited to deaths and did not include injuries. While the data were crude and the rates inadequate, ample provision was made for changes in rates or regulations, in the opinion of the Insurance Commissioner to develop an efficient system of labor insurance. In the opinion of the author of the bill, *David J. Lewis*, of Cumberland, Md., the same was the first step in what he believed to be a practicable idea, which would

ultimately extend to every state of the Union. The bill became a law, but it was subsequently declared unconstitutional. The act was in operation long enough, however, to prove that neither the employer nor the employee were inclined to make any extended use of the legislative provision, which, of course, was entirely voluntary. In referring to the subject in his annual report, Insurance Commissioner *Wilkinson*, of Maryland, stated that "since this bill went into effect nine corporations have taken advantage of its provisions".

Proposals for Compulsory Annuity Insurance for Government Employees, 1902.

The U. S. Civil Service Commission in its annual report this year dealt with the question of superannuation and disability of employees in the government service, criticising the various remedies that had been suggested and recommending action by Congress for the establishment of a system of compulsory annuity insurance by deduction from the salaries of government employees. The Commission concludes its recommendation with the statement that the salaries paid by the government in the lower grades of the Service are generally higher than those paid by private employers, so that the requirement of insurance would not entail unreasonable hardships on the employees.

Proposition for State Insurance in Tennessee, 1902.

During the same year the subject of State insurance was widely agitated in Tennessee, chiefly with reference to fire insurance, for which, it was charged, the rates were excessive. In the opinion of the *American*, a newspaper of Nashville, "It is high time resolute steps were being taken to stop this drain upon the State's resources and, in our opinion, no better solution can be found than by State insurance." In the opinion of the *Commercial Appeal*, an influential paper of Memphis, Tenn., "It may come to it that the Federal government will have to be called on to issue insurance certificates. The national government means all the people, and all the people are greater than an insurance, or any other kind of trust." In opposition to these theories of a material enlargement of the sphere of the State, the *News of Nashville* argued, "The insurance business is not a function of our government in the State. The idea that the State should go into such a business violates the fundamental principles of economics in government. A slight reflection will show that it would be dangerous and perhaps ruinous to the State. The minute the State attempts such a

venture there would be a clamor for low rates. This would almost certainly crystallize into a political issue. Business and politics do not mix well. The cold, calculating and prudent business man is apt to become imprudent and intemperate when he is saturated with sentimental politics." The proposals for State insurance in Tennessee were not carried into effect.

Employers' Liability and Workingmen's Compensation Laws.

In the Political Science Quarterly, of June, 1902, Mr. *Adna P. Weber*, of the New York State Bureau of Labor Statistics, discussed at considerable length employers' liability and accident insurance, emphasizing his remarks by extended references to European methods and experience, but referring in particular to the British Workingmen's Compensation Law of 1897. Mr. *Weber* concluded his remarks with the statement that:

"Should the United States, or any of the States, enact a workmen's compensation law, one would expect the example of England rather than the Continent to be followed, at least until the impracticability of leaving the matter of insurance to the initiative of the employer has been fully demonstrated. And while the genius of America favors voluntary rather than compulsory insurance, the private institutions to furnish such insurance are already developing. Should congress enact a law requiring interstate carriers to compensate employees for all injuries of their employment, it would find many of the largest systems already provided with insurance institutions in the form of relief funds, which, under government supervision, would serve their purpose admirably."

Largely upon considerations like the foregoing, a stringent employers' liability law went into operation in the State of New York on July 1, 1906, the details of which however, are not pertinent to the present discussion.

Superannuation of Civil Service Employees, 1902/03.

The 20th annual report of the U. S. Civil Service Commission, published in 1904, contains a list of the various bills introduced into Congress dealing with the question of superannuation of civil service employees, beginning with the 55th Congress (1897) and ending with the 58th Congress (1904). Reference is made to a more extended consideration of the technical aspects of the problem in the 19th annual report, for the previous year, amplified by numerous tables and

calculations of the proportion of annual salary necessary to secure a pension equal to 1-60th part of the average salary ten years prior to time of retirement, for each year of service, the pension to commence at age 70 or at incapacitation, provided incapacitation occurs ten years after entering the service.

Tendency towards State Insurance in America, 1903.

It is evident that by slow degrees the theory of drastic State interference with the business of insurance on the one hand, and an enlargement of the sphere of government to include the business of insurance on the other, was gaining ground. In a very thoughtful discussion of the subject, *The Guardian*, an insurance publication during 1903 observed in part as follows:

"No one can fail to recognize the increasing frequency in our legislatures of bills which have as their foundation the idea of insurance as a governmental function. While in the past this has been to a very considerable extent confined to the matter of fire insurance, more recently, life and accident insurance have been included, and along this particular line the increased number of bills is especially marked. Already in one state an experiment is being tried, and a proposition which may not fail to develop considerable force is before the legislature of New York to duplicate the legislative experiment in Maryland. It has been the fashion in the past to treat these propositions as freakish in nature and unworthy of serious consideration. As a rule, they have been dismissed with ridicule and the apparent assumption that there is not the slightest danger of their developing into serious experiment. We believe that this method of treatment rests largely upon a grave misapprehension of the socialistic direction in which political thought in this regard has, of late years, developed. Time was, and not so far distant, when almost universally the idea that socialistic conditions were to be remedied through the direct use of political power was held only by an extremely limited number of citizens. Those who have not followed the tendency of modern socialistic thought evidently believe that this is still the case. No idea could be more mistaken. Out of the mass of crude and mischievous thinking as to the overpowering influence of capital, as to the possibilities of evil in trust combinations, and as to the effect of the gradual elimination of competition from the transactions of modern life, there has grown up a strong and constantly strengthening idea of dependence upon government for relief from ills, or fancied ills."

Importance of Present-day Discussions.

I have quoted the foregoing remarks from *The Guardian* in full as presenting in broad outlines the position confronting private insurance institutions in the United States at the present time. *The Guardian* very properly observed that it would be useless to attempt to dispose of the question at issue with the statement that the assumption of the function of insurance by government was contrary to the American idea, for in fact the American conception of government was not, and never had been, a fixed quantity. To the contrary, the *Guardian* was of the opinion that the proposition for the assumption of the insurance function by government was indeed one of the most natural, instead of merely freakish developments of modern theories of State interference, and that in proportion as the business became more universal and widely diffused throughout the country, and as the public became convinced, through socialistic and other agitation, that an enlargement of the sphere of government in this direction would be beneficial to the people, "this thought of the exercise of the insurance function by the government is bound to become more and more prominent." *The Guardian*, therefore, concludes in the following decidedly suggestive admonition, deserving of the serious consideration of all who are interested in the future of the business of insurance by private enterprise in the United States:

"We therefore warn those who think that these bills can be dismissed as mere freakish emanations of unbalanced minds, that they are but advance indications of great questions that will have to be met and settled. That it may be full of danger no one can doubt; that it will give birth to schemes of the utmost impracticability, the history of assessment and fraternal insurance indicates as inevitable. That it may be guided with some approach to wisdom and with some knowledge of the principles underlying the purposes sought to be achieved, will depend in a large measure on whether those who have been trained in insurance approach the question from the standpoint of its seriousness or merely from the standpoint of the flippant observer who reads, not to understand, but simply to ridicule. Our advice to the insurance interests of the country is to look seriously at this question, with a full appreciation of the fact that, sooner or later, it must be met, and that to a large extent the spirit in which they meet it will decide the question of its wise or unwise settlement."

Resolution by Congress for Government Inquiry. 1904.

The first definite proposal to introduce a system of labor insurance in the United States was brought to the attention of the public in a resolution submitted by Mr. *Steenerson* in the House of Representatives on January 12th, 1904. The resolution read "Resolved, that the Secretary of Commerce and Labor be, and he is hereby, requested to report to this body what legislation is required in order to establish an effective system of labor insurance in the United States, and to what an extent such a system could be established by Federal authority, and to what extent such a system has been established elsewhere, and whether under government aid and authority or otherwise, and the effect thereof upon those sought to be benefited thereby." The resolution was referred to the Committee on Labor and ordered to be printed. Under date of February 4th, 1904, the Secretary of Commerce and Labor furnished the Chairman of the Committee on Labor of the House of Representatives with a memorandum indicating briefly what had been done in foreign countries with reference to labor insurance. The memorandum was not printed, but it is understood that the same did not contain anything in the nature of an opinion relative to compulsory insurance as a possible Federal institution in this country. No further action was taken by Congress on the resolution.

Yale University Lectures on Government Insurance.
1904.

In the lecture course on insurance, delivered before the students of Yale University during 1904, Professor *Henry W. Farnam* delivered two addresses on government insurance, based largely upon a critical examination of the German system (as the result of several years of residence in Germany). The conclusions of Professor *Farnam* are summed up in the statement that compulsory insurance in Germany had not interfered, as might have been anticipated, with the rise of wages, or the extension of business, or the growth of capital. Material improvements had resulted from the various measures providing for safety appliances and matters affecting the public health. There, however had not been the anticipated check upon the development of socialism and the growth of the socialistic party. It was an open question whether the improved relations between capital and labor could be attributed to compulsory insurance. Much more, in the opinion of Professor *Farnam*, had been accomplished through the voluntary action of employers, antedating by many years the introduction of compulsory insurance. According to the best evidence obtainable, there had been no decided effect, if

any at all, on pauperism, while it was safe to hold that compulsory insurance tended to diminish thrift and substitute dependence on the government.

Conclusions of Professor Farnam.

Professor *Farnam* was one of the first of American writers to call attention to the necessity of intelligent discrimination in the use of terms in discussions of this kind. In his Yale lectures, previously referred to, he pointed out that government insurance, which is supported in whole or in part by taxes, or by the contributions of others than the beneficiaries, is not insurance in the strict sense of the term. It is an institution which, while having the form and the immediate purposes of insurance, partakes, as regards its ultimate end and the means by which it is carried into effect, of social legislation. He quoted Professor *Rosin*, the foremost German authority on the legal aspects of government insurance, to the effect that "We are not dealing in government insurance with a single two-sided legal relation, but with two one-sided relations. Of these, one, which is the principal, provides for the working classes assistance on the part of the State; the other, which is secondary and does not necessarily stand in legal connection with the first, has to do with the raising of money by contributions upon certain persons." The lectures by Professor *Farnam* and his subsequent papers are among the most valuable contributions to the subject from an American point of view.

United States Government Report on German Compulsory Insurance System, 1904.

In 1904 the United States Government published a special consular report on the commercial and industrial growth of Germany, including observations upon the subject of government insurance, from which I can make only a very brief but suggestive extract:

"Any account of labor conditions or labor legislation in Germany would be so defective without it as to be merely misleading. It is impossible to doubt that the general wellbeing of the working classes, which is strikingly visible to the eye and provable by vital statistics in spite of many unfavorable circumstances detailed in these articles, is in a large measure due to that remarkable system of insurance which is made up of compulsory thrift, State aid, and recognition of the liability of employers. The greatest causes of poverty are sickness and infirmity: it is the function of this insurance to counteract them, and no doubt it does...."

While the foregoing opinions are not official they nevertheless have had a far-reaching effect in favorably influencing public opinion in the United States, particularly toward the German system of government insurance.

Government Insurance for Army and Naval Officers. 1904.

The suggestion, made in 1878, that the Federal government provide a system of life insurance for officers of the United States Navy and Marine Corps, was repeated in 1904, in a bill introduced in the House of Representatives by Mr. *John J. Gardner*, of New Jersey, to provide life and accident insurance for members of the Army and Navy. The underlying object of the bill was to do away, if possible, with the necessity for soldiers' pensions, and quoting an Army officer, the New York Evening Post said, with reference to the project, that the same was suggested as

"a substitute for a system which has been attended with many evils, but at first sight it seems crude and takes no cognizance of the difficulties involved. Deaths from disease during campaigns are from three to ten times as numerous as those resulting from wounds received in battle. A scientific determination of the risk (if this is intended) would have to take into account the age of the insured as well as the special risk of the military service in which he is employed. Unless such a scheme was prepared by a competent actuary (or better still by a committee of actuaries) it would be altogether too imperfect to be seriously considered."

No action was taken on the proposed measure.

Wisconsin Labor Report on Government Insurance. 1904.

An important report on workmen's compensation for industrial accidents, prepared by Mr. *Wm. D. Kerr*, was published during 1904, as part of the Biennial Report of the Bureau of Labor Statistics of the State of Wisconsin. While the report is primarily upon the subject of employers' liability, the important question of State compulsory and voluntary compensation is discussed at considerable length.

Favorable Opinion of German System.

In discussing the German system and points of difference between German and English legislation, the conclusion is arrived at by the author of the report that

"While opinion may vary as to the philosophy and wisdom of thus extending the sphere of the state it is certain that the Germans have succeeded by invoking state aid in putting into operation the best and most effective scheme yet devised of dealing with the problem of compensation. By the means of compulsory insurance, compensation has been placed on a plane of reliability unsurpassed."

Argument in Favor of Government Insurance.

The discussion of government insurance during the year 1904 assumed a wide range and, among others included a very interesting and suggestive address before the American Academy of Political and Social Science, published in the Annals of the Academy, September, 1904, by Mr. *I. M. Rubinow*, of the United States Department of Labor, Washington, D. C. The author points out that American wage-earners, as well as the wage-earners of Europe, prefer the principle of insurance as a social guarantee to purely personal responsibility and self-help. His conclusions were in favor of government insurance rather than private enterprise, and he held that a comparison of actual results was decidedly in favor of Germany and to the disadvantage of the United States. Pointing to the results achieved under compulsory insurance, he remarks that instead of sickness insurance we have medicinal charity with all its harmful results, and instead of accident insurance a series of common-law doctrines which make the employer's responsibility for injury almost a myth, and finally, instead of life and death insurance "the tremendous system of exploitation of the poorest and neediest which goes by the name of Industrial insurance." He submitted no evidence, showed a lamentable lack of actual knowledge of what had actually been achieved by the development of voluntary thrift in the United States, and concluded, rather triumphantly, with the statement that "Experience, therefore, corroborates the conclusions of *a priori* reasoning that nothing short of compulsory insurance can make the benefits of insurance universal," and that "a study of European statistics will clearly indicate this deduction — that the less compulsory a system of insurance is, the fewer people partake of its benefits." He was, therefore, in favor of both State voluntary and State compulsory insurance, believing that our views of the legislative functions of government are undergoing very rapid changes.

Gradual Change in Public Opinion.

Arguments like the foregoing have had a decided effect upon the public mind, which by degrees, has been encouraged in the belief that in-

insurance with private companies is both dear and uncertain, while insurance with government would be an admirable substitute and decidedly to the benefit to the mass of the people. In opposition to these theories, very little has been advanced by way of rational arguments by American writers familiar with the subject of both private and government insurance. It can not be otherwise than that, unopposed, such ideas will have their effect in shaping subsequent legislation by preparing the public mind for an enlargement of the sphere of the State in dealing with the subject.

Discussion by the National Conference of Charities and Correction, 1904.

At the Detroit meeting of the National Conference of Charities and Correction a special committee on workingmen's insurance with relation to charity had been appointed with instructions to bring in a report at the session of 1905. The committee consisted of Prof. *Chas. R. Henderson*, of the University of Chicago, Mr. *John Graham Brooks*, of Cambridge, Mass., and the writer. A preliminary report was made to the conference in 1904, in which attention was called to the worldwide interest in the subject, it being stated that.

"In some form this inquiry is before all the great national conferences of charity in Europe; it is one of the questions proposed for discussion at the International Congress at Milan next year; it has repeatedly entered practical politics in England; it was on the program of the International Home Relief Congress at Edinburgh, Scotland, only a few days ago; it was the subject of a report by our Industrial Commission; it has been brought before Congress on the motion of a member of our national legislature; it appears more and more frequently in our charity literature: it has been taken up seriously by lodges, trades unions, railroad corporations, municipalities, and for soldiers and sailors, by our federal government."

Government Insurance at the St. Louis Exposition, 1904.

At the International Exposition held at St. Louis in 1904, the German government made an elaborate exhibit of compulsory insurance in all its branches, including a number of special publications in English explanatory of the system, its origin and social importance, statistics of operation, prevention of accidents and workmen's hygiene, and workmen's insurance in its relation to national economy. The opinion was expressed that the German system was gaining more and more

friends abroad and that people were beginning to see that the civilizing work carried out by the German workmen's insurance system could neither be fulfilled by the development of self-help, nor by improved legislation on employers liability, nor by voluntary insurance. The hope was held out that the internationalization of workmen's insurance would make more rapid progress in the future and that countries adopting the system would find it a measure and means making for progress and culture and social peace. A large amount of educational literature was distributed during the Exposition and, naturally, information regarding the system was more widely diffused throughout the United States than ever before.

United States Government Report on Insurance in Foreign Countries, 1904.

Influenced, no doubt, by the increasing interest in the methods and results of insurance by private institutions coincident with the agitation for the supervision of American insurance companies by the Federal government, the Department of Commerce and Labor collected information during 1904, which was published during 1905 as a special consular report on insurance in foreign countries. This report made a large amount of information on the subject of government and compulsory insurance in foreign countries available to American readers, and had the effect of further increasing the agitation for insurance by the Federal government or the different States.

Proposition for State Insurance in Michigan, 1905.

A proposition was submitted during the early part of 1905 to the Constitutional Convention of the State of Michigan, to provide for the transaction of fire, life and accident insurance by the State. A bill was also introduced into the Senate of the State of Michigan, providing for the appointment of a State Actuary to investigate and report not later than February, 1907, upon the general plan of government life insurance transacted in New Zealand and elsewhere and also upon the feasibility of adopting a similar plan in Michigan, whereby bona fide residents sixty-five years of age and over might receive benefits from a fund accumulated by their own contributions between the ages of eighteen and fifty years. What the proposition really provided for was the introduction of a system of old age annuities for amounts not to exceed one hundred dollars annually and down to twenty-five dollars, according to the length of time the pensioner had resided in the State. The foregoing suggestion was not carried into effect.

Proposition for State Insurance in Florida, 1905.

The Governor of the State of Florida this year came forward with a proposition that the State go into the life insurance business, to afford to the citizens of Florida a more economical and secure method of insurance, while at the same time a considerable profit would result to the State, which would tend to reduce taxation. In the words of the Governor, "May not the State issue policies and receive premiums therefore, and setting aside the proper reserve fund for the safe conduct of the business have a large surplus to be turned into the revenue fund of the State, thereby relieving direct taxation to that extent?"

The legislative history of the measure would be of interest, but the space is not available for a recital of details. The proposition was not carried into effect.

Propositions for State Insurance in New York and Louisiana, 1905.

In New York it was proposed that the State transact an insurance business the same as private enterprise minus the high salaries and costly buildings. In connection with the Louisiana scheme it was proposed to "keep in the state for the development of state industries the vast sum of money contributed by the citizens of Louisiana to the life insurance companies of the East." The New York and Louisiana propositions of this, year were not carried into effect.

Proposition for Insurance by Federal Government. 1905.

Numerous suggestions were made this year that the Federal government go into the life insurance business, and also into the business of fire and marine insurance, if this could be made practically possible. An extended article in the Chicago Tribune of October 27, 1905, contained the statement that no serious constitutional objections could be raised against the transaction of life insurance by the government, but that the difficulty would be to secure the proper inspection of risks and overcome political pressure, which was sure to be brought to bear in favor of those impaired in health and, therefore, not desirable risks for Ordinary life insurance companies. The article is suggestive of the extent to which members of Congress were taking an active interest in the subject of life insurance supervision and control, as well as the possible alternative of the assumption of the life insurance business by the Federal government or the States. In an earlier article,

in the Newark Evening News of September 19, 1905, a correspondent argued that the time was opportune to discuss the problem of the United States government conducting the business for the benefit of its citizens in the same manner as it conducted the Post Offices, concluding that

"Federal insurance supplied at cost or at a profit to yield a certain revenue for the public treasury would enable almost everyone to carry sufficient protection, and I think would help in a great way to solve the different phases of the pension question, which is agitated from time to time in the public press and elsewhere."

Favorable Opinion on German Government Insurance.

Among other suggestive arguments in favor of government insurance on the German plan, mention may here be made of a contribution to the North American Review for December, 1905, by Mr. *Frank A. Vanderlip*, now President of the National City Bank of New York City. Mr. *Vanderlip* contrasted the German experiment, with which he had made an effort to make himself thoroughly familiar, with the corresponding results secured in the United States through private effort. Mr. *Vanderlip* recognized the development of the industrial pension idea in this country as an inevitable consequence of our economic progress, and suggested that the entire matter be subjected to a thorough scientific study by a special commission which should inquire into the same and put the results in such shape that the public at large could grasp the significance of what had been done in this direction.

Employers' Liability Law Passed by Congress, 1905.

In all of the numerous public discussions of workmen's insurance the complex problem of workmen's compensation has been hopelessly mixed up, so much so that questions of labor protection imperceptibly merge into accident, liability and other insurance. It is, therefore, but proper that mention should here be made of a bill introduced into the House of Representatives on January 25, 1906, relating to the liability of common carriers engaged in interstate business, introducing radical innovations in American federal law. The bill as it was subsequently passed by Congress was declared to be unconstitutional upon technicalities, but no doubt it will be re-enacted in a modified form by the present Congress. Section 3 of the law is of particular interest from an insurance point of view, providing:

"That no contract of employment, insurance, relief benefit, or indemnity for injury or death entered into by or on behalf of any employee, nor the acceptance of any such insurance, relief benefit, or indemnity by the person entitled thereto, shall constitute any bar or defense to any action brought to recover damages for personal injuries to or death of such employee: *Provided, however,* that upon the trial of such action against any such common carrier by railroad the defendant may set off therein any sum it has contributed toward any such insurance, relief benefit, or indemnity that may have been paid to the injured employee, or, in case of his death, to his heirs at law."

Illinois State Commission on Industrial Insurance,
1905.

The General Assembly of the State of Illinois in 1905 passed, by a unanimous vote in both House and Senate, a resolution providing for a special commission to investigate and consider the subject of Industrial insurance, including pensions for old workmen, protective measures in the interest of workingmen, etc., and to draft a bill providing a plan for Industrial insurance and workmen's old-age pensions, for consideration and action by the members of the Forty-fifth General Assembly. A committee was accordingly appointed early in 1906, including in its membership Professor *Charles Richmond Henderson*, who for many years had given much serious thought to the question of compulsory insurance in foreign countries.

Discussion before Chicago Industrial Club, 1905.

Mention may also be made here of an address before the Industrial Club of Chicago, by Professor *Henry A. Schumacher*, of the University of Bonn, who maintained that compulsory insurance in Germany had been of great benefit to the nation, warranting, in his opinion, the inference that a corresponding system would be of great value to the American people.

Report of Committee of the National Conference of
Charities and Correction, 1905.

The special committee appointed by the National Conference of Charities and Correction in 1905 made a compromise report this year, signed by all the members of the committee. The term "Industrial insurance" as used in the report, and as used in public discussions generally during recent years, is made to comprehend every form of labor protection and insurance and is not limited to Industrial life

insurance proper on the weekly payment plan. The report includes a brief reference to the economic aspects of insurance, as follows:

"The principle of insurance as an economic protection to the family in case of the incapacity or death of the chief breadwinner of the family, has the approval of many of the most sagacious and successful leaders in business, and this in spite of their belief that the management of insurance companies has been in only too many instances extravagant and corrupt. This approval is shown in the most practical manner by the numbers of policyholders and the enormous amounts of insurance in force."

Conclusions of Committee of the National Conference of Charities and Correction, 1905.

The report concludes with the statement that:

"In this report we do not attempt the task of estimating the value of this form of insurance, but it is worth while here to point out the fact that these companies have demonstrated the universal need for industrial insurance and the readiness of poor people everywhere to make heroic sacrifices to make themselves independent of charity, especially at the time when they are compelled to bury their dead. . . . The Industrial companies do not aim to provide sick benefits, accident insurance, nor old-age pensions; and they, therefore, do not profess to cover the whole field of workingmen's insurance."

"Workingmen's insurance should be fostered by state legislation, though that does not necessarily mean insurance at cost of government and by means of state administration. A considerable measure of state supervision and control will, of course, be needed for the proper development of industrial insurance, but such control is already accepted as necessary in connection with the regular insurance companies and fraternal societies now in existence. The government must always protect the common interest, where individual egoism threatens to injure the common weal."

"The time is ripe for an enlargement of the scope and improvement in the method of industrial insurance so that it may better meet the needs of the masses of workingmen, and the committee would therefore urge the continuance by the conference of study and discussion which may tend to promote and direct this movement which is so deeply interesting to all nations of the civilized world."

International Congress on Workingmen's Insurance.

The Seventh International Congress on Workingmen's Insurance, held in Vienna during September, 1905, attracted much attention, and while the American government was not officially represented, as it had been at some of the earlier congresses, the American membership included quite a number of those interested in the questions and problems there discussed. The report of the Congress contains an immense amount of interesting and instructive information, not only on the subject of labor insurance generally, but questions of necessary modification and simplification of existing plans, invalidity and old-age insurance, industrial accident statistics and accident insurance, as well as accident prevention, comprehending, in fact, the whole sphere and plan of what is usually understood under the term "labor insurance".

Wisconsin Commission on State Insurance, 1905.

A special committee was appointed by the State of Wisconsin on March 9, 1905, to investigate into the practicability of governmental and state life insurance. A majority and minority report was presented to the legislature during the month of November, 1906. The report enumerated twelve specific arguments in favor of State insurance and only five arguments in opposition. The majority report contains the statement that "The experience of government insurance has been too limited to afford safe data on which to base definite conclusions supporting or negating the claims of its adherents. On the other hand, recent developments made by the New York and Wisconsin investigations refute similar claims offered in defense of private companies as now conducted." The committee then discusses at some length the New Zealand plan of government insurance, properly so-called, and also the German system, the British Post Office insurance plan, and the methods in use in other foreign countries. They conclude their report with the statement that:

"No state in this country has entered into the life insurance field. However, in 1905, a comprehensive bill, providing for state life insurance, was introduced into the Florida legislature. . . . So far as can be ascertained, Florida is the only state that has ever taken any steps toward enacting state insurance laws. Conditions in Wisconsin and in foreign countries differ and the limited data at hand prevent fuller comparisons being made by the committee between the merits of private and of government insurance business.

"Compulsory insurance has many advocates and any legislation to that end, will necessitate some form of state or govern-

ment insurance. Under present conditions, we find that government management insures reasonable salaries to officers, low commissions to agents, economical administration of affairs, liberal forms of policies, equitable profit sharing and absolute security. These conditions are also possible under private management and should be enforced by proper state regulation.

"We believe, that if the legislation proposed by the Wisconsin Legislative Investigation Committee is passed, it may meet many objections to present conditions. Your committee in presenting this report, therefore recommends that the legislation so proposed by the joint committee be enacted into law and such laws strictly enforced and given a fair and complete trial before the experiment of state insurance is attempted."

Minority Report on State Insurance.

The minority report comments at length upon the details of the German plan, all of the conclusions, however, being based upon official reports and official opinions regarding the asserted efficiency and beneficial results of the system. Appended to the report is a brief bibliography. There is nothing in the report to indicate whether the author favored any particular form of government insurance, and it is difficult to understand why such a report should have been printed at all, except in so far that it furnished to the Legislature some additional information, ill-digested and more or less misunderstood, regarding government insurance, so-called, as transacted in a number of countries throughout the world.

State Insurance by Savings Banks, 1906.

During the year 1906, also as the result of the general agitation and public discussions of the subject of American life insurance, Mr. *Louis D. Brandeis*, of Boston, attacked, in particular, the Industrial companies and proposed a plan, apparently entirely his own, whereby the charters of the savings banks were to be enlarged so as to allow them to do an insurance business and, by prohibiting the banks from employing agents, at a much lower rate than the premiums charged by Industrial companies. The theory of the plan was based upon the low expense rate incident to the conduct of a savings bank and the low expense rate of certain English companies transacting insurance without agents. Previous to this discussion, however, a Mr. *Ernest Howard*, in October, 1905, in an article contributed to the *International Quarterly*, had considered the subject of

a State life insurance system and in a review of the article in the American monthly Review of Reviews, in November, 1905, the editor had suggested a plan which would enable a state to enter the insurance field and held, among others, the opinion that, "The State of Massachusetts, for example, having a competent insurance bureau already in operation, might constitute this bureau a Home Office, which would establish branches in every considerable city and town, all being placed in charge of officials and clerks on small salaries. In comparing the existing companies with the present savings banks, the editor of the Review pointed out that, "In seeking to arrive at the approximate cost of such State insurance, Mr. *Howard* institutes an interesting but misleading comparison between insurance companies and savings banks". Mr. *Howard*, however, argued that the two classes of institutions were very similar in a financial sense, holding that

"Neither is engaged in money-making beyond the interest improvement in invested funds. Both are engaged in receiving, investing, guarding, and distributing or returning money. Both perform the function of conservator of the social economy against the time of need or loss by death. Nevertheless, the remarkable fact appears that the costs of conducting the one class of institution are nearly twenty times greater than those of the other, whether considered in relation to gross income or the assets of trust funds in charge."

In concluding the discussion of Mr. *Howard's* plan, the editor of the Review referred to the New Zealand method, which, in his opinion, might be adopted, and by which the State would offer insurance in open competition with private companies. I have quoted these extracts for the purpose of historical accuracy. While it is due almost entirely to the efforts of Mr. *Brandeis* that the savings bank insurance plan was ultimately inaugurated in Massachusetts, it was apparently Mr. *Howard* who first made a suggestion to this effect a matter of public record.

Parliamentary Debates on Government Annuities in Canada 1906—1907.

During the Third Session of the Tenth Canadian Parliament, 1906—1907, a number of speeches were made in the Senate on the subject of old age annuities, which were subsequently reprinted as a Parliamentary paper, including an introduction and the draft of a bill by the Rt. Hon Sir *Richard Cartwright*, Minister of Trade and Commerce. In a speech on February 28, 1907, Sir *Richard* observed that:

"Speaking for myself alone, and in no sense speaking in this matter for my colleagues or other parties, I doubt extremely the expediency of having recourse to a system of old age pensions, but I do believe there is a great opportunity for the state to avail itself of the machinery at its disposal for the purpose of placing within the grasp of every industrious man in Canada the opportunity at an easy rate, and at a very small cost to the state, of providing a reasonable annuity for his support at an advanced period of life. I say more; not only do I believe that this can be done practically without cost, or at an infinitesimal cost to the state-infinitesimal that is to say, in proportion to the benefits to be bestowed-but I believe that some such scheme would attain an end of very great national importance, and meet a great want which is now felt, and which will be more and more felt from time to time as we grow in wealth and importance, and as there are larger numbers of our people engaged in what may be called daily wageearning occupations."

This suggestion for government annuities as a proposition entirely separate and distinct from state pensions in old age, was subsequently carried into effect by an act assented to July 20, 1908.

Newspaper Discussion of Labor Insurance, 1907.

The appointment of a special commission by the State of Illinois to investigate and report upon Industrial or Labor insurance, brought about an extended discussion of the subject in the Chicago Daily News during the latter part of 1906 and the early months of 1907. The articles were subsequently reprinted in a pamphlet of eighty pages, including the final report of the special commission and the proposed so-called Industrial insurance bill. The subjects discussed covered a wide range and only very brief extracts can be included here to indicate the scope of the discussion and the more or less favorable conclusions regarding State or government insurance.

Favorable View of Labor Insurance, 1907.

One of the writers in this discussion comments upon the appointment of the special commission to investigate the subject of industrial or labor insurance, in part as follows:

"The people of Illinois may well be congratulated upon the progress they are making in this direction. The commission appointed by Gov. *Deneen*, according to an act of the legislature

in May, 1904, to study and report upon workingmen's insurance, is a distinct credit to this great state. This step puts Illinois second to none in the scale of those states contributing to modern constructive social legislation. When other states have fallen into line and eventually the federal government is aroused, it is needless to say that not only will much unnecessary loss of life be prevented but the victims of accidents in industry will be cared for jointly by the state, the employer and from their own earnings. And when that time comes capital and labor will be more at peace."

Favorable View of State Insurance, 1907.

Another contributor to this series of articles remarks that

"Thus far all remedial efforts have not been far-reaching enough and there remains but one solution of the problem. It must come either in the form of state or national legislation which in some degree will follow the British 'workmen's compensation act' or in an equally fair and satisfactory manner will establish workingmen's insurance upon a system of governmental control."

Proposed Labor Insurance Law of Illinois, 1907.

The bill proposed by the Illinois commission and as finally submitted to the legislature provided for insurance agreements between employer and employee, in return for which the employer should be relieved from the consequences of acts or omissions by reason of which he would without such contract become liable towards such employee or his legal representatives. It was provided, however, that any employer, employing not less than fifteen hundred employees, should have the right to establish an insurance fund out of the mutual contributions with the agreement to make up any deficiency in insurance benefit which might arise out of the inadequacy of such a fund. The books to be kept in connection with the administration of the fund would be open to the inspection of the Superintendent of Insurance. It would carry me too far to discuss the details of the bill except that I may mention that the employer was required to contribute not less than fifty per cent, of the insurance premium and that the employee should contribute the remainder. The bill as submitted to the legislature did not, however, become a law. It is chiefly of interest as being the first specific, and carefully considered, measure of this kind submitted to the legislature of an American state and

sanctioned by the opinion of an able body of men, without, however, the necessary experience in the theory and practice of insurance as conducted by private institutions.

Discussion by Professor Henderson, 1907.

Professor *Charles Richmond Henderson* of the University of Chicago contributed a series of articles on labor insurance to *The American Journal of Sociology*, including an extended discussion of every phase of the subject. As illustrating how comprehensively Professor *Henderson* interprets the term "Industrial insurance", mention may be made of the fact that he included in his consideration: 1. "The Extent and Nature of the Demand for a Social Policy of Workingmen's Insurance"; 2. "Local Relief Societies"; 3. "Benefit Features of Trade Unions"; 4. "Insurance of the Fraternal Societies"; 5. "The Employers' Liability Law"; 6. "Private Insurance Companies"; and 7. "Insurance Plans of Railroad Corporations". The articles by Professor *Henderson* are a valuable contribution to the subject and indicate the trend of thought among American economists and experts in social problems towards an enlargement of governmental functions in dealing with insurance.

Proposition for State Insurance in Wisconsin, 1907.

A statement was issued this year by the Assistant Attorney-General of Wisconsin, Mr. *Alfred C. Titus*, proposing state life insurance, but the opinion was not sustained by any special reasons which require to be included in this review. It may also be mentioned in this connection that students of the University of Wisconsin in joint debate discussed the subject as to whether it would be advisable to institute in the United States compulsory workmen's accident insurance, the final decision arrived at by a committee of three, including the insurance commissioner of the State being to the effect that it would *not* be advisable to institute in the United States compulsory workmen's insurance.

A Critical Consideration of Industrial Insurance in Massachusetts, 1907.

In his annual message to the Massachusetts legislature, dated January 3, 1907, Gov. *Guild* took occasion to observe that:

"To the poor, the expense of so-called industrial insurance is very severe; to the very poor, it is prohibitive. I suggest for your earnest thought and careful consideration the subject

of insurance of the lives of those able to pay but a very small premium, but whose honorable pride is now in too many cases urging them to pay what they can ill afford if they would avoid a pauper's burial. Life insurance without agents or collectors is an experiment in which the demands of the people are supplemented by practical plans. I commend for your consideration the study of plans to be submitted to you for cheaper industrial insurance that may rob death of half of his terrors for the worthy poor."

Proposals for State Insurance and Annuities in Massachusetts, 1907.

Two bills were introduced this year into the Massachusetts legislature, under one of which it was proposed to establish at once a State system of life insurance and annuities, including a provision for a State guaranty fund of \$300,000 for expenses, etc., while the other bill proposed to give every citizen, male or female, 65 years of age or over, a pension of \$3 a week, the cost of which was to be defrayed by an annual poll tax of not over \$5 a year. Neither of these proposals was carried into effect.

Proposal for State Insurance in West Virginia.

After a brief criticism of existing methods of Industrial insurance, Gov. *Dawson*, of West Virginia, in his annual message, dated January 8, 1907, concluded with the remark that: "I suggest no remedy; but if conditions can not be otherwise improved I see no reason why the State itself should not furnish life insurance at cost."

Proposals for State Insurance in Texas, 1907.

In a letter to the Houston (Tex.) Chronicle, dated February 28, 1907, a Mr. *E. W. Smith*, after an extended attack upon life insurance companies and their methods, suggests as an alternative, insurance by the State, observing in conclusion that:

"The wealth of the state will be behind every policy issued. The time at last will have come when the policy holder will know that his family, whose patient self-denial pays the premiums, will be protected when the home is burned or the breadwinner taken away, and will no longer have to pay exorbitant rates to doubtful companies in distant states."

The suggestion by Mr. *Smith* was not, however, carried into effect.

Proposed State Insurance in Massachusetts, 1907.

An article on "State Insurance", by Mr. *Erving Winslow*, appeared in the *North American Review* of May, 1907, being little more than a strong plea in favor of the Brandeis plan for savings bank life insurance and annuities, subsequently adopted by the State of Massachusetts. From the argument by Mr. *Winslow*, however, I quote the following remarks in favor of insurance by the State:

"State insurance offers a security which cannot be obtained through any private corporation, even though enormous accumulations have been made by excessive premiums and deceptive plans of the private companies. The disastrous days of the failure of insurance companies in 1873 must not be forgotten. No matter how excellent the names of the founders of private corporations, they may be succeeded by the careless, the incompetent or the dishonest. The Government institution makes no profits. It offers facilities to employers who can insure their operatives without going to the expense of themselves conducting an actuarial system. It leaves the employers and employees absolutely free to make arrangements between themselves as they may think fit, while the employees' receipts are not conditional upon remaining in the service of a particular employer or dependent upon his financial ability."

The movement in Massachusetts for Savings Banks Life Insurance and Annuities assumed definite shape in the organization of the Massachusetts Savings Insurance League. The League, during the latter part of 1906 and the early months of 1907 aroused an agitation all over the state, chiefly through the work of Mr. *Louis D. Brandeis*, a lawyer of Boston, directing public attention to the relatively high cost of Industrial insurance and the necessity of a safe and economical substitute. It was argued as a first principle that to make such insurance feasible for the mass of wage-earners throughout the state, agents and collectors would have to be eliminated and voluntary co-operation would have to be the motive power, if success was to be attained. The argument was summed up in the statement that "If we fail to offer to workingmen some opportunity for cheap insurance, through private or quasi-private institutions, the ever-present remedy of State insurance is sure to be resorted to soon, and there is no other field upon which the State could so easily and so justifiably enter as that of life insurance."

Massachusetts Act for Savings Bank Insurance, 1907.

The act to permit savings banks to establish life insurance departments was passed by the Commonwealth of Massachusetts during

June, 1907, going into effect on November 1st of the same year. The act consists of thirty-four paragraphs and is very difficult of abbreviation. The essential features are that savings banks may undertake the business of life insurance as a separate branch of their business, by permission of the Commissioner of Insurance. The law requires the establishment of several funds:—first, a special expense guaranty fund of not less than \$5,000; and second, a special insurance guaranty fund of not less than \$20,000. There is a third fund established by law, known as the general insurance guaranty fund, to be made up by monthly contributions by the banks transacting this form of insurance of an amount equal to four per cent. of the premiums collected by them during the preceding month. All forms, blanks, etc., for the conduct of the business, are required to be furnished free by the Commonwealth to the insuring bank. The most important provision of the law is that it specifically prohibits the employment of solicitors and collectors under any circumstances. No bank can insure persons who are not residents of the Commonwealth. No insuring bank can issue an insurance policy for an amount of more than \$500, nor an annuity contract calling for the annual payment of more than \$200 upon any one life. The State provides the general machinery for the business, including a State actuary and a State medical director. The act has now been in force for about a year but thus far the results have been very meagre. Although no entirely trustworthy statistics have been published, it is probably safe to say that the number of policies in force at the present time is less than one thousand.

New York State Labor Commissioner on Compulsory Insurance, 1907.

The Commissioner of Labor of the State of New York, Mr. *P. T. Sherman*, in his annual report submitted to the Legislature on January 2, 1907, observed, with reference to the efforts of the Department to secure complete statistics of accidents, and the public interest in the subject of accident prevention, that the information collected and made public “may help to convince the people of this State of the advisability of following in the footsteps of those nations which have adopted the principle of compulsory workingmen’s insurance in hazardous occupations.” Industrial accidents, he remarks further, “are not properly attributable to negligence but to a hazard of the occupation” which should not be assumed by the workmen but by the industry in which they are employed. “Workingmen as a class,” he concludes, “are least able and, — speaking generally, — are practically

unable to make provision for themselves and families in case of accidental disablement or death." In support of these remarkable and far-reaching conclusions he submits no evidence whatever, and he entirely ignores the very considerable extent to which both Industrial and Ordinary, as well as Fraternal insurance have been developed and brought to a comparatively high degree of perfection among the wage-earners of the United States. His final suggestion, however, was that the State should impose a license tax upon every dangerous factory, based upon the average number and seriousness of the accidents to its employees, and to this in his opinion there could be no vital objection to profiting by the experience of other nations and in effect laying and applying such a tax in the form of compulsory insurance of employees.

Argument in Favor of Labor Insurance.

At the annual meeting of the American Association for Labor Legislation, held at Madison, Wis., December 30—31, 1907. Prof. *Charles R. Henderson* discussed the subject of workingmen's insurance, presenting in outline the results of the inquiry by the Illinois Commission, of which he had been a member. He quoted with approval a joint resolution of the Illinois Legislature of March, 1907, to the effect that "it is universally recognized as the moral duty of every civilized state to secure and publish information of vital importance to all citizens to promote safety and health, and to foster and regulate insurance against loss of income by accident and disease."

Status of Employers' Liability Legislation in the United States, January, 1908.

In the Bulletin of the United States Bureau of Labor, for January, 1908, Mr. *Lindley D. Clark* presents the salient facts of employers' liability in the United States, including a compilation of the various state laws regarding the liability of employers for injuries to employees, and a critical consideration of the legal liability of employers for injuries of their employees in the United States, supplemented by a brief analysis of foreign workmen's compensation acts and a more extended analysis of the British Workmen's Compensation Act of 1906. The Bulletin indicates the increasing interest of government in the whole subject of labor protection and labor compensation for both industrial accidents and industrial diseases, more clearly brought to public attention by the various messages and public utterances of President *Roosevelt*.

President Roosevelt on Employers' Liability.

President *Roosevelt*, in his message to Congress, referred to the employers' liability law passed by the previous congress as a marked step in advance to secure recognition of employers' liability, but in his opinion the law had not gone far enough. Compensation for accidents or deaths in any line of industry, according to the President should be paid by that portion of the community for whose benefit the industry was carried on, that is. by those who profited by the industry. In his opinion, "if the entire trade risk is placed upon the employer he will promptly and properly add it to the legitimate cost of production and assess it upon the consumers of his commodity".

United States Employers' Liability Law, 1908.

Partly, no doubt, in response to the suggestion by President *Roosevelt*, but largely in consequence of the general agitation for more stringent employers' liability laws, and, by implication, for labor insurance in any one of its many varieties of forms, an act was passed by Congress, dated May 30, 1908, entitled, "An Act Granting to Certain Employees of the United States the Right to Receive from It Compensation for Injuries Sustained in the Course of Their Employment", which went into effect on August 1, 1908, and which marks a decided advance in American labor legislation. According to an approximate estimate of the Department of Commerce and Labor about 75,000 government employees come within the provisions of this law. The essential provisions of the act are that compensation shall be paid only for such injuries to an employee as occur in the course of his employment and cause inability to pursue his occupation for more than fifteen days. Compensation is not paid if the injury is due to the neglect or misconduct of the employee injured. The administration of the act is entrusted to the Secretary of Commerce and Labor, and cases of injuries to employees coming under this act are required to be reported to the same authority, and compensation may only be paid when approved by the Secretary, who is a Cabinet officer. As an indirect result of this act valuable statistical data regarding accidents among the different employments under the government will become available. In order, however, to make the statistics more complete and valuable an order has been issued under which all accident injuries to government employees, who number more than 300,000 will hereafter be tabulated and these no doubt will prove of great scientific value.

State Insurance favored by W. J. Bryan.

Under date of June 20, 1908, in connection with a discussion of the attitude of the two leading presidential candidates towards the business of insurance, the Weekly Underwriter recalled a statement made by Mr. *William Jennings Bryan*, contributed to a periodical in April, 1905, in which he had said,

"There is more money to-day in the hands of the insurance companies of the United States than is good for the country. I believe in State insurance; in the State government conducting an insurance business on a basis where the premiums would cover all expenses and at the same time give insurance to the masses at absolute cost. If any State established an insurance department of the kind I speak of I would take out a policy in it right away. And if such State insurance were a success for life insurance, why should it not be for fire insurance as well? I advocate issuance by the State of both life and fire policies."

This announcement is entirely in harmony with Mr. *Bryan's* other propositions in favor of a very considerable extension of the sphere of government to include ownership of railways, a national guarantee of bank deposits, etc. This utterance by one of the leading candidates for the presidency forcibly suggests the spread of socialistic ideas and conceptions of government in the United States at the present time.

Discussion of State Insurance, 1908.

In discussing state insurance, *The Standard*, an insurance periodical of Boston, during 1908 pointed out that:

"Illustrations might easily be multiplied to show the advantage that insurance conducted by private enterprise must have over a system of state insurance in the greater play given by the former to the exercise of matured individual judgment. The rigidity of routine with which any state enterprise is conducted is always a bar to innovations and thus to progress. The tendency of the recent reform life insurance legislation is to fossilize the business. The public has infinitely more to gain from the competition of insurance companies conducted by private enterprise than from the dry rot of any state system of insurance."

Labor Insurance Plan of Wisconsin, 1908.

A further report was issued this year by the Bureau of Labor and Industrial Statistics of the State of Wisconsin on the subject of "Industrial Accidents and Employers' Liability in Wisconsin", including specific suggestions for proposed reforms. After an analysis of industrial accidents in Wisconsin, tabulated for the first time with at least approximate accuracy, the subject of liability and accident insurance was discussed at some length, and mutual accident associations organized in the State of Wisconsin. With respect to the latter, it is pointed out that the slight progress which they had made seemed to indicate that they did not offer a solution of the problem of workingmen's insurance. After an extended review of employers' liability legislation in the United States, with special reference to Wisconsin, and a brief review of compulsory accident insurance in Germany and France, the report concludes with a proposed solution adapted to American conditions as follows: "Let the employer contribute an amount which he probably would have to pay if he continued with the law of negligence, release him from liability to damage suits, and then distribute that money on the insurance principle, the employee being encouraged to carry as much additional insurance as he could." This proposition, in the opinion of the author of the report, contained nothing of class legislation, charity or confiscation. He, however, went further, and suggested a moderate liability or voluntary co-operative insurance fund, largely in conformity to the recommendations of the Illinois Industrial Insurance Commission. The Massachusetts plan of savings bank life insurance and annuities was commended as applicable to conditions in Wisconsin, and the entire discussion was summed up finally in the statement that:

"The foregoing considerations make inevitable the conclusion that the existing method of settling the claims arising out of accidents to workingmen while at work can be greatly improved. In some manner we should introduce the idea of insurance, which practically disregards the idea of negligence. Perhaps it would be best first to test the constitutionality of making all employers liable to moderate benefits, amounting on an average to about as much as they would pay under the present system, in all cases of accidents, and then releasing them from the liability to damage suits when these benefits have been paid. But if this is inadvisable, it would be desirable to have permissive legislation, as outlined in preceding sections combining the idea of encouraging co-operation between employers

and employees, state supervision of insurance funds to guarantee fairness, and the opportunity for workingmen to provide adequately for themselves."

Discussion of Pensions for the Aged, 1908.

Coincident with the development of ideas favorable to state insurance in the United States has been the corresponding development of ideas favorable to state pensions in old age. Since the subject is not strictly pertinent to the present discussion, and since its inclusion would very materially enlarge the already extended outline of propositions for government and state insurance in America, mention can only be made of the appointment by the State of Massachusetts of a special committee to investigate the subject and report upon the same to the Legislature in 1909. The considerations of the committee include some form of state insurance or state annuities as a substitute for a non-contributory old-age pension scheme. The English legislation on this subject has attracted much attention in the United States, and the subject was publicly discussed by the Massachusetts Reform Club on November 20, 1908, by Professor *John Graham Brooks*, Mr. *Louis D. Brandeis*, and the writer. All of the three speakers agreed that a non-contributory old-age pension scheme for an American state would be inadvisable and decidedly opposed to public interest upon the broadest possible consideration. The writer summed up his own argument with the statement that:

"In its final analysis, however, the whole problem of state pensions in old age strikes at the root of national life and character, and involves the tremendous possibility of permanent injury to the highest ideals of family and social life. Practically all of human progress has been achieved by struggling, and of all the incentives making for the development of right habits of living, there is not one more important than the desire for economic independence in old age, achieved by the people in their own way and at their own cost."

Proposed Pension Plan for Coal Miners.

As just one additional indication, however, of the growth of the old-age pension idea in the United States, mention may be made of a proposition by the State Coal Mine Inspector of Indiana, who has prepared a bill to be presented to the next legislature of that State, providing for a pension fund for the benefit of disabled miners, to be maintained jointly by the miners and operators, and of which

the State shall be trustee. This, of course, is but State insurance in a modified form. The plan is to assess a specific tax upon each ton of coal produced, this tax to be paid by the operators, supplemented by a small percentage tax on the wages earned by the employees. Since this same proposition has been endorsed by Mr. *John Mitchell*, formerly president of the United Mine Workers of America, it is likely to attract considerable attention in the different coal-mining states of America in the near future.

Discussion of Labor Insurance by the National Civic Federation, 1908.

Very significant also is the fact that the National Civic Federation, a most influential body in the United States, made labor insurance a part of its program for the annual meeting held on December 15, 1908. The scope of the discussion included the questions, "How may the employee and his family be protected against financial stringency in case of accident, illness or death? Shall this country follow England by providing old-age pensions for dependent citizens? Shall the Massachusetts voluntary savings bank annuity plan, designed to encourage thrift and providence, be generally advocated in the United States? Shall the State or the employer; or the State, employer and employee, jointly, as in Germany, bear the burden incident to death or bodily injury of employees?"

While the discussion did not lead to specific resolutions or recommendations it was significant of the trend of opinion outside of insurance interests decidedly favorable to some form of State insurance, or at least to drastic interference with the business of insurance as at present conducted by private insurance enterprise. The opinion favorable to the German system merely voiced the official utterances on the subject and no evidence was presented by those in favor of foreign methods of compulsory insurance that they had subjected the system to a critical and impartial analysis. Mr. *Haley Fiske*, of the Metropolitan, ably presented the facts and experience of his company in transacting and developing the business of Industrial insurance, properly so-called, in America, while the writer called attention to many of the current errors with regard to so-called government insurance, which he defined as not being insurance at all but a modified employers' liability law on the one hand and a modified poor law on the other. He also said that Industrial insurance in America to-day practically included in its scope of operations every form and plan of life insurance adapted to the needs of the people

and that not a year had passed during which some improvement or other had not been introduced to make Industrial insurance conform more and more to the conception of its founder, Mr. *John F. Dryden*, as a universal provident institution.

Discussion of Employers' Liability by President Roosevelt, 1908.

A conference on labor questions was held at the White House previous to the assembling of Congress at which Mr. *Roosevelt* is reported to have expressed decided opinions favorable to the German system of compensating employees directly for injuries received in the line of their work without the delays and uncertainties imposed by the courts. He repeated his former views to the effect that each industry should bear the burden of the injuries and losses inflicted upon workers in that particular line of work and that the system of compensation should operate automatically, making recourse to the courts for redress unnecessary. These views were subsequently recited in a modified form in the President's annual message to Congress, and by implication they warrant the opinion that the President would be in favor of some form of labor insurance if a working plan compatible with our theory of government could be devised to this end.

Old Age Retirement and Superannuation of Civil Service Employees, 1908.

While numerous proposals have been made from time to time for the superannuation of aged government employees, no action has thus far been taken by Congress, but a plan is under consideration whereby through the aid of a government subsidy for a period of years a voluntary retirement and superannuation fund would ultimately become self-sustaining. The plan is under consideration by a special commission and no final report has as yet been made to Congress, and the outcome of the project is rather doubtful. All suggestions, however, which have thus far been made provide for salary deductions, equivalent, of course, in a measure, to the compulsory system of government insurance, and more so in view of the proposed annual subsidy, which would probably not be less than half a million dollars, and might possibly reach as much as one and a half million dollars, to carry the scheme through during the first generation, where the contributions would be insufficient to provide in full for the benefits proposed to be paid.

Canadian Government Annuities, 1908.

On July 20, 1908, an act was passed by the Parliament of the Dominion of Canada authorizing the issue of government annuities for old age, the preamble of which reads that:

"Whereas it is in the public interest that habits of thrift be promoted and that the people of Canada be encouraged and aided thereto so that provision may be made for old age; and whereas it is expedient that further facilities be afforded for the attainment of the said objects: Therefore His Majesty, by and with the advice and consent of the Senate and House of Commons of Canada, enacts as follows: —" (etc. etc.).

The act contains sixteen provisions, of which one of the most important is the following:

"Employers of labour may, pursuant to agreement entered into with their employees in that behalf (such agreement to be of a form approved by the Minister), contract with His Majesty for the sale to such of their employees as are domiciled in Canada of annuities otherwise purchasable by such employees as individuals under this Act; and any sums of money necessary to the carrying out of this object, whether such sums are derived from the wages of the employees solely, or partly from the wages of the employees and partly from contributions of the employers, or from contributions of the employers solely, may be paid by such employers direct to the Minister, or may be deposited in any Post Office Savings Bank to be transferred by the Postmaster General to the Minister: Provided that any sums so paid shall in any event be held for the exclusive account of the persons in whose names they were deposited respectively."

The Governor in Council is empowered to make regulations as to the rate of interest to be allowed, the preparation and use of tables for determining the value of annuities, the mode of making and the forms of contracts for annuities including all requirements as to applications therefor, and other matters pertinent to the subject.

Public Discussion of Government Insurance, 1908.

At the second annual meeting of the American Association for Labor Legislation, December 29th, an address was read on employers' liability, by *Dr. M. O. Lorenz*, of the University of Wisconsin, under the title "What Form of Workingmen's Accident Insurance Should Our State Adopt?" The paper was based upon the Wisconsin in-

vestigation into industrial accidents and the relation of the payment of compensatory damages to liability insurance. The plan proposed made insurance practically obligatory, but left certain options so that it could not be considered entirely oppressive. From this address I quote the following remarks:

"It should be remembered that the problem before us now is not that of insuring workingmen against all injuries, for a good many are injured while not at work. That is a distinct problem. The idea is to cover the *extra hazard* due to their occupations, for it is this extra hazard which gives rise to the peculiar evils which we seek to remedy. It seems proper to make the basis of classification the *existence of a clear trade hazard*."

Proposed Labor Insurance in Wisconsin, 1908.

Professor *Lorenz* proposed joint contributions, which, in his opinion, would give both parties a financial interest in good administration. He referred to the question of interstate competition, believing, however, that if the cost were shared by employer and employee the insurance would not be a serious burden upon industry. The plan finally submitted provided for a system of direct state administration with the option of insurance by employers' associations or other insurance agencies. A Board of Industrial Insurance Commissioners was to be created, with authority to issue danger licenses to all employers engaged more or less in industries of a dangerous character. The benefits in case of death were to be "funeral and other expenses due to the accident and a pension to the widow or dependents for a period of ten years equal to half wages, with a possible commutation to a lump sum. In case of incapacity, for medical aid as much as one-half wages during incapacity, the exact amount depending on the degree of incapacity." The licenses, fees, and fines provided to be paid by the Act should form an accident fund in the custody of the State Treasurer, payments from which would be made on the order of the Board of Insurance Commissioners. The employments to be covered under the act would include all occupations with a clear "trade hazard", possibly excepting farmers and persons engaged in interstate commerce.

Critical View of Wisconsin Plan.

In my criticism of this plan I called the attention of the Association to the much more carefully framed English workingmen's com-

pensation act of 1906 and the interstate difficulties which would certainly arise from an act of this kind in view of the mobility of both labor and industry in the United States. The proposal, however, is a suggestive and important one, but it is open to question whether the same will be enacted into law.

The Place of Insurance in Labor Legislation.

At the same meeting, in his presidential address to the Association, Professor *Furnam*, of Yale University, dealt with the whole subject of labor legislation, which he grouped into three parts, of which the second included workingmen's insurance. His reference to this subject was as follows:

"In the second class we have legislation which aims not so much at excluding certain unfavorable conditions of labor as for the direct bestowal of pecuniary benefits. This legislation may not inappropriately be called distributive or positive legislation. Compulsory insurance laws which require the employer or the State to contribute a part of the fund would come under this head, as well as employers' liability laws, old age pensions, etc."

The Place of Insurance in International Labor Legislation.

Mr. *C. A. Verrill*, of the United States Bureau of Labor, reported at this meeting upon the biennial meeting of the International Association for Labor Legislation, which had met in Luzerne in September, 1908. Mr. *Verrill* gave a succinct account of the activity of the Association, making for more effective labor legislation, including labor or compulsory insurance, throughout the world, and including among its membership most of the important governments and a large number of persons interested in social reform.

Discussion of Labor Insurance by the Merchants and Manufacturers' Association of Milwaukee, 1908.

Reference may also be made here to a meeting of the Merchants and Manufacturers' Association of Milwaukee, recently held to discuss the proposed adoption of a plan of insurance against industrial accidents, probably the one submitted by Professor *Lorenz* to the American Association for Labor Legislation. According to Professor *John R. Commons*, who participated in the discussion, "The first step should be the creation of an insurance commission composed of an actuary, a

physician, and a lawyer." This proposed commission would differ from the corresponding proposal by Professor *Lorenz*, which made the commission consist of the insurance commissioner, the commissioner of labor, and the attorney-general. Professor *Commons* would require both employer and employee to contribute toward the payment of all claims, the deficit to be supplied by the State. Estimates were submitted showing that the average cost of liability insurance was three dollars a year for each man employed. It was held that the proposed plan would materially reduce this cost, and that the employees would receive a much larger share of the benefits. A committee was appointed to investigate the subject and discuss it with labor interests.

Proposed Liability Law for Massachusetts.

The *Spectator* of December 24, 1908, contained the statement that there was a prospect of a bill being introduced in the Massachusetts Legislature, which, if enacted into law, would practically carry into effect the main provisions as embodied in the English workmen's compensation act of 1906.

Conclusions.

It has been necessary for me to take up much more space than I intended in the presentation of this historical survey of the more important propositions for government or state insurance in the United States. Within the limitations of space a critical discussion would be out of the question but the facts presented will form a useful addition to insurance science. It is evident that the agitation in the United States for some form of labor insurance is gaining force and that it will probably lead to more or less drastic legislation. It is evident, also, that such legislation is not necessarily inimical to the interests of private insurance companies as long as the State refrains from subsidizing insurance or attempting to transact the business of insurance at a loss. In the main, most of the proposals are for some form of compensatory damages to workingmen employed in dangerous trades, and while for the time being most of these proposals are limited to industrial accidents they will, no doubt, in course of time, be made to include compensation for industrial diseases. This is not labor insurance, but a method of labor protection; or, in other words, on the one hand a modified employers' liability and on the other hand a modified administration of the poor law. These are not insurance proposals in a strict sense of the term and it is of importance that the distinction should be emphasized so that the public may not be

misled. What the State does in such cases is to furnish a social guarantee which is practically equivalent to social benefits secured by forced taxation, whether in the form of joint compulsory contributions of employers and employees, or whether imposed entirely and exclusively upon the industry. Efficient workmen's compensation laws will unquestionably tend to reduce the liability to accidents and the consequent mortality from industrial casualties, and to a possibly lesser extent tend to improve the conditions generally under which industry is carried on. From this point of view rational workmen's compensation laws are certain to prove of benefit to life insurance companies as well as to the community at large. The danger lies rather in subsidized insurance, or in such plans as the one inaugurated in Massachusetts, where the State furnishes the machinery free of charge and where the true cost of the insurance furnished is obscured. Such experiments, however, are not likely to succeed, in the light of the history of British Post Office savings bank insurance. Proposals based upon the New Zealand government life insurance department have so very little to commend themselves on account of the small difference in cost, if any, that the outlook for State insurance of this kind in the United States is not very bright. A strong tendency, however, exists towards retirement funds, industrial pension funds, employers' relief associations, etc., all of which are commendable provided they are based upon sound actuarial principles. While the interests of life insurance companies are not necessarily directly or seriously affected by proposals or considerations of this kind, the subject is of more than academic importance and requires thoughtful consideration by all who are responsible for the administration or the scientific development of life insurance in America.

Wirtschaftliche und politische Betrachtungen über staatliche Versicherung in den Vereinigten Staaten (1860—1908).

Von **Frederick L. Hoffman**, Newark, N. Y.

Die wirtschaftlichen und politischen Betrachtungen über staatliche Versicherung in den Vereinigten Staaten werden in einer kurzen Einleitung zusammengefaßt, welche die modernen Grundsätze für staatliche Einflußnahme, das Anwachsen der Unternehmungen in neuester Zeit, die Frage der Berechtigung staatlicher Einmischung, die Wirkungen des Umschwunges der öffentlichen Meinung und die auf die Förderung

staatlicher Betriebe gerichteten Bestrebungen behandelt. Die verschiedenen Vorschläge, die in bezug auf öffentliche Versicherung in den Vereinigten Staaten seit dem Jahre 1860 gemacht wurden, sind in historischer Folge dargestellt. Die Untersuchung führt zu folgenden Ergebnissen:

Es erschien notwendig, der geschichtlichen Übersicht über die wichtigeren Vorschläge in betreff öffentlicher Versicherung in den Vereinigten Staaten größere Ausdehnung als ursprünglich beabsichtigt zu geben. Im Hinblick auf den beschränkten Raum mußte eine kritische Erörterung außer Spiel bleiben, doch dürften die vorgebrachten Tatsachen einen nützlichen Beitrag zur Versicherungswissenschaft liefern. Es ist augenscheinlich, daß in den Vereinigten Staaten die Agitation zugunsten einiger Zweige der Arbeiterversicherung an Kraft gewinnt und voraussichtlich zu mehr oder minder weitgehenden gesetzlichen Maßnahmen führen wird. Es ist aber auch klar, daß eine derartige Gesetzgebung den Interessen der privaten Versicherungsgesellschaften insolange nicht notwendig zuwiderläuft, als der Staat weder Subventionen zu Versicherungszwecken gewährt, noch selbst den Betrieb des Versicherungsgeschäftes zu verlustbringenden Bedingungen versucht. Ihrem Wesen nach erstrecken sich die meisten Vorschläge auf die Gewährleistung gewisser Entschädigungsansprüche an die in gefährlichen Betrieben beschäftigten Arbeiter; während derzeit die in dieser Richtung gestellten Anträge sich auf Betriebsunfälle beschränken, werden sie zweifellos im Laufe der Zeit auch auf die Gewährung von Entschädigungsansprüchen im Falle von Berufskrankheiten ausgedehnt werden. Das ist jedoch keine Arbeiterversicherung, sondern eine Art von Arbeiterschutz oder mit anderen Worten: eine Modifikation einestheils der Unternehmerhaftung und anderenteils der Einrichtungen in Bezug auf die Armenfürsorge. Um Versicherungsprojekte im eigentlichen Sinne des Wortes handelt es sich nicht, und es ist von Wichtigkeit, daß dieser Unterschied festgehalten werde, um die Verbreitung irriger Anschauungen im Publikum zu vermeiden. Was der Staat in solchen Fällen bietet, ist nichts anderes als eine aus sozialen Rücksichten geleistete Garantie; diese ist praktisch gleichbedeutend mit der Leistung von Fürsorgeunterstützungen, für welche die Mittel durch Zwangsbesteuerung — sei es in der Form gemeinsamer Zwangsbeiträge der Arbeitgeber und Arbeitnehmer oder durch Belastung der Industrie allein mit den vollen Beiträgen — aufgebracht werden. Wirksame Arbeiterentschädigungsgesetze werden zweifellos die Einschränkung der Haftpflicht auf Unfälle und die mit Betriebsereignissen zusammenhängenden Todesfälle anstreben müssen; weiters werden sie sich, wenn auch in vielleicht geringerem Ausmaße, mit der Einführung von Verbesserungen in Bezug auf die

industriellen Betriebsverhältnisse im allgemeinen zu beschäftigen haben. Von diesem Gesichtspunkte aus werden sich jedenfalls die heilsamen Wirkungen zweckmäßiger Arbeiterentschädigungs-Gesetze wie für die Gesamtheit überhaupt auch zugunsten der Lebensversicherungsgesellschaften fühlbar machen. Die Gefahr liegt eher in der subventionierten Versicherung oder in solchen Plänen, wie sie in Massachusetts aufgetaucht sind, und nach welchen der Staat die Verwaltung unentgeltlich beizustellen hat, so daß die wahren Kosten der Versicherung verschleiert werden. Solche Experimente haben indes — angesichts des Vorbildes der englischen Versicherung im Wege der Post Office savings bank — kaum Erfolge zu gewärtigen. Auch die Vorschläge, welche an die Einrichtung des staatlichen Lebensversicherungsamtes in Neu-Seeland anknüpfen, erscheinen im Hinblick auf die Geringfügigkeit einer sich eventuell hiebei ergebenden Kostenersparnis so wenig empfehlenswert, daß die Aussichten auf Schaffung einer staatlichen Versicherung dieser Art in den Vereinigten Staaten ungemein gering sind. Lebhafteste Bestrebungen richten sich auf die Gründung von Pensionsfonds, Arbeiterpensionskassen, seitens der Unternehmer zu schaffende Unterstützungsvereine u. s. w. — durchwegs wünschenswerte Organisationen, sofern sie nur auf versicherungstechnischen Prinzipien beruhen. Wenngleich durch Vorschläge oder Erwägungen solcher Art die Interessen der Lebensversicherungsgesellschaften nicht mit Notwendigkeit direkt und ernstlich bedroht werden, so ist die Angelegenheit doch von mehr als akademischer Bedeutung und erfordert aufmerksame Beachtung seitens all jener, welche für die Leitung der wissenschaftlichen Entwicklung der Lebensversicherung in Amerika zu sorgen haben.

Considérations économiques et politiques de l'assurance publique dans les Etats-Unis.

Par **Frédéric L. Hoffmann**, Newark, N. J.

Les considérations économiques et politiques de l'assurance publique dans les Etats-Unis sont résumées dans une courte introduction, envisageant les principes modernes de l'intervention de l'Etat, le développement des corporations dans notre temps, les changements survenus dans l'opinion publique et les tendances en faveur d'un élargissement général de la sphère d'action de l'Etat. Les différentes propositions qui ont été faites au sujet de l'introduction de l'assurance publique ou nationale dans les Etats-Unis, sont exposées chronologiquement de 1860 à 1908. Voici le résumé des résultats de cette investigation.

L'auteur s'est vu obligé à donner à l'aperçu historique une étendue plus large à ce qu'il ne s'était proposé d'abord. Il a cité toutes propositions plus importantes qui ont tendu à introduire aux Etats-Unis un système d'assurance publique ou nationale; évidemment il a été impossible, d'entrer dans une discussion ou critique de ces divers systèmes, mais il y a peut-être lieu d'espérer que la simple énumération des faits sera d'une utilité quelconque pour l'assurance actuarielle. Il va sans dire que l'agitation en faveur de l'assurance ouvrière gagne du terrain dans les Etats-Unis et qu'elle amènera probablement des législations plus ou moins radicales. Mais il est évident d'autre part que des législations pareilles ne doivent pas être considérées comme nécessairement adversaires aux intérêts des Compagnies privées d'assurances, en tant que l'Etat s'abstient de subventionner l'assurance sociale ou de conduire lui même les affaires d'assurances à des conditions qui doivent laisser des pertes. En somme, les propositions sus relatées tendent pour la plupart à donner des indemnités en cas d'accident aux ouvriers exposés à des dangers professionnels. Tandis qu'actuellement on ne se borne qu'aux accidents professionnels proprement-dits, on arrivera certainement, avec le temps, à demander la même chose pour les maladies professionnelles. Or, ces propositions n'envisagent pas l'assurance ouvrière, mais une sorte de protection des ouvriers, ou, en d'autres termes, d'un coté une modification de la responsabilité des patrons et de l'autre coté une organisation modifiée de l'assistance publique.

Ce n'est pas l'assurance proprement dite, et il importe d'accentuer cette différence pour éviter que des idées erronnées se repandissent dans le public. Le rôle de l'Etat dans des cas pareils consiste dans une garantie sociale qui, au point de vue pratique, équivaut à des bienfaits sociaux assurés par des impositions forcées (contributions à repartir entre employeurs et ouvrier ou exclusivement à la charge de l'industrie). Des lois efficaces sur l'assurance-accidents des ouvriers tendront sans doute à limiter la responsabilité aux accidents mêmes et aux décès qui en résultent. En outre on pourra, ne soit ce même que dans des limites plus restreintes, se diriger vers l'amélioration des conditions générales du travail dans les usines industrielles. A ce point de vue, des lois rationnelles, ayant pour but la protection de la classe ouvrière, seront certainement pour les Compagnies-vie de la même importance que pour l'ensemble de la population. Le danger consiste plutôt dans l'assurance subventionnée ou dans des projets analogues à celui qui a été suggéré à Massachusetts. D'après ce système l'Etat contribuerait gratuitement l'administration totale de sorte que les frais effectifs de l'assurance seraient évidemment dissimulés. Des projets pareils ne seront cependant guère réalisés, vu l'expérience donnée par l'histoire

des Post savings banks en Angleterre. De même, les propositions basées sur le système du Département public des assurances sur la vie ne paraissent guère recommandables, vu l'économie très peu considérable dans les frais, de sorte que les chances de l'introduction d'une assurance nationale de cette sorte aux Etats-Unis doivent être considérées comme minimales. Par contre, il y a une forte tendance en faveur de fonds de retraite, caisses de secours organisées par les employeurs etc., qui sont toutes des Institutions bien recommandables, pourvu qu'elles soient basées sur des principes actuariels, rationnellement choisis.

Rien que les intérêts des Compagnies-vie ne soient pas nécessairement ou directement touchés par des considérations de la sorte, il s'agit toutefois d'une question d'importance non purement théorique et méritant bien la plus vive attention de la part de tous ceux qui ont le devoir de veiller sur le développement scientifique des assurances sur la vie en Amérique.

Considerazioni economiche e politiche sull'assicurazione di Stato negli Stati Uniti d'America (1860 al 1908).

Federico L. Hoffman, Newark, N. J.

Le considerazioni economiche e politiche sull'assicurazione di Stato negli Stati Uniti vengono riassunte in una succinta introduzione che si occupa dei principi moderni sull'influenza dello Stato, dell'accrescimento delle imprese in questi ultimi tempi, del problema della giustizia dell'ingerenza di Stato, degli effetti dei mutamenti repentini dell'opinione pubblica e degli sforzi tendenti ad ottenere l'esercizio di Stato. Vengono esposti in serie cronologica i diversi progetti che dall'anno 1860 in poi vennero presentati negli Stati Uniti relativamente all'Assicurazione Pubblica. La disamina conduce ai seguenti risultati:

Si constatò necessario di dare una maggior estensione di quanto si pensasse in origine al colpo d'occhio storico sulle proposte più importanti relative all'Assicurazione Pubblica negli Stati Uniti. Vista la ristrettezza dello spazio si dovette sorvolare sulla discussione critica: tuttavia le circostanze di fatto esposte dovrebbero poter portare un utile contributo alla Scienza d'Assicurazione. È evidente che negli Stati Uniti l'agitazione in favore dei alcuni rami dell'Assicurazione degli operai guadagna sempre più in forza e condurrà probabilmente a disposizione legislative più o meno particolareggiate. È però chiaro che una tale legislazione non è di necessità, ed a priori, *contraria* agli interessi delle Compagnie d'Assicurazione private, almeno fin-

tantochè lo Stato si astenga dall'accordare sovvenzioni a scopo d'Assicurazione, o dal tentare esso stesso l'esercizio delle Assicurazioni a condizioni di sicura perdita. La maggior parte dei progetti riguarda essenzialmente la garanzia di certe pretese di risarcimento in favore degli operai occupati in lavori perigliosi. Mentre le proposte che vengono attualmente fatte in questo senso si limitano agli *infortuni* sul lavoro, non v'ha dubbio che con l'andar del tempo si estenderanno anche alla garanzia delle pretese di risarcimento dipendenti da *malattie* contratte sul lavoro, cioè dalle cosiddette *malattie professionali*. Ciò non sarà però un'Assicurazione Operaia, ma bensì una specie di protezione degli operai, o con altre parole: una modificazione da un lato della Responsabilità dell'Imprenditore e dall'altro dell'organizzazione della Beneficenza. Non si tratta quindi di progetti d'assicurazione nel senso proprio a questa parola ed è assai importante di constatarlo con tutta precisione, per evitare che si diffondano nel pubblico delle opinioni errate. Ciò che lo Stato offre in questi casi, non è altro che una garanzia concessa in seguito a riguardi d'ordine sociale. Ed in pratica ciò si identifica con la concessione di sussidi di previdenza; i mezzi pei quali vengono procurati mediante un'imposizione forzata, sia nella forma di contributi obbligatori comuni ai padroni ed agli operai, sia addossando alla sola industria gli interi contributi. Efficaci leggi di protezione degli operai dovranno mirare di necessità alla limitazione della Responsabilità Civile derivante dagli infortuni e dai casi di morte dipendenti da avvenimenti d'esercizio; esse si occuperanno anche, sebbene forse in minor misura, dell'introduzione di miglioramenti nelle condizioni degli esercizi industriali in generale. Sotto questo punto di vista si renderanno in ogni modo sensibili gli effetti salutari di opportune leggi d'indennizzo agli operai — e ciò non soltanto in favore di tutta la collettività, ma bensì anche in favore delle Compagnie d'assicurazione sulla Vita. Il pericolo si cela piuttosto nell'assicurazione sovvenzionata, oppure nei progetti del genere di quelli sorti nel Massachusetts, secondo i quali lo Stato dovrebbe provvedere lui *gratuitamente* all'amministrazione, dando adito così a delle opinioni assai errate sul vero costo dell'assicurazione. Tali esperimenti però non possono davvero attendersi ad un successo e ne abbiamo già la prova nell'assicurazione inglese a mezzo della „*Post Office savings bank*,“ Anche i progetti, che si riattaccano all'istituzione dell'Ufficio di Stato d'Assicurazione sulla Vita nella Nuova Zelanda, se si ponga mente alla meschinità dell'eventuale risparmio di spese, non risultano troppo degni di raccomandazione: di guisa che le viste che si istituisca negli Stati Uniti d'America un'Assicurazione di Stato di tal genere sono assai poche. Con gran vigore di lotta sittende invece a che vengano fondate delle

Casse di Pensioni, delle Casse di Previdenze per gli Operai e da parte dei padroni, anche delle Associazioni di Soccorso e così via: tutte istituzioni certamente assai desiderabili, semprechè però riposino soltanto sui principi della Tecnica d' Assicurazione. E quantunque progetti di tal sorta non minaccino, nè ledano *di necessità* gli interessi delle Compagnie d' Assicurazione sulla Vita — per lo meno non direttamente, nè seriamente — si tratta pur sempre di un argomento di importanza più che accademica, che reclama attenzione e vigilanza massima da parte di tutti coloro, che tengono in pugno le redini dello sviluppo scientifico dell' Assicurazioni sulla Vita in America.

VI.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Is it desirable to divide "under-average" lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone che secondo le norme ora in uso non sono assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da determinarsi le relative basi scientifiche?

VI. — A₁.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques? Dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases.

Par **Charles Lembourg**, Bruxelles.

Les discussions que cette question appelle ont déjà été soulevées au sein de l'Association des Actuaires Belges dans le premier semestre 1907, à propos de l'investigation sur les risques surélevés proposée par le Comité permanent de nos Congrès internationaux.

Les idées échangées à ce propos ont été fort complètement développées dans le Bulletin de la Prévoyance, Numéros de Mars et Juin 1907, dans deux articles parus, l'un sous la signature de Mr. *Maingie*, mon éminent Collègue de l'A. A. B. (Mars 1907) l'autre sous la mienne (Juin 1907). Je renvoie donc pour le développement des arguments que l'on pourrait opposer à la différenciation des risques — j'ai adopté la thèse de la possibilité de cette différenciation — au premier de ces articles.

En ce qui me concerne, voici la suite des idées que j'ai cru devoir défendre :

Je suis d'avis que toute assurance est possible à son prix, évidemment *préalablement* calculé, et c'est l'idéal vers lequel je veux tendre, que l'assurance puisse être généralisée, que tous les risques, fut-ce les pires, puissent être accueillis, du moment que le candidat à l'assurance ne tente pas une „*affaire*“.

Mais il est évident qu'une telle généralisation n'est actuellement possible — en raison de ce que l'examen médical est la seule barrière que les assureurs puissent opposer actuellement à la spéculation malhonnête — que s'il est permis de faire entre les risques accueillis une différence et de la taxer.

*

*

*

Maintenant, est-il recommandable de *créer dans chaque Compagnie* des classes spéciales de risques, à primes surchargées plus ou moins en raison de certaines cotes médicales défavorables? C'est ce que j'examinerai tantôt après avoir montré d'où dérive ma conviction. Je reprends des idées développées autrefois sous la même forme à peu près d'ailleurs.

Je le déclare tout de suite, ma pensée n'est en *rien* d'accord avec le but de l'investigation tel qu'il est formulé dans les lignes suivantes de l'avant-projet:

„La dite investigation se propose de construire sur la base des conclusions médicales relatives aux seuls risques tarés, une table de mortalité“ — cette table serait donc spéciale — „permettant de *déterminer* le prix de l'assurance“ (des risques tarés) „et les autres éléments de son traitement technique“.

Relativement à un caractère aussi variable d'individu à individu que la santé, ou plutôt la longivité présumable, caractère variant d'une façon continue, je ne conçois pas trois, quatre catégories distinctes. Je ne les conçois pas, à moins qu'on ne les rapporte, ces catégories fermées, à des caractères d'une généralité presque absolue, tels que le tempérament, ou la race — ou à certains caractères tout extérieurs, matériels, durables et indiscutables, tels que la profession, ou la qualité d'être proposant à une assurance en cas de décès ou en cas de vie, ou l'habitat.

Ce sont là des catégories à caractère nettement tranché; encore qu'il soit téméraire de parler ainsi à propos du tempérament et même de la race. Il y a, en effet, dans chaque individu, une superposition si confuse de ces caractères de race ou de tempérament qu'il paraît difficile d'effectuer la décomposition du matériel statistique en groupes suffisamment nets.

Sous cette réserve, j'envisage donc comme possible la formation de classes distinctes de risque, selon certaines caractéristiques, telles que celles ci-dessus. Je n'en vois point d'autres.

Je ne conçois donc pas les risques tarés envisagés à part des autres lorsque l'assurance pourra en être faite scientifiquement. Il reste à voir sur quelles bases on pourrait asseoir une telle assurance scientifique, et quel régime transitoire on pourrait établir.

Actuellement le traitement scientifique des assurances-vie dépend de cette hypothèse: les assurés constituent une population où la seule loi de distribution est l'âge. C'est d'après ce seul élément numérique qu'est ajustée la table de mortalité, qui est à simple entrée.

On a bien tenté, non sans un certain succès d'ailleurs, de faire intervenir un second élément, la durée écoulée de l'assurance depuis

la conclusion du contrat. La tradition a été respectée en ce sens que c'est d'après deux éléments numériques dérivant seulement du temps, seule variable, que la table est construite.

Il y a néanmoins deux graduations.

D'après la tradition, donc, une probabilité quelconque à appliquer à un individu sera une fonction de forme donnée, à une ou deux variables, mais où les paramètres sont constants. L'on n'a pas, jusqu'ici, tenté de les mesurer, l'on n'a pas tenté de les faire varier pour tenir compte des aggravations ou des atténuations des risques.

Si l'on adoptait les suggestions de l'avant-projet d'investigation, suggestions que rappelle la présente question, ces principes se traduiraient par la construction de tables de mortalité spéciales à certains risques. Je considère cela comme tout à fait inadmissible, contraire à la loi des grands nombres, difficile, pardonnez-moi le mot, à cause du manque de précision des définitions, et pour des motifs surtout moraux, irréalisable, ou à peu près, en pratique.

Je préfère ne pas observer les traditions. J'abandonne cette constance absolue des paramètres.

Je l'abandonne parce que je crois que ces paramètres ont une signification, obscure encore, mais qu'il eût été à honneur pour les actuaires, aidés de biologistes sincères et sérieux, et comprenant la statistique, de déchiffrer.

Pour ne point nous égarer en dissertant d'une façon trop générale, je prendrai la loi de mortalité figurée par la formule de *Makeham*.

Les raisons de ce choix sont évidentes: nous connaissons tous cette loi, sa genèse, son applicabilité presque parfaite aux phénomènes constatés.

Surtout, nous acceptons dans l'ensemble — les faits nous le permettent — son interprétation.

La force de mortalité est la résultante de deux actions. Je cite par fragments le *Text-Book* à propos du mémoire de *Gompertz* à la Société Royale de Londres (1825). Il est possible „que la mort soit „la conséquence de deux causes généralement coexistantes,¹⁾ l'une, le „hasard sans disposition préalable l'autre, la détérioration, une impuissance croissante à résister à la destruction“. Je ne dois pas établir devant vous que la loi de *Makeham* est l'expression de cette hypothèse précisée par *Gompertz* lui-même en ces termes²⁾: „l'épuise-

¹⁾ *Text-Book* de l'Institut des Actuaires de Londres, deuxième partie *Opérations viagères*. Traduit par Amédée Bégault, 1894, à Bruxelles, chez Bruylant Christophe, 67 rue de la Régence, Page 70.

²⁾ Loc. cit. — Page 71.

„ment moyen de la puissance d'un homme à éviter la mort serait „tel que pour des intervalles de temps égaux et infiniment petits, il „aurait perdu, à la fin de chacun d'eux, des portions égales de la „résistance qui lui restait au commencement de ces intervalles“.

La loi de mortalité s'exprime dès lors, comme l'on sait par

$$\mu_x = A + B c^x$$

Dans cette formule les éléments A, B et c ont chacun leur signification propre. Ainsi c est lié avec la fraction constante dont décroît, pendant chaque période infiniment petite, la force de résistance, par une relation très simple; c'est d'ailleurs la quantité la plus caractéristique.

Si l'on dessine, en effet, la courbe de la mortalité figurée par la loi ci-dessous, c'est la quantité c qui donne à cette courbe sa forme et par ses variations en modifie la courbure, en accentue l'allure constamment ascensionnelle.

A représente manifestement l'élément hasard. A variera, par exemple, d'une profession à une autre où le risque d'accident mortel est sensiblement différent, et la courbe sera, sans déformation, toute entière déplacée vers le haut ou vers le bas.

Quant à la quantité B, elle se présente comme un amplificateur ou un réducteur de l'influence détérioratrice. Sa variation aurait pour effet de déplacer tout d'un bloc, sans déformation aucune, vers la droite ou vers la gauche, la courbe de la mortalité. Ainsi, donner à B une valeur plus grande c'est seulement surhausser les âges, d'une même quantité.

Cela posé, nous pouvons aisément concevoir que chacune des quantités A, B, c, a une signification biologique précise. Nous ne l'avons pas cherchée. Si nous avions travaillé dans ce sens peut être aurions-nous pu trouver un moyen de taxer logiquement, sinon avec précision, les tares que les assureurs au service de qui nous étions, ont cru, sur la crainte de leur médecin, ou sur les suggestions de l'opinion générale, devoir taxer. On aurait peut être fait autre chose que „de la littérature“ en surhaussant les âges, et, sans aucun doute on n'aurait pas commis cette erreur, ce nonsens mathématique, de „réduire simplement la durée de l'assurance“ d'un risque que l'on suppose taré, erreur qui dérive d'une ignorance incompréhensible des formules les plus élémentaires de l'assurance.

Je me reprends.

Les quantités A, B, c ayant une signification biologique précise — à déterminer encore — il se fait que tout naturellement, sans toucher en rien à la loi de mortalité, nous pouvons concevoir grâce

précisément à cette signification biologique, une variation soit de A, soit de B, soit de c d'individu à individu, suivant l'état, l'habitat, suivant même — ceci est plus délicat, — suivant les conclusions de l'examen médical. Peut être se fait-il que, pour une race déterminée ou pour un sexe, ou pour tout autre groupement très homogène par rapport à un caractère très défini, il faut admettre c constant, et dès lors certains des procédés de tarage employés jusqu'ici ont une signification, et sont par conséquent défendables; peut être c'est-il, au contraire, la caractéristique individuelle, abstraction faite des causes matérielles extérieures qui influent sur la mortalité. Nous ne savons actuellement rien, nous, ni personne. Mais peut être qu'une étude pourrait apprendre quelque chose à cet égard.

Je ne veux point attirer la discussion sur de telles possibilités; ce que je veux, c'est de montrer par des exemples concrets bien que généraux que je cherche la solution du problème de la taxation des risques tarés dans une estimation a priori des valeurs de A, B, c, ou de l'une ou l'autre seulement, ou de deux, les autres ou l'autre étant supposée constante. Voilà ma compréhension. Elle est évidemment révolutionnaire, s'il est de tradition que tous les paramètres sont constants.

Je me hâte d'ajouter que les raisons d'ordre moral, et d'ordre pratique, que l'on peut opposer à la distribution en classes sont immédiatement applicables à ceci. Mais on conviendra que les arguments d'ordre scientifique tombent. En conclusion, qu'apparaît-il?

Que loin de m'effrayer d'une „échelle“ dans les risques tarés, je ne conçois qu'on n'en entreprenne l'assurance que sous la condition de „graduer“ les surtaxes, et, conséquence logique que M. Maingie a d'ailleurs signalée, tant dans le sens négatif que dans les sens positif.¹⁾

Y a-t-il de différences sensibles a priori, entre les risques? La réponse est évidemment: oui. Peut on actuellement les apprécier scientifiquement, et par suite les taxer? C'est ici qu'apparaissent les difficultés d'ordre pratique.

Avec cette compréhension de la loi de mortalité ne semble-t-il pas conforme à l'esprit scientifique de considérer, en assurance libre, tous les candidats se présentant comme affectés de caractères mesurables, de mesurer ou tout au moins estimer ces caractères, et de leur fixer dès lors, à ces candidats, la prime adéquate à leurs constantes biologiques — et professionnelles éventuellement?

Sous quelles conditions cela sera-t-il réalisable? La valeur de l'examen médical est-elle suffisante pour que l'on puisse, de ses

¹⁾ C'est-à-dire traiter à primes moindres les riches les meilleurs, inférieurs, en tant que risque, à la moyenne.

données, tirer une détermination numérique des constantes de Makeham, ou même seulement une correction des valeurs types adoptées? De plus, et c'est la une difficulté qu'il faut signaler le traitement technique des assurances contractées ne sera-t-il pas fort complexe, trop complexe pour ne pas coûter cher, et par suite, ne serait-ce pas, au point de vue de la diffusion de l'assurance, une erreur économique que de l'employer? En un mot l'approximation actuellement en usage n'est-elle pas plus commode, plus utile, que la précision plus grande que je suggère, et qui ne pourrait d'ailleurs être d'emploi immédiat? Tous ces problèmes se posent; mais ils sont d'ordre pratique; il n'est pas, pour certain d'entre eux — le traitement technique — téméraire d'affirmer que nous trouverons des formules ad hoc et des procédés de groupement qui permettront un calcul assez-rapi de et point grossier. Je ne crains pas, sous un tel régime, à supposer qu'il soit applicable, une augmentation du prix moyen de l'assurance, pour de mêmes risques. La grosse difficulté provient de l'examen médical, et de l'absence actuelle d'un test indiscutable permettant de corroborer par une mesure matérielle les cotes données au candidat en suite de l'examen. J'admets, bien entendu, que les paramètres ne varient pas au hasard, autrement dit, en matière de risques tarés, j'admets que l'on ne tient pas compte de tares essentiellement temporaires, au moins quant à leur importance, telles que les maladies aiguës.

Pourtant du côté „test“ il ne faut pas trop désespérer. L'analyse chimique des sécrétions donne des chiffres, et s'il n'est pas possible d'analyser chimiquement les tissus vivants, il est possible de mesurer leur transparence aux rayons X et de déterminer ainsi leur état de minéralisation. Il en est, il en sera d'autres encore, mais il serait long et inopportun de s'étendre sur le sujet.

* * *

Si l'on se place au point de vue de l'assurance même des risques „tarés“ on voit que la solution logique serait de les mêler à l'ensemble des assurés en établissant la graduation des risques. Cela ne se peut d'emblée; d'ailleurs cette graduation aura toujours, à l'origine, quelque chose d'arbitraire, d'où obligation d'un correctif a posteriori.

Il y aurait donc lieu d'instaurer un régime transitoire où les assurés pourraient être traités en toute justice sans exploitation aucune ni imprudence.²⁾ Il me semble, si idéaliste que soit le projet, qu'on pourrait peut être réussir suivant le type général que je vais exposer dont l'essence consiste à remettre à la collectivité des assurés à sur-

²⁾ La surcharge d'une prime par aggravation de risque est souvent l'une ou l'autre.

primes l'excédent éventuel du fonds d'assurances de gestion et bénéfices raisonnables déduits. Cet excédent devait être réparti suivant des règles simplement déduites du régime de cotes établi à l'origine.

Ce système de cotes traduirait aussi bien qu'il se peut les aggravations de risques, après étude de celles-ci par des actuaires *documentés*, mais non pas conseillés par de Médecins.

J'entends donc que les Médecins disent à ce sujet ce qu'ils savent même ce qu'ils pensent, mais sans se préoccuper aucunement du rétentissement de leur opinion sur la hauteur du risque. Ce n'est pas à eux qu'il appartient de taxer les risques, pas plus que de les accepter. Leur seule fonction en assurance est descriptive, par définition.

J'imagine donc que les établissements d'assurances d'un même pays réunis par une entente, cotant les risques suivant une échelle A, B, C, D, E, F, par exemple, appliquant des primes différentielles suivant les cotes, mais versant toutes les têtes admises à des primes différentes du tarif dans une société idéale gérée par un collège de délégués. Cette société idéale formerait par conséquent un groupement de risques anormaux.

Il conviendrait qu'il n'y ait d'abors que des risques inférieurs acceptés, naturellement, sous une surprime variant avec la cote d'acceptation. Cette Société aurait une vie propre, et elle pourrait avoir une autonomie de fait si les risques qu'elle groupe sont suffisamment nombreux.

Elle pourrait, par conséquent, si des surcharges suffisantes ont été appliquées, surcharges qui auraient été distribués sinon avec une absolue exactitude, du moins dans un strict esprit de justice, elle pourrait cette Société fictive satisfaire à tous les engagements pris par les Compagnies qui l'alimente. Il y aurait même très vraisemblablement un excédent; celui-ci devra être ristourné aux assurés d'après des règles qu'il faudrait encore établir.

Il est certain que la question n'est pas tout à fait mûre, mais, en raison de l'intérêt primordial qu'elle présente pour les personnes dont le risque est tel que les Compagnies se croiraient en devoir de les refuser, il y aurait utilité, sinon immédiate, du moins très prochaine, à étudier dans quelles conditions pareil organisme pourrait fonctionner.

D'une façon générale je ne vois de solution équitable que dans de pareils systèmes tant que l'on n'aura rien obtenu de précis relativement à la mesure des paramètres *variables* figurant dans l'expression analytique des lois d'élimination qu'il faut postuler si l'on veut mettre une base technique à l'assurance.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von **Ch. Lembourg**, Brüssel.

Der Autor ist persönlich der Anschauung, daß eine Differenzierung der minderwertigen Risiken möglich sei, daß es jedoch nicht angehe, für diese Risiken eine besondere Absterbeordnung aufzustellen und zur Grundlage ihrer technischen Behandlung zu nehmen.

Vom wissenschaftlichen Standpunkte betrachtet, erblickt er die technische Grundlage für die Versicherung von Risiken verschiedener Qualität in dem Maße der Parameter, welche in den analytischen Ausdrücken für die Absterbeordnung enthalten sind.

Vorübergehend könnte man eine Gruppierung sämtlicher minderwertiger Risiken eines Landes derart versuchen, daß die Parameter auf Grund einer Einschätzung bestimmt werden. Die Versicherung eines derart gruppierten Materials (mit Rückersatz der Überschüsse an die Versicherten) würde es ermöglichen, die notwendigen biologischen Erfahrungen zu sammeln und die mathematischen Systeme zu erproben, welche als wissenschaftliche Grundlagen für die Versicherung von gegenwärtig ausgeschlossenen Risiken geeignet erscheinen.

Is it desirable to divide „under-average“ lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

By **Charles Lembourg**, Brussels.

Personally, the author maintains the point of view that classification of under-average risks is possible, but he does not think it advisable to base thereon a special law of mortality and to determine consequently the technical organisation of insurance of the said risks.

According to the authors opinion, the scientific basis for insurance of the various risk is to be found in the measure of parameters resulting from analytical expressions of mortality laws.

Temporarily, a classification of all under-average risks of the same country could be experienced in such way that the said para-

meters are to be fixed according to individual classes. The organisation of insurance, based upon such classification, will enable to collect the necessary biological experience as well as to test practically the mathematical systems which could be accepted as scientific bases for insurance of risks actually excluded.

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone attualmente non assicurabili („rischi anormali“) e nel caso affermativo come sono da ottenersi le basi scientifiche relative?

Ch. Lembourg, Bruxelles.

Personalmente son d'avviso che si possa differenziare, ma che non si possa costruire per essi una legge di mortalità speciale ed istituire in conformità il trattamento tecnico della loro assicurazione.

Dal punto di vista teorico io vedo la base scientifica dell'assicurazione dei rischi diversi nella misura dei „parametri“ figuranti nell'espressione analitica delle leggi di mortalità.

In via transitoria si potrebbe provare un raggruppamento di tutti i rischi „anormali“ d'uno stesso paese, fissando i parametri mediante quote. L'assicurazione di questi gruppi permetterebbe d'intraprendere le ricerche biologiche necessarie, come pure di saggiare i sistemi matematici che potrebbero convenire come basi dell'assicurazione scientifica dei rischi esclusi attualmente.

VI. — A₂.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques? Dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par **L. Maingie**, Bruxelles.

„Il s'agit“, ajoute une note explicative, „de faire profiter du bénéfice de l'assurance les risques qui actuellement en sont exclus.“

Cette phrase délimite parfaitement la question.

Il ne s'agit que d'abaisser les barrières à l'entrée de l'assurance, afin de permettre à certains de la franchir plus aisément.

Ainsi posée, la question a toutes mes sympathies.

Toutefois, avant de l'examiner, je crois devoir formuler quelques réserves.

Le Comité organisateur m'a fait l'honneur de me demander un rapport. Je lui en suis d'autant plus reconnaissant, que la question me tient fort à coeur et que j'ai déjà fait connaître, peut-être avec quelque vivacité, mes idées sur une question analogue.

Si j'emploie ce terme *analogue*, c'est qu'en effet la question qui doit faire l'objet d'une discussion au Congrès, dérive, tout en enrestreignant la portée, d'une autre question soulevée au Congrès de Berlin.

Désireux d'éviter toute équivoque, je me permets d'insister.

Comme suite à une décision prise par le Congrès de Berlin, le Comité permanent avait proposé à toutes les Associations d'actuaire de former une commission de délégués dont la mission eût été une investigation sur les risques surélevés.

Un avant projet fut dressé dont j'extrais, pour ne pas reproduire un document très long, les passages suivants:

„Les examens médicaux aboutissant à des conclusions les plus diverses, il paraîtrait à première vue indispensable d'établir des tables

„de mortalité pour chacun des états de santé anormaux constatés et
 „pour chaque cause de décès qui s'ensuit.“

„Il importe seulement d'éviter un groupement pouvant rendre l'auto-
 „sélection des assurés préjudiciable à l'assureur.“

„Pour que l'investigation puisse revêtir le caractère d'exactitude
 „nécessaire, il conviendra d'en exclure les risques refusés: les données
 „se rapportant à ces derniers risques ne pouvant qu'être douteuses en
 „général, les résultats de l'investigation seraient entachés d'erreurs si
 „on considérait les dites données.“

„Les compagnies devraient, théoriquement, limiter leurs opérations
 „aux risques tarés qu'elles ont acceptés dans le passé, mais en réalité
 „elles reculeront les limites de l'acceptabilité, comme aujourd'hui elles
 „assurent des risques tarés, bien que, au point de vue de la statistique,
 „les seuls risques normaux soient admissibles.“

„Il est recommandable d'étendre l'investigation à tous les risques
 „tarés, même si la souscription de l'assurance a eu lieu sans conditions
 „aggravantes.“

„Seront compris dans l'investigation tous les cas d'état de santé
 „anormaux acceptés après examen médical préalable, à partir du
 „31 Décembre 1879, pour une assurance vie entière ou mixte, et cela
 „sans considérer si les intéressés ont été assurés avec ou sans payement
 „de surprime ou autres conditions aggravantes.“

Il résulte de ces citations que la question posée a évolué. Il s'agissait autrefois d'établir une classification des risques tarés *admis à l'assurance* et de les scinder en classes de risques, afin d'arriver à des différences quant à leur taxation; on y voit bien qu'il y est aussi question de reculer les limites de l'acceptabilité, mais c'est là, semble-t-il, une question accessoire.

Cet accessoire est devenu aujourd'hui la question principale. Il ne s'agit plus aujourd'hui que de rechercher les moyens d'admettre à l'assurance, les risques qui en sont actuellement écartés.

Cette différence est essentielle. Peut-on voir dans ce changement de front, l'abandon du projet d'une investigation sur les risques tarés *admis*, lequel avait été, à la suite des communications faites par le

Comité Permanent, fortement combattu par certains instituts d'actuares, et en particulier par l'Association des Actuares Belges.

Je crains que cet abandon ne soit pas complet.

La question actuelle est, en effet, à ce point liée à la motion faite au Congrès de Berlin, elle en dérive si directement que je pense que la discussion doit être élargie et qu'il faut reprendre la question dans sa forme primitive. Tout au moins, pour éviter toute équivoque et pour préciser la portée et le champ du débat, est-il nécessaire de rappeler les arguments qui ont pu être opposés par certaines associations à une investigation sur les risques tarés *admis* à l'assurance.

Je le ferai en ce qui concerne la Belgique. Il me sera ensuite possible de revenir à la forme actuelle de la question, et de rechercher par quels moyens l'on pourrait admettre à l'assurance les risques qui en sont exclus.

Reprenons donc la question de l'investigation sur les risques tarés telle qu'elle a été définie par les documents du Comité Permanent. On nous permettra de reproduire ici ce que nous avons écrit nous-même sur ce sujet, tout en élaguant ce qui ne s'y rapporte pas directement.

* * *

La question est importante, non pas tant par elle-même que par les conséquences qu'elle peut entraîner. C'est une consultation demandée à un seul point de vue mercantile et à laquelle on prie le Comité Permanent et nos Associations de collaborer.

Une phrase de l'avant-projet l'indique nettement.

„Il importe seulement d'éviter un groupement pouvant rendre „l'auto-sélection des assurés préjudiciable à l'assureur.“

Il n'y a là aucune pensée humanitaire; il ne s'agit pas d'étendre les limites de l'assurabilité; il s'agit de donner aux assureurs, pour le commerce qu'ils pratiquent, une consultation qui leur permettra d'élever le prix de l'assurance pour certaines catégories d'assurés, aujourd'hui admis, le plus souvent, aux conditions normales. Est-ce bien là le but d'Associations comme la nôtre et ne doivent-elles pas être guidées par des aspirations plus hautes?

On propose de porter nos investigations seulement sur les risques acceptés: „il conviendra d'exclure les risques refusés“ et „d'étendre l'investigation à tous les risques tarés même si la souscription de l'assurance a eu lieu sans conditions aggravantes“.

Le but apparaît et il est gros de conséquences.

Il s'agit de déterminer une classe spéciale de risques de qualité moindre, de les surtaxer à cause de cette moindre qualité, même s'ils ont été jusqu'ici admis à l'assurance dans des conditions ordinaires.

On veut donc classer les risques d'assurances sur la vie en deux catégories : les risques normaux, les risques anormaux. Mais n'oublions pas qu'une table de mortalité analogue à celles qui sont en usage dans les Compagnies d'assurances, et qui résultent de leur propre expérience, indique une mortalité d'ensemble. N'oublions pas que l'on a confondu, pour l'établir, les risques de toutes catégories quelque tare, apparente ou non, ils aient présentée.

Tous les assurés sont intervenus dans la confection de ces tables de mortalité comme des unités d'égale valeur, aucune distinction n'a été faite quant à la valeur intrinsèque de ces unités, quant à ce qu'on pourrait appeler leur poids au point de vue mortalité.

Je dirai tantôt pourquoi on n'a pas fait, on ne pouvait faire semblable distinction.

Or, on nous convie à la faire, cette distinction ; on veut aujourd'hui introduire pour les cas extrêmes de l'assurabilité une différenciation quant à la valeur unitaire du risque de mortalité. J'ai peur, je l'avoue, de la voir s'accroître, de voir, lorsque cette première distinction sera faite, prétendre qu'il en faut faire d'autres et qu'il faut classer les risques suivant une échelle dont les degrés seront taxés différemment.

Il ne peut rien y avoir d'impromptu en matière d'assurances sur la vie ; il n'y faut point faire d'expérience condamnée par avance à l'insuccès.

L'essai que l'on veut tenter est de cette nature. Le projet, tel qu'il est présenté, dérive, permettez-moi cette appréciation d'ailleurs toute personnelle et qui pourrait paraître à d'aucuns exagérée, d'une connaissance insuffisante des nécessités techniques de l'assurance.

Connaissance insuffisante, dis-je, je vais tâcher de le prouver.

J'ai montré, il y a un instant, que le projet a pour conséquence nécessaire une classification des risques assurables en diverses catégories dont la taxation serait différente.

Or, pour qu'une telle classification soit possible, il faudrait connaître les lois de la mortalité en rapport avec cette classification.

Or, les tables de mortalité ne font pas cette distinction. Il n'est donc pas possible de graduer les primes d'assurances suivant la nature des risques telle qu'elle est révélée par l'examen médical.

Mais ce n'est pas là un argument suffisant pour étayer la thèse que je défends. On peut répondre, en effet, que l'on peut dresser des tables de mortalité différentes, en soumettant à la statistique les résultats de l'expérience des Compagnies d'assurances, d'après un classement approprié au but visé.

Je n'y contredis pas ; mais, outre que la classification en catégories de risques dépendra d'appréciations personnelles non appuyées sur des

définitions précises et présentera, par suite, des flottements regrettables, qui n'aperçoit de suite que cette différenciation aura pour résultat de soumettre à la statistique, pour chaque classe de risques, des éléments dont le nombre peut être considéré comme insuffisant? Il apparaît, en effet, déjà, dans les expériences qui ont été poursuivies jusqu'aujourd'hui, que lorsqu'on considère la mortalité dans l'ensemble des groupements assurés, la loi du grand nombre n'apparaît pas suffisamment observée pour niveler, comme il est désirable, les taux de mortalité déduits de ces expériences.

Que deviendront ces divergences, ces soubresauts accidentels dus à l'insuffisance des nombres d'observés, quand on divisera ces derniers en un certain nombre de catégories? Que deviendront-elles surtout lorsque l'on voudra étudier, comparativement à cette question de la hauteur du risque d'après l'état de santé indiqué par l'examen médical, celui de la sélection par âges à l'entrée, dont on n'aperçoit aujourd'hui qu'à peine la solution?

Tout ceci prouve que des suggestions de l'espèce de celle que nous discutons aujourd'hui ne respectent pas le caractère essentiel des données numériques qui sont à la base de l'assurance sur la vie et qui sont dominées par la loi des grands nombres.

* * *

Mais je ne crois pas ma démonstration complète. L'insuffisance du nombre de cas observés n'est pas une raison pour motiver le refus d'examiner un problème dont la nécessité s'imposerait.

Je crois donc devoir pousser plus loin l'analyse de la question, dont je voudrais pouvoir, si cela était possible, examiner tous les aspects, tant le danger d'une classification des risques par degrés différemment taxés, me paraît grand.

Il existe en assurance sur la vie une tradition: jusqu'ici on n'a pas fait de distinction entre les risques assurables.

L'idéal de l'assureur est de constituer, au moyen des affiliés à l'organisme qu'il gère et dont il règle lui-même l'admission, une population semblable à celle dont l'observation a permis de dresser la table de mortalité qu'il emploie.

Sitôt qu'il juge qu'un candidat à l'assurance peut rentrer dans cet ensemble et n'en troublera pas les lois de mortalité, il l'admet parmi le groupe de ses assurés. Et cela, point important, quel que soit le degré de la qualité du risque nouvellement admis.

On ne distingue que deux groupes: les assurables, les non assurables. L'assurable se détermine par cette condition: il ne présente

pas de qualités de santé inférieures à celles des moins favorisés de ceux qui ont été précédemment admis.

Toute distinction doit se borner là. Et si l'on veut étendre les bases de l'assurance, si l'on veut poursuivre ce but idéal : l'assurance du plus grand nombre, les investigations doivent porter seulement sur certaines causes de refus actuelles, causes pour lesquelles il y a lieu de rechercher si l'importance qu'on leur accorde n'est pas exagérée.

Ramené à ses justes proportions, l'examen médical est une barrière regrettable, mais nécessaire, à cause du danger que pourrait courir l'assureur en acceptant des risques mauvais, qui ne s'assurent que parce qu'ils sont mauvais et qui troubleraient un équilibre financier par un trop grand afflux.

L'examen médical n'a donc qu'une importance relative, subordonnée à une règle étroite d'élémentaire prudence. Il n'a pas, il ne peut avoir d'autre justification. Je reviendrai d'ailleurs sur ce point.

Je disais donc qu'une seule classification peut être faite : les risques assurables, les risques non assurables.

Toute autre distinction est fausse au point de vue scientifique.

Pour mieux faire comprendre ma pensée, je crois devoir établir un parallèle entre divers genres d'assurances : l'assurance sur la vie d'une part, l'assurance contre les accidents et l'incendie d'autre part.

Elles sont, quant aux règles de leur gestion, essentiellement différentes.

Tandis que pour l'assurance contre les risques d'incendie ou d'accidents, une classification des risques, suivant leur degré, est possible, elle ne l'est pas pour l'assurance sur la vie.

En effet, en ce qui concerne les premières, l'assureur — du moins théoriquement, et c'est à cela qu'il doit tendre dans la pratique — ne fixe sa prime qu'après avoir étudié toutes les causes qui peuvent modifier la hauteur du risque. En particulier pour l'assurance contre les accidents du travail, et cet exemple est saisissant, l'assureur étudie toutes les causes qui influent sur le risque qu'il doit couvrir : nombre d'heures habituel de travail, personnel ouvrier, installations, nature des engins de production, direction, etc.

Il tient compte de tous ces éléments dans la fixation du taux de la prime.

Et pourquoi en tient-il compte ? Tout simplement parce que, à chaque instant, la prime épouse dans ses modifications de taux les modifications du risque lui-même. Par contrat, l'assuré est obligé de déclarer les aggravations survenues, de même qu'il est en droit de demander un abaissement de la prime si une amélioration du risque

se produit, s'il a par exemple annexé à son outillage des appareils de protection efficaces.

Le risque est essentiellement temporaire, je dis plus, il est instantané; s'il se modifie, la prime se modifie en même temps.

Il en est de même de l'assurance contre les risques d'incendie.

Elle tient compte de toutes les modalités du risque et, instantanément, de ses modifications.

Pour quelle raison doit-elle apprécier ces modifications? Pourquoi la prime est-elle instantanée, ou pour parler un langage plus mathématique, est-elle continuellement variable en fonction de la continue variation du risque?

Tout simplement parce que le risque est concret et permet une évaluation concrète du risque.

Il n'en est pas de même pour l'assurance sur la vie. Le risque a un caractère moral, qui échappe à toute appréciation et qui empêche toute évaluation relative.

Telle est la raison pour laquelle cette tradition, justifiée d'ailleurs par un passé déjà long, de ne faire aucune distinction quant à la valeur financière des divers risques par les institutions d'assurances sur la vie n'a jamais été abandonnée.

C'est aussi la raison pour laquelle elle ne peut être répudiée aujourd'hui et pour laquelle la proposition que nous discutons, qui aboutit à une orientation nouvelle, ne peut à mon avis être défendue.

Et cette manière de voir se justifie par les raisons suivantes qui mettent en lumière ce que j'ai dénommé le caractère moral de l'assurance sur la vie.

Il est en réalité, dans la pratique, défendu à l'assureur de faire une enquête sur les causes profondes qui justifient dans chaque cas particulier, l'assurance sur la vie. Ces raisons ont un caractère intime, qui interdit à l'assureur de pénétrer la conscience de l'assuré et qui peut avoir une répercussion sur le risque.

En assurance incendie et en général en assurance accidents, le risque est matériel, ou du moins les causes qui le rendent plus ou moins haut sont des causes matérielles.

Chaque risque en assurance-vie est une individualité spirituelle, une unité consciente, contre laquelle une enquête approfondie ne peut être faite.

De telle sorte que l'assureur ne peut apprécier qu'une partie des causes qui peuvent influencer sur la hauteur du risque. Lorsque ces causes sont matérielles et offrent un caractère de permanence, il en tient compte par une surprime pendant tout le temps où ces causes matérielles agissent (risques de voyages, risques particuliers à cer-

taines professions) à condition, toutefois, que l'extra-risque soit assez élevé pour être prédominant et justifier une surprime.

Il s'ensuit que l'assureur ne peut guider son impression et ses calculs que d'après quelques-unes des modalités sous lesquelles le risque se présente.

De fait, il en est réduit, pour la plupart des cas, aux seules constatations de l'examen médical. Peut-il dès lors établir une différenciation des risques sur les seules particularités révélées par cet examen. Evidemment non puisqu'il laisse de côté tous les autres éléments du risque. Or plusieurs sont souvent importants et devraient marquer une différence de risque plus grande que la différence d'unité à unité indiquée par l'examen médical n'en peut marquer.

Veut-on des exemples? Ils sont de pratique courante et journalière. Voici un homme admirablement constitué, pour lequel l'examen médical ne révèle aucune tare; en voici un autre qui apparaît beaucoup moins résistant parce que de constitution plus faible, parce que autrefois atteint par des maladies qui ont laissé des traces.

Logiquement, si l'on écoute les suggestions dont nous nous occupons, il faut faire payer le risque du premier moins cher que celui du second.

Mais vous laissez échapper que le premier mène un genre de vie débilitant, qu'il a des occupations à ce point absorbantes qu'elles l'énervent, le fatiguent et le rendront rapidement moins résistant, qu'il a des préoccupations d'ordre intime qui peuvent influer sur son état de santé: vous laissez aussi échapper que le second, tout au contraire, a une vie calme, qu'averti par ses maladies antérieures il suit un régime sérieux, qu'il n'a pas de préoccupations, qu'il s'interdit les sports dangereux.

Dès lors, ne voit-on pas qu'au point de vue du risque couru par l'assureur l'ordre de gravité que l'examen médical conseille se renverse?

Ceci du reste n'est que l'expression simpliste d'une loi dont l'origine est mathématique et sur laquelle nous insisterons tantôt.

En second lieu il ne faut pas oublier que le risque „vie“ n'est apprécié qu'une seule fois: au moment de la conclusion de l'assurance. Et c'est ce fait plus que tout autre qui empêche la graduation d'une échelle de risques.

L'assurance contre les accidents et l'incendie est, je l'ai rappelé, essentiellement temporaire. L'assurance sur la vie se conclut pour un terme pendant lequel l'assureur ne peut suivre les variations du risque.

Alors à quoi bon adopter une classification des risques d'après l'examen médical alors que le lendemain ils peuvent s'être modifiés de

façon à ne plus correspondre aux distinctions du début? Le fait que l'assureur ne peut à chaque instant modeler sa prime sur les variations du risque interdit de le faire à l'origine.

Au surplus, de telles distinctions se basent sur de fausses théories.

Voici un exemple d'une de ces théories.

On a vu, en effet, prétendre que certaines catégories de risques ne peuvent être admis.

Le procédé par lequel on arrive à de telles conclusions est simple.

On considère un groupement particulier d'assurés, on observe la mortalité spéciale qui l'a frappé; si celle-ci dépasse la normale l'on conclut que le risque de ce groupement particulier est mauvais.

C'est ainsi que l'on a soumis les obèses à des recherches de ce genre; on a constaté que la mortalité est plus grande parmi ces derniers que pour l'ensemble des assurés. Conclusion: il faut se défier des obèses et les refuser pour la plupart.

Erreur. Qui ne voit que c'est là spécialiser l'assurance, ce qui est contraire aux lois de la probabilité?

Il ne suffit pas pour rejeter en bloc une catégorie de candidats, ou pour n'en accepter qu'une partie, d'avoir soumis à la statistique un groupe spécial analogue.

Voyez à quelle singulière conclusion on aboutit lorsqu'on s'appuie sur des principes aussi erronés. Que l'on classe d'après leurs professions ou d'après certains caractères tous les assurés en divers groupes, que l'on observe la mortalité parmi ces différents groupes et l'on constatera que les uns présentent une mortalité supérieure à celle qui doit frapper l'ensemble des assurés.

Est-ce à dire qu'il faille rejeter ces divers groupes ou la majeure partie de ces groupes? Poser cette règle serait écarter de l'assurance nombre de ceux qui y sont aujourd'hui admis. On oublie, en effet, qu'à côté des groupes parmi lesquels une surmortalité s'observe, il en est d'autres parmi lesquels se constate une sous-mortalité.

La seule règle que l'assureur doive suivre *c'est de composer une population d'ensemble au moyen de groupes divers et dont la mortalité d'ensemble ne dépasse pas la mortalité que la table peut faire présumer.*

Il ne doit prendre de mesures à l'égard d'une groupe particulier que si ce dernier a une tendance à prendre, dans le groupement réalisé par lui, une place trop prépondérante. La règle est, en définitive, celle-ci: on ne peut séparer, pour l'observer, aucun cas particulier de l'ensemble auquel il appartient naturellement.

C'est ainsi que l'on voit certaines sociétés d'assurances accepter sans surprime les risques de séjour au Congo. La raison en est que

ces sociétés, pour quelques cas particuliers de cette espèce, ne peuvent troubler d'une façon sensible la mortalité d'ensemble qu'elles peuvent observer. Cela ne serait pas possible pour des sociétés belges qui seraient envahies par des risques de cette nature.

Réclame habile, dira-t-on. je le veux bien pour le cas particulier que je cite, mais si l'exemple choisi est exagéré, il a le mérite de faire comprendre ma pensée.

Cette exagération n'existe pas pour d'autres exemples que je trouve inutile de citer; il est, en effet, certain que la plupart des institutions d'assurances acceptent, sans surprime, des risques qui peuvent paraître aggravés par certaines circonstances, médicales ou autres. Si elles agissent ainsi, c'est qu'elles estiment que ces risques peuvent entrer dans leur groupement assurable, sans troubler les lois admises par l'assureur pour fixer la mortalité qu'il présume devoir l'atteindre.

Et les institutions qui pratiquent ainsi l'assurance comprennent vraiment le but qu'elles se proposent: celui de donner satisfaction à des besoins de nature morale, de la façon la plus large possible.

Assurément, la plupart de ces institutions sont des sociétés capitalistes dont le but est mercantile; mais elles doivent comprendre, et elles comprennent pour la plupart, que si elles ne peuvent assurer la généralité des hommes, des raisons pratiques, qu'il faut regretter, s'y opposent. Elles admettent qu'elles ne sont pas créées pour exploiter la mortalité et en tirer un bénéfice. Elles doivent donner satisfaction au plus grand nombre, dans les limites de leur sécurité financière, en admettant toute la population qui se présente à elles jusqu'à une limite telle que si elle était dépassée, la mortalité de l'ensemble, ainsi constitué, dépasserait la mortalité attendue.

Cette règle est absolue, et les institutions d'assurances doivent chercher les sources de leurs bénéfices en dehors de la mortalité. Elles les doivent trouver dans l'intérêt des capitaux et les chargements qu'elles prélèvent pour leurs frais d'administration.

N'oublions pas d'ailleurs que ces chargements n'existent pas seulement pour donner un bénéfice et payer les frais de gestion, mais encore pour parer éventuellement à un excès de mortalité et niveler les différences de risques.

J'ai dit, il y a un instant, à propos de certains des arguments que j'ai développés, qu'ils n'étaient que l'expression simpliste d'une loi dont l'origine est mathématique.

C'est par le développement de cette idée que je désire terminer cet exposé.

J'ai insisté à diverses reprises sur l'importance des lois numé-

riques qui dominent l'assurance, lois qui ont leur origine dans la science des probabilités.

Ces lois sont-elles toujours bien comprises? Ceux qui doivent les appliquer sont-ils suffisamment imprégnés de la philosophie spéciale, et d'ailleurs fort abstraite, qui se dégage, comme enseignement, de la théorie des chances?

Ce sont elles, en définitive, qui établissent la différence de méthode de l'assurance contre les risques d'incendie et d'accident d'une part et les risques de mortalité d'autre part.

Pour soumettre à des appréciations chiffrées des probabilités quelconques, il faut mettre au commun des chances également bonnes, également mauvaises, quant aux événements.

Pour ce qui concerne les assurances accidents et incendie, il n'est pour ainsi dire pas un risque qui soit semblable à l'autre. Il n'est donc pas possible de grouper des risques de nature identique pour les étudier et les évaluer.

Quelle règle faut-il donc appliquer? Il faut évaluer chacun des risques, en supputant toutes les causes qui peuvent agir sur lui, de telle façon que si l'on avait à assurer un nombre suffisamment grand de risques identiques à celui que l'on veut taxer en particulier, les primes pures reçues fussent exactement suffisantes pour payer les sinistres survenus.

Mais, dira-t-on, cela est impossible. Non pas. Il faut ici faire une statistique de causes, comme l'a si bien compris Mr. Kaan, qui a dressé le plan de la statistique des accidents du travail en Autriche. Et cela est possible parce que ces causes sont concrètes, et qu'en cette qualité elles peuvent être soumises à la statistique qui dégagera les lois qui les régissent et permettra d'apprécier l'ampleur de leur influence au point de vue financier.

Mais une telle recherche, possible pour des risques concrets, ne l'est pas pour le risque de mortalité.

La mortalité échapperait donc aux lois des probabilités.

Non.

S'il est impossible de spécialiser la statistique pour toutes les causes qui exercent de l'influence sur la hauteur du risque (et remarquez que je dis toutes, parce que les enseignements de la statistique sont vains, s'ils ne peuvent être dégagés pour toutes les causes qui agissent sur la mortalité) il n'en est pas moins vrai que les statistiques démontrent que la mortalité, dans son ensemble, est soumise à des lois de répétition qui dépendent de la théorie des chances.

Dès lors l'assurance est possible, mais seulement pour un en-

semble, les lois de répétition des événements ne se dégagent que pour l'ensemble.

Ce sont ces raisons profondes qui marquent la différence considérable que je vous ai montré exister entre les divers domaines où l'assurance peut s'appliquer.

On me dira peut-être que l'ensemble peut être partagé en diverses sections, bien délimitées par des définitions précises, et qu'alors, des lois de survenance de la mortalité apparaîtront différentes d'une section à l'autre.

Si l'on m'interrompait par cet argument je répondrais : vous ne pouvez faire de ces distinctions que si vous avez la certitude qu'aucune variation ne surviendra dans les groupes que vous avez créés.

Une loi de constance des éléments qui créent la probabilité doit être observée. Si elle ne peut l'être, toute déduction est fautive, une erreur fondamentale existe qui rend illusoire toute recherche de ce genre.

C'est pour cette raison supérieure que l'on ne peut faire en assurance sur la vie de distinction que dans des cas très spéciaux, où une qualité dominante du risque apparaît avec un caractère à la fois concret, permanent et d'importance plus grande que les éléments d'appréciation que l'on aurait pu négliger.

Ce n'est pas le cas pour des risques de qualité inférieure au point de vue médical, parce qu'on néglige l'examen de causes qui influent plus fortement sur le risque que l'état de santé lui-même.

Il faut ici admettre, et c'est assurément une hypothèse, mais une hypothèse qui pour l'ensemble se montre d'accord avec les faits, que toutes les unités admises dans le groupement des assurables, présentent toutes, au point de vue mortalité, des chances également bonnes, également mauvaises.

Et il faut l'admettre, en tant que chances, parce que le temps est ici un des facteurs de la probabilité. A cause de ce facteur, une unité admise aujourd'hui et qui présente certaines tares, a chance avec le temps, et aussi à cause de l'action volontaire qu'elle peut exercer elle-même, de se modifier dans un sens favorable, tout comme une unité, aujourd'hui parfaite, a elle-même chance de se modifier dans un sens défavorable.

Et ce que je signale ainsi est de constatation courante et pour ainsi dire journalière.

De telle sorte que les différentes unités soumises au risque apparaissent égales, ce qui est la condition nécessaire que la statistique exige, pour dégager les lois de la probabilité de l'observation des phénomènes.

Il n'est donc pas permis de les différencier par des appréciations incomplètes.

Tels sont les principes qui doivent servir de guide en ces délicates matières.

* * *

Les observations qui précèdent ont été présentées au cours d'une discussion ouverte par l'Association des Actuaires Belges sur le projet d'investigation sur les risques tarés communiqué par le Comité Permanent des Congrès d'Actuaires.

J'ai été amené à préciser certains points de cette argumentation pour répondre à Mr. *Lembourg*, dont les conceptions diffèrent des miennes sous plusieurs aspects.

En particulier, Mr. *Lembourg* considère qu'en recherchant la signification des paramètres de la fonction représentant la force de mortalité

$$A + Bc^x$$

et d'autres paramètres qu'une étude ultérieure montrerait nécessaires à la précision des lois de mortalité, on pourrait étudier la variation de ces paramètres en fonction de certaines circonstances, et, par conséquent, affecter tout candidat à l'assurance, de certaines valeurs de ces paramètres, lesquels détermineraient sa loi de mortalité et, par conséquent, la prime qu'il faudrait lui demander. De cette façon on pourrait peut-être arriver à généraliser l'assurance. — „C'est l'idéal vers lequel je veux tendre“ dit Mr. *Lembourg* „que tous les risques, fût-ce les pires, puissent être accueillis du moment que le candidat à l'assurance ne tente pas une affaire“.

Dès lors, ajoute Mr. *Lembourg*, une distinction entre les risques est nécessaire, et cette distinction se ferait par l'étude, non d'une loi de mortalité d'ensemble, mais de lois de mortalité particulières, de lois de variation des paramètres des fonctions de mortalité.

Que ceci soit un problème dont la solution est possible, bien que des plus malaisés, je n'y contredis pas. Que de telles recherches aient, au point de vue biologique, au point de vue social, dans la vraie acception du mot, une incontestable utilité, j'y contredis moins encore. Mais qu'elles puissent être de quelque secours à la pratique des assurances sur la vie, je le conteste de la façon la plus absolue. Il faut pour examiner ce que contiennent de vérité les suggestions de Mr. *Lembourg*, descendre du domaine exclusivement théorique, et demander quelque lumière aux faits concrets.

En fait, il est des nécessités pratiques qui s'opposent à l'admission de tous les candidats à l'assurance. Ceci admis, je considère qu'il est

impossible d'établir une distinction entre diverses classes de risques. N'oublions pas, c'est un élément essentiel, que la détermination du risque ne se fait qu'une fois: lors de l'examen médical et seulement d'après cet examen. D'où arbitraire de la classification qui ne tient compte que d'un aspect du risque. Mais il y a plus, voici un candidat classé comme risque inférieur. Il subit une prime surélevée. Que lui répondrez-vous lorsque quelques mois, quelques années plus tard il viendra vous retrouver et vous tiendra ce langage: „les circonstances qui ont motivé votre décision n'existent plus. Dégrevé- moi de la surcharge que vous m'avez imposée.“ Le pouvez-vous? Oui? Mais alors il faudrait, sous peine de rompre votre équilibre financier, pouvoir surtaxer les risques classés au premier ordre et qui se sont modifiés dans un sens défavorable. D'où examen perpétuel des risques: ce qui, je l'ai montré, est incompatible avec l'assurance sur la vie. Vous ne dégrèverez pas votre assuré? Mais alors, ce dernier, qui n'est pas obligatoirement lié vis-à-vis de vous, résiliera et ira solliciter quelqu'autre assureur plus complaisant pour obtenir le dégrèvement que vous lui refusez. Les conséquences financières d'un tel système s'indiquent et elles prouvent son inapplicabilité.

Remarquez, du reste, qu'admettre de telles classifications, c'est amoindrir le caractère des institutions d'assurances sur la vie. C'est introduire dans les relations entre assureurs et assurés des discussions, des marchandages qui ne sont pas faits pour élever le niveau moral de l'assurance.

C'est l'une des raisons par lesquelles je justifie mon opposition. Il me déplairait de voir des institutions, jusqu'ici pour la plupart respectables, guidées par des préoccupations d'un mercantilisme aussi étroit.

Remarquez d'ailleurs, et c'est là un argument d'une certaine importance, que la pratique des affaires d'assurances a eu pour conséquence, tout au contraire des propositions que nous discutons et qui tendent à établir des tarifs différentiels (en admettant même que l'on ne veuille pas aller au-delà des risques tarés) de faire disparaître certains de ces tarifs différentiels et certaines surprimes autrefois imposées.

Ne voyons-nous pas périodiquement s'abaisser le délai après lequel l'assureur n'exige plus de surprime pour les risques de voyage?

Je citerai encore le cas de la hernie, pour laquelle il était de règle de demander une surprime assez élevée. Aujourd'hui presque partout, à cause précisément de ces marchandages plutôt regrettables entre Compagnies et assurés, il n'y a plus de surprime pour ce cas spécial.

La tendance de la pratique même des affaires est donc plutôt

de niveler les primes. C'est l'opposé de ce que l'on nous propose et je m'en félicite.

Mes préférences me portent plutôt vers ces libéralités qui cadrent mieux avec les principes généraux de l'assurance.

J'ajoute que j'avais ainsi répondu par avance à Mr. *Lembourg*. Ses conceptions ne peuvent être admises qu'à la condition que l'assurance vie puisse être pratiquée comme l'assurance incendie ou accidents, et que la prime puisse à chaque instant se modeler exactement sur la valeur du risque.

Cela est de toute impossibilité, je crois l'avoir démontré.

J'en arrive donc ainsi à écarter une objection qui paraissait sérieuse, parce que la forme sous laquelle elle est formulée est de nature à faire impression. Dégagée de cette forme et ramenée à son expression concrète, elle aurait pour conséquence une forme d'assurance sur la vie inapplicable en fait.

* * *

Je pense avoir aussi complété mon argumentation. Ma conclusion est qu'il est impossible, je dis plus : qu'il est interdit, de faire une distinction entre les risques admis dans les limites d'admissibilité.

Il ne peut exister que des risques assurables et des risques non assurables.

La limite de l'assurabilité est définie par le fait que ceux qui sont admis doivent constituer avec ceux qui ont été, sont et seront admis, une population d'ensemble analogue au point de vue de la mortalité d'ensemble, à la population dont la mortalité recensée a fourni la table de survie que l'assureur utilise.

Soutenir, sous prétexte qu'une surmortalité peut s'observer parmi les risques admis, bien qu'avariés, qu'il faut étudier cette surmortalité pour en déduire des surprimes, c'est obéir à des suggestions particularistes. La résultante de telles tendances ne peut être qu'une classification de tous les risques par degrés. Nous avons montré qu'elle est en opposition avec les principes mêmes qui gouvernent l'assurance.

Ce qui précède a surtout été écrit pour justifier notre opposition à une investigation sur les risques tarés admis avec ou sans surprime.

Notre argumentation s'applique-t-elle encore lorsqu'il est seulement proposé de rechercher les moyens d'admettre les risques tarés aujourd'hui exclus du bénéfice de l'assurance ?

En partie, oui.

En effet, la question posée au Congrès semble escompter une solution qui sera une *classification des risques tarés*.

Je crains, je l'avoue, cette solution.

Actuellement les candidats à l'assurance sont classés en deux catégories: les risques admissibles, les risques non admissibles.

La frontière qui les sépare n'est pas tellement nette qu'il ne faille craindre que la séparation en classes des risques non assurables ne franchisse cette frontière, et ne s'étende enfin jusqu'aux limites supérieures des risques admissibles.

C'est l'écueil qu'il faut éviter. J'en ai dit les raisons.

En matière d'assurance sur la vie, l'unité est non seulement de tradition, mais nécessaire. Evitons donc ce qui pourrait la détruire.

Est-ce à dire qu'il faille élever devant l'assurance une barrière infranchissable à tout risque taré?

Ce serait mal comprendre ma pensée.

J'aborde maintenant la question dans le sens indiqué par le texte proposé aux délibérations du Congrès.

Sont écartés de l'assurance les risques qui se présentent, soit au point de vue santé, soit à d'autres points de vue, dans des conditions telles que si l'assureur étendait les règles de l'admissibilité jusqu'à ces conditions, il subirait une mortalité plus forte que celle indiquée par la table de survie qu'il emploie.

Sans qu'il en résulte une amélioration bien sensible de la mortalité de l'ensemble assuré, n'applique-t-on pas cette règle avec trop de sévérité?

Je le crois. L'examen médical sert de guide. Dominé par ce seul aspect, l'assureur se montre souvent trop rigoureux et cela sans profit pour lui, au contraire.

Mr. *Rahusen* a montré que la différence entre la mortalité générale et la mortalité indiquée par les tables dressées d'après l'observation d'une population sélectionnée, n'est pas tellement considérable qu'elle justifie une proportion de refus supérieure à 3 ou 4⁰/₀ du nombre des proposants.

Je crois qu'il est peu d'institutions dont la proportion de refus ne soit sensiblement plus forte.

De sorte que l'on appelle aujourd'hui *risques tarés*, des risques qui pourraient parfaitement être admis à des conditions ordinaires.

Cette appellation n'est d'ailleurs qu'un mot. Il a été inventé par des médecins dont l'éducation au point de vue assurance est incomplète à défaut d'une base mathématique.

Ce particularisme fait que le médecin attribue à son rôle une importance exagérée, que si, d'une part, il a perfectionné ses méthodes d'investigation, ce qui est un bien, il a, d'autre part, créé des classifications de risques ou adopté des dénominations telles que „risques tarés“ qui ne sont pas toujours justifiées.

J'en ai pour preuve, une expérience que j'ai poursuivie sur une échelle malheureusement trop restreinte.

Grâce à la facilité avec laquelle on obtient en notre pays les renseignements d'état-civil, j'ai pu suivre 650 refusés par la Compagnie à laquelle je suis attaché. Le nombre des décès constatés a été de 45, celui des décès attendus était, d'après les taux de mortalité A F. de 36. Notez que ces refusés représentent un pourcentage d'environ 10⁰/₀ des proposants.

Qu'indique ce résultat? Si l'on tient compte que la mortalité des proposants admis a été en-dessous, notablement, de la mortalité attendue, on aurait pu admettre la presque totalité des proposants sans que l'institution en ait éprouvé un dommage financier.

Ce qui précède indique la marche à suivre.

Il est possible en général, sans classer les risques en catégories, de reculer les limites de l'admissibilité.

Que l'on poursuive des expériences analogues à celle que je viens de citer, ce qui se fait d'ailleurs déjà en certains pays.

Il est des causes de refus qui n'existent que parce que les médecins leur attribuent une importance qui n'est appuyée sur aucune vérification statistique sérieuse.

C'est par la statistique que l'on vérifiera leur valeur.

Il est remarquable que dans les causes de refus que j'ai moi-même soumises à l'expérience, deux seulement prennent à leur actif l'excès de mortalité observé: la tuberculose et l'albuminurie. Toutes les autres causes de refus: glycosurie, obésité, alcoolisme, syphilis, etc. . . , n'ont produit aucun déficit.

Eh bien! Je dis qu'il faudrait pouvoir poursuivre de telles études. Elles seules indiqueront jusqu'où l'on peut reculer les limites de l'assurabilité aux conditions normales.

Il est bien certain que l'assurance ne pourra jamais être générale. On n'assurera jamais un moribond; il est des causes de danger immédiat qui imposent le refus. Mais entre ceux qui doivent être ainsi écartés a priori, et la limite de l'admissibilité, même reculée comme il vient d'être dit, il existe encore une classe de non assurables parce que réellement „risques tarés“.

De ce mot, *risque taré*, on peut donner une définition précise qui lui a jusqu'à présent manqué.

C'est un risque présentant, au point de vue santé, des tares ayant un *caractère de permanence*, et qui ont une réelle *importance*, cette importance n'étant pas jugée d'après l'impression d'un médecin, mais d'après des statistiques bien dressées.

C'est un risque qui possède un caractère spécial bien défini qui

le rend *nettement*, et surtout *sensiblement* inférieur à la limite des assurables.

Ceci admis, je pense bien que ces *tarés* sont peu nombreux.

Convient-il alors de les distinguer les uns des autres, faut-il seulement considérer l'ensemble des risques tarés ainsi définis?

Il serait difficile de se prononcer actuellement. On peut seulement signaler qu'il existe des moyens empiriques de résoudre la question des risques non admissibles.

Certaines sociétés les admettent (tout en écartant encore les risques qui leur paraissent par trop dangereux) en leur demandant une prime fortement exagérée, quitte à restituer, sous forme de participation aux bénéfices, ce qui, dans l'ensemble, aurait été perçu en trop.

D'autres sociétés demandent des surprimes qu'elles fixent sans bases sérieuses.

On pourrait croire que je suis opposé à un tel système.

Non pas. J'ai dit plus haut, que lorsqu'un caractère concret influant sur la hauteur du risque apparaît *prédominant, important*, on peut, tant que ce caractère existe, l'apprécier.

Lorsqu'on pourra l'apprécier au moyen d'une base sûre, je ne vois aucune raison pour ne pas admettre ce procédé. Ceci n'a rien d'opposé aux principes généraux précédemment exposés. La seule condition est de n'appliquer ce procédé que lorsqu'il est réellement justifié.

Comment l'appliquera-t-on?

Est-ce en affectant certaines causes, que je crois peu nombreuses, de paramètres d'accroissement, ce qui conduirait à classer les risques tarés d'après quelques causes concrètes? Cela ne me paraît pas impossible, à condition d'adopter la définition restrictive du „risque taré“ que j'ai donnée plus haut, à condition que, réellement, la classification ne soit réglée que par des causes concrètes permanentes, bien perceptibles et telles qu'elles soient de beaucoup plus importantes que toutes autres circonstances, de santé ou autres, qui apparaissent devoir influencer sur la hauteur du risque.

Il serait toutefois prématuré de conclure. Je crois qu'avant de rien décider, il serait sage de poursuivre une investigation sur les risques *refusés* et de rechercher jusqu'où pourrait être reculées les limites d'assurabilité qu'un excès de sévérité médicale maintient souvent à une trop grande hauteur.

La composition du résidu obtenu après cette première élimination donnera des indications quant aux procédés à mettre en oeuvre pour le réduire.

Pour ne pas me lancer dans le domaine de l'hypothèse, je crois préférable de m'arrêter ici.

La statistique est notre moyen d'investigation. Mettons-le en oeuvre dans la seule direction qui s'indique actuellement. Il signalera lui-même, lorsqu'il aura accompli ce premier oeuvre, les directions nouvelles vers lesquelles il faudra l'aiguiller.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind behandelnden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von Louis Maingie, Brüssel.

Der Autor behandelt zunächst das Problem von dem Standpunkte, wie es ihm seinerzeit auf Grund der am Berliner Kongresse gegebenen Anregung vom Comité permanent gestellt wurde. Diese Anregung interpretiert der Verfasser in dem Sinne, daß es sich hierbei nicht um den humanitären Gedanken der Ausbreitung der Versicherungsfähigkeit handle, sondern lediglich darum, für gewisse Versicherungskategorien den Preis der Versicherung erhöhen zu können. Es handelt sich also um die Feststellung einer speziellen Risikenklasse, welche infolge ihrer Minderwertigkeit mit einem Prämienzuschlage belastet werden soll und zwar auch dann, wenn sie bisher zur normalen Prämie versichert wurde. Man vergißt hierbei, daß die Sterblichkeitstafeln die Sterblichkeit einer Gesamtheit aufweisen, welche auch die Minderwertigen enthält. Bei der Herstellung dieser Tafeln wurde allen Einheiten derselbe Wert beigemessen, wogegen man heute eine Differenzierung in dieser Beziehung einführen möchte. Der Verfasser befürchtet, daß dies der Fall sein wird, wenngleich ein jeder diesbezügliche Versuch erfolglos bleiben muß. Ein solches Projekt könne nur auf Grund einer ungenügenden Kenntnis der technischen Notwendigkeiten des Versicherungswesens aufgestellt werden. Eine notwendige Folge dieses Projektes ist eine Klassifikation der Risiken nach verschiedenen Kategorien; die Sterblichkeitstafeln ermöglichen diese Klassifikation nicht. Es könnten allerdings verschiedene Sterblichkeitstafeln aufgestellt werden, doch einesteils hängt die Klassifikation immer nur von der persönlichen Appreciation ab, anderenteils wird auch eine solche Klassifikation das Material derart zersplittern, daß es für statistische Untersuchungen wertlos wird.

Doch die ungenügende Anzahl der Beobachtungen kann nicht als Motiv der Ablehnung eines Problems gelten, wenn die Lösung desselben eine Notwendigkeit ist. In der Lebensversicherung ist es jedoch Tradition, daß man zwischen den versicherbaren Risiken keine Unterschiede gemacht hat. Das Ideal des Versicherers wäre, eine solche Gesamtheit herzustellen, welche derjenigen ähnlich wäre, aus welcher die Sterblichkeitstafel abgeleitet wurde. Man unterscheidet deshalb nur zwei Gruppen, die Versicherbaren und Nichtversicherbaren. Der Versicherbare genügt der Bedingung, daß sein Gesundheitszustand nicht ungünstiger ist als derjenige des ungünstigsten der früher angenommenen. Eine Unterscheidung muß jedoch hier aufhören. In der Unfall- und in der Feuerversicherung ist eine Gefahrenklassifikation möglich: in der Lebensversicherung ist es nicht so. Das Lebensversicherungsrisiko hat auch einen moralischen Charakter, welcher jeder Bewertung unzugänglich ist. Der Versicherer kann also nur einen Teil jener Ursachen bewerten, welche auf die Größe des Risikos einen Einfluß ausüben können. Sind diese Ursachen materieller Natur und permanent, so wird eine Extraprämie eingehoben, sofern das Extrarisiko groß genug ist, um zu prädominieren und eine Extraprämie zu rechtfertigen (Reise, Berufsrisiko).

Des weiteren darf nicht vergessen werden, daß das Risiko in der Lebensversicherung nur ein einzigesmal bewertet wird, im Momente des Abschlusses der Versicherung. Diese Tatsache macht eine Abstufung der Risikokategorien unmöglich. Während der Dauer der Lebensversicherung kann der Versicherer die Änderungen des Risikos nicht verfolgen. Aus der Tatsache, daß der Versicherer nicht in der Lage ist, die Prämie dem Risiko wann immer anzupassen, folgt, daß er dies auch zu Beginn nicht tun darf. Solche Unterscheidungen sind überhaupt in falschen Theorien begründet. Die einzige Regel, die der Versicherer befolgen muß, ist, daß er sich einen derartigen Versichertenstock aus verschiedenen Gruppen zusammenstelle, dessen Sterblichkeit nicht höher sei als jene, welche auf Grund der den Rechnungen zugrunde gelegten Tafeln zu erwarten ist.

Die Versicherungsgesellschaften dürfen nicht vergessen, daß sie aus der Sterblichkeit keinen Nutzen ziehen dürfen; der Nutzen soll aus den Kapitalserträgen und den Ersparnissen an Unkostenzuschlägen erstehen. In der Unfall- und in der Feuerversicherung ist die Bewertung der einzelnen Risiken deshalb möglich, weil dieselben durch die statistischen Erhebungen ihren Gesetzen nach erkannt und ihrem finanziellen Einflusse nach bewertet werden konnten. Die Spezialisierung der statistischen Erhebungen bezüglich der Sterblichkeit ist unmöglich, wenn man dieselbe auf alle Ursachen ausdehnen will, die

einen Einfluß auf das Risiko ausüben, und weist die Mortalität nur dann, wenn sie an großen Gesamtheiten beobachtet wird, den Charakter der Wahrscheinlichkeit auf. Die großen Gesamtheiten dürfen nicht in kleinere zerlegt werden, es muß eine Konstanz der Elemente, aus welchen die Wahrscheinlichkeiten entstehen, vorhanden sein, sonst ist jede Deduktion falsch.

Auf Grund einer Diskussion der Bedeutung der Konstanten der Sterblichkeitsintensität meinte Herr *Lembourg*, daß es möglich sei, für einen jeden Versicherten sein Sterblichkeitsgesetz festzustellen. Das Problem ist ja nicht ganz unlösbar, es gibt aber auch praktische Schwierigkeiten, die der Anwendung einer solchen Klassifikation entgegenstehen. Wurde ein Minderwertiger mit einer höheren Prämie belastet und erbringt er den Beweis, daß die Ursache seiner Minderwertigkeit geschwunden sei, so wird er wohl berechtigt sein, eine Ermäßigung seiner Prämie zu verlangen, würde man ihm dies jedoch zugestehen, so würde man das finanzielle Gleichgewicht stören, weil man ja andererseits denen, deren Verhältnisse sich verschlechtert haben, eine Erhöhung der Prämie nicht vorschreiben kann, es wäre hierzu eine kontinuierliche Untersuchung der Risiken erforderlich, was doch einfach unmöglich ist. Würde man dem Versicherten dagegen die Prämienverminderung nicht zugestehen, so würde er einfach seine Versicherung fallen lassen und anderweitig Versicherung zur normalen Prämie suchen, was die Unanwendbarkeit eines solchen Systems wohl am klarsten demonstriert. Die Einführung einer solchen Klassifikation würde auch eine Erniedrigung des Lebensversicherungswesens sein, weil dadurch ein Feilschen zwischen dem Versicherer und dem Versicherten zur Regel würde. Im übrigen bemerken wir auch, daß die Entwicklung des Lebensversicherungsbetriebes nicht nur nicht eine weitergehende Spezialisierung, sondern eine Aufhebung von Unterschieden zur Folge gehabt habe. (Reisebeschränkungen, Hernien u. s. w.). Dies ist direkt der Gegensatz von dem, was jetzt proponiert wird.

Gegenwärtig gibt es nur zwei Klassen von Versicherungskandidaten, annehmbare und nicht annehmbare, es gibt aber keine scharfen Grenzen zwischen diesen beiden Klassen. Herr *Rahusen* hat nachgewiesen, daß die allgemeine Sterblichkeit und die Versichertensterblichkeit nicht derart voneinander differieren, daß sie eine Ablehnung von mehr als drei bis vier Prozent der Antragsteller rechtfertigen würde. Der Autor hat gefunden, daß von 650 Abgelehnten seiner Gesellschaft nach der französischen Sterblichkeitstafel AF 36 hätten sterben können, wogegen in Wirklichkeit 45 gestorben sind. Da die Sterblichkeit der angenommenen Versicherten bedeutend hinter der Erwartung zurückgeblieben ist, hätte man ohne finanziellen Nachteil

fast alle Abgelehnten annehmen können. Der Autor hat auch die verschiedenen Ablehnungsgründe einer statistischen Untersuchung unterzogen und gefunden, daß lediglich zwei eine größere Sterblichkeit aufgewiesen haben, nämlich die Tuberkulose und die Albuminurie, alle anderen Ablehnungsgründe, die Glykosurie, Fettleibigkeit, Alkoholismus, Syphilis u. s. w. haben keinerlei Defizite verursacht.

Das Wort minderwertige Leben kann präzise definiert werden als ein Risiko, welches bezüglich des Gesundheitszustandes dauernd und bedeutend belastet ist, welche Bedeutung nicht auf Grund der Impression der Ärzte, sondern auf Grund von wohl angelegten Statistiken erhärtet wird. Solcher Belastungen gibt es nur wenige. Bevor man dafür irgend welche Beschlüsse faßt, wäre es nützlich, die Untersuchungen über die Abgelehnten fortzusetzen und zu untersuchen, wie weit die Grenzen der Versicherungsfähigkeit ausgedehnt werden könnten, welche die ärztliche Strenge zu sehr eingeengt hat.

Is it desirable to divide "under-average" lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

By L. Maingie, Brussels.

The author examines at first the problem, as it had been exposed to him by the Permanent Committee in base of the suggestion made at the Congress of Berlin. According to the author's view, the said suggestion was not called forth by the humanitarian idea of extending the limits of acceptation for insurance; it had for purpose to increase the contributions to be charged for certain groups of risks. Therefore, it is directed to determine special groups of risks which are to be considered as under-average and charged consequently with extra-premiums, even if they have been accepted up to now as standard lives. It is omitted hereby that existing mortality tables show mortality rates for a complexity, containing also under-average lives. In working up such tables, the same value has been attributed to every unit, whereas at present we have the tendency to introduce differentiations in this respect. The author apprehends that such tendencies may be realized, although in his opinion the respective attempts could not lead to any success. Such schemes can only be proposed on the basis of insufficient knowledge of technical requirements of insurance matters. The neces-

sary consequence of the said project would be to undertake the classification of risks into several groups; however, mortality tables do not justify such classification. Of course, it would be possible to establish different mortality tables; but on the one side, classification depends always of personal impression, whilst on the other it would disperse the material in a way as to make it worthless for a statistical investigation.

It is true that insufficient experience cannot be admitted as reason for refusing to enter into examination of a problem, if its solution is to be considered as necessity. But, an old tradition in life insurance shows that no difference has been made between accepted risks. The ideal of the insurer should consist in forming a complexity which gives the same experience as provided by mortality tables. Accordingly, two groups are only to be divided: insurable (admitted) risks and otherwise. Insurable lives must accomplish the requirement that their physical conditions are at least equal to those of the most dangerous risks accepted heretofore; further differentiations are not practicable. In accident and fire insurance it is possible to establish classes of risks; it is not the same for life insurance. The risk of life contracts has also a moral side which does not admit any evaluation. The insurer can only judge of such circumstances which are exercising an influence upon the quantity of risk. Where such factors of substantial and permanent character are observed, they have to be counterbalanced by extra premiums provided that the impairment entails a sufficient extra hazard for justifying such measures (travels, professional risk).

Further, it is to be noted, that the risk of life contracts could only be rated one time, at the beginning of insurance. An exact classification of risks is impossible, if it were only for the reason, that the insurer is not in a position to follow the modifications of the risk.

Only erroneous theoretical conceptions can lead to propose such differentiation. As a matter of fact, the life insurer has only to take care of composing from the various groups a complexity of risks, which show no higher mortality rates than those resulting from mortality tables adopted.

Insurance Companies should not forget, that they must not realize profits out of mortality; their sources of profits shall be returns of investments and economies from loadings for costs of administration.

In accident and fire insurance, separate taxation of individual risks is rather possible, as the elements of the risk can be determined by statistical observations and appreciated according to their financial importance. Such differentiation could not be accomplished, as to the

risk of mortality, with regard to all component factors; mortality shows the character of probability, only if communities of sufficient size are subject to observation. Such communities cannot be divided into smaller ones, as there must be a certain constancy of the elements of probabilities; otherwise exact conclusions cannot be obtained.

Starting from an examination of the importance of constants in the analytical expression of force of mortality, Mr. *Lembourg* concludes that it would be possible to establish for every risk an individual law of mortality. Indeed, a solution of the said problem is not quite impossible, but there are considerable difficulties which oppose themselves to its practical application. If any insured person, accepted as under-average, could prove that the cause of impairment has disappeared, he would certainly be entitled to be dispensed in future from payment of the extrapremium which had been charged to meet such impairment. However, this result would not leave undisturbed the financial equilibrium of the insurer; the latter could only find the necessary compensation by charging increased premiums to such insured who have become impaired during the course of the policy. Of course, the practical application of such system would require continuous re-examination of all risks, in other words an absolute impossibility. On the other hand, if the required reduction of premium would be refused, the insured could cancel his policy, proposing to another Company a new insurance at standard premium. Such considerations show clearly that the system under discussion is not practical, besides its introduction would lead to a vilification of life insurance, by continuous bargaining between insurer and insured. It is finally to be observed that up to now the development of life insurance business did not result in a further specialisation, but in suppression of former differentiations (restrictions in case of travels, of herniae, &c.). That is the very contrary of what is proposed at present.

Actually there are only two groups of proposants; acceptable and not acceptable; between those two groups, there are no strongly marked limits. Mr. *Rahusen* has proved that the differences observed between rates of mortality in the general population and among insured lives, would not justify to refuse more than 3 or 4% of all proposed risks. The author has examined 650 risks refused by the Company with which he is connected; among the said 650 persons, 45 have actually died up to now, whereas, according to the french mortality table A F, 36 death-claims were to be expected for the time of observation. Considering that the mortality of accepted risks has been much inferior to the expected rates, the Company would not have suffered mortality losses, even if all refused risks had been accepted. The author,

having further examined the different causes of refusal, states that only the risks refused on account of tuberculosis and albuminurie show indeed much higher mortality rates, whereas all other refused persons (on account of glycosuria, obesity, alcoholism, syphilis) would not have caused considerable losses to the Company.

The conception of under-average is to be determined in a definite way as including all risks which present, permanently and to a considerable extent, a physical impairment, as shown by well founded statistics (not only by personal impression of the medical examiner). Consequently, before taking any decision on our subject, it seems to be useful to continue the observations of life time of refused risks and to examine in this way, in how far it will be possible to extend the normal limits of acceptance which have been too narrowly confined by medical rigourousness.

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone che secondo le norme ora in uso non sono assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da determinarsi le relative basi scientifiche?

Luigi Maingie, Bruxelles.

L'autore tratta il problema anzitutto dal punto di vista come esso gli è stato presentato dal Comité permanent. L'autore interpreta il desiderio espresso al Congresso di Berlino nel senso, che si tratti unicamente della possibilità di aumentare il prezzo dell'assicurazione per una classe speciale di rischi, non però del pensiero umanitario di estendere i limiti dell'accettabilità. L'autore teme quindi, che lo scopo reale dalle investigazioni proposte sia la creazione di tali classi speciali, che in seguito alla tara di cui sono gravate, avranno da pagare un premio elevato, malgrado che finora siano state accettate a premi normali. Si tenta così semplicemente di far dimenticare, che le tavole di mortalità comprendono non soltanto dei rischi normali, ma anche anormali. Nella costruzione di queste tavole si dava lo stesso peso ad ogni singolo rischio, mentre ora si vuole introdurre una differenziazione. Un tale progetto non si può concepire che nella conoscenza incompleta delle esigenze della tecnica delle assicurazioni. Il progetto renderebbe necessaria una diversificazione dei rischi; le tavole di mortalità non

permettono tale classificazione. Non sarebbe del resto impossibile di costruire delle *diverse* tavole di mortalità, queste però non potranno avere un valore, visto che la classificazione dipende dall'apprezzamento personale, e che il materiale diventerebbe talmente frazionato, che non si adatterebbe per le ricerche statistiche.

La ristrettezza del materiale non può però giustificare l'abbandono di un problema, se la soluzione del medesimo apparisca necessaria. È però anche tradizione nell'assicurazione vita di non fare delle distinzioni fra i rischi accettabili. L'ideale sarebbe di formare dei complessi di assicurati tali, quali erano quelli, la cui mortalità è rappresentata dalla tavola di mortalità. Si devono formare quindi due gruppi soltanto, e cioè gli assicurabili, ed i non-assicurabili. L'assicurabile ha da corrispondere alla condizione, che lo stato della sua salute non sia peggiore di quello del più sfavorevole fra gli accettati in precedenza. Non si deve però fare niuna ulteriore differenziazione. La classificazione dei rischi è possibile nell'assicurazione incendi od infortuni, non però nell'assicurazione vita. Quest'ultima ha un carattere morale, non assoggettabile ad un apprezzamento finanziario. L'assicuratore non può quindi valutare che una parte delle circostanze, da cui dipende il rischio. Se queste circostanze sono di natura materiale (viaggi, professione), si può esigere il pagamento di un'addizionale, premesso che il sopra-rischio prevalga.

Non si deve inoltre dimenticare, che il rischio non si valuta che una sola volta nelle assicurazioni vita, e cioè all'assunzione dell'affare. Da questo fatto risulta anche l'impossibilità di una classificazione dei rischi. L'assicuratore non è in grado di poter controllare le variazioni del rischio durante il corso dell'assicurazione. Dall'impossibilità di adattare il premio al rischio in qualunque momento risulta anche, che ciò non è permesso all'epoca dell'assunzione. Tali distinzioni sono sempre basate su teorie false. L'unica regola da seguirsi è quella, che l'assicuratore deve cercare di crearsi un portafoglio tale, la cui mortalità non superi quella da attendersi in base alla tavola adottata.

Le Compagnie non devono mai dimenticare, ch'esse non devono trarre dei profitti dalla mortalità; i loro utili risultano dai guadagni sugli interessi e dai risparmi sulle spese.

Nelle assicurazioni incendi o accidenti la valutazione dei singoli rischi è fattibile, perchè la loro natura è conosciuta in base alle statistiche, si può quindi anche valutare l'effetto finanziario che ne risulterà. La specializzazione delle indagini statistiche è però impossibile nelle ricerche sulla mortalità, se esse debbano estendersi a tutte le cause di questa, perchè le leggi della probabilità non valgono, se non prevale la legge dei grandi numeri. Senza una

costanza negli elementi non si hanno delle probabilità, ed ogni deduzione è falsa.

Sulla base di una discussione sul significato delle singole costanti nella formola di *Makham* il Signor *Lemboury* ha espresso l'opinione che si può costruire per ogni singolo assicurato la sua legge di mortalità. Questo problema non sarebbe del tutto insolubile, vi sono però delle difficoltà pratiche, che vi si oppongono. Cosa sarebbe da farsi p. e. nel caso, che un assicurato ritenuto „scadente“ all'assunzione, e aggravato quindi di un premio elevato, avesse a dimostrare che la causa della sua „tara“ è tolta e chiedesse la riduzione del premio? Lo farebbe di certo di pieno diritto, eppure non si potrebbe accordarglielo senza disturbo dell'equilibrio finanziario, perchè d'altra parte non vi è la possibilità di elevare il premio di quegli, la cui salute sia andata scadendo. Ciò supporrebbe un continuo esame di ogni rischio, cosa di certo impossibile. Non accordando al petente la riduzione chiesta, esso di certo vorrà contrarre una nuova assicurazione con un'altra Compagnia a premio normale, lasciando cadere la prima. Un tale sistema non sarebbe dunque sostenibile. L'introduzione di una tale classificazione dei rischi porterebbe seco inoltre una diminuzione del valore morale dell'assicurazione sulla vita, perchè in seguito ad esso il contrattare circa al prezzo diventerebbe la regola. È da notarsi inoltre, che lo sviluppo dell'assicurazione vita dimostra una tendenza contraria alla creazione di nuove classi, anzi si cerca di eliminare le differenze (viaggi, ernie, ecc.) Questo è precisamente il contrario di quanto ci si propone.

Attualmente non vi sono che due classi sole di candidati all'assicurazione: accettabili e non-accettabili. Non vi è però una linea rigida che le separi. *Rahusen* ha dimostrato, che non c'è una tale differenza fra la mortalità generale e quella degli assicurati che giustifichi il rifiuto di più del 3 o 4% dei proponenti. L'autore stesso ha trovato, che fra 650 dei rifiutati da parte della Compagnia alla quale appartiene, in base alla tavola AF potevano morire 36, mentre morivano in realtà 45. Visto che la mortalità degli accettati è rimasta di molto al di sotto dell'attesa, quasi tutti i rifiutati avrebbero potuto esser accettati senza disturbo finanziario. L'autore ha inoltre esaminato in via di statistica l'influenza delle cause di rifiuto, ed ha trovato, che solo due cagionano una mortalità maggiore, e cioè la tubercolosi e l'albuminuria, mentre tutte le altre cause, come il diabete, l'obesità, l'alcoolismo, la sifilide ecc. non produssero alcun deficit.

La concezione „rischi scadenti“ può venir esattamente definita così: questi sono dei rischi, la cui salute è costantemente e seriamente

minacciata, la serietà non giudicandosi in base all'impressione dei medici, ma sulla base di statistiche bene fondate. Gli aggravii di tale natura non sono molti. Sarebbe assai a desiderarsi, che prima di prendere una decisione, si proseguissero le indagini circa ai rifiutati, per ben chiarire la questione: fino a quale limite si possa cioè estendere l'accettabilità a premi normali, i limiti della quale sono ora, purtroppo, troppo ristretti.

VI. — B.

Über Versicherung minderwertiger Leben.

Von **Jens Pedersen**, Kopenhagen.

Im Laufe der letzten Menschenalter hat die Lebensversicherung eine größere und größere Ausbreitung gefunden. In Ländern, wo man vor 50 Jahren die gezeichnete Versicherungssumme nach Millionen zählte, zählt man sie heute nach Hunderten von Millionen, und in Gegenden, wo eine lebensversicherte Person vor einigen Jahrzehnten eine Seltenheit, ja fast eine Sehenswürdigkeit war, ist jetzt ein großer Teil der Bevölkerung lebensversichert.

Daß es die Lebensversicherungs-Gesellschaften sind, die so gut wie allein die Ehre dieses mächtigen Fortschrittes haben, läßt sich nicht bestreiten. Es sind die Gesellschaften, die durch gewaltige Arbeit und Anwendung eines bedeutenden Kapitals dem Publikum das Verständnis für die Bedeutung der Lebensversicherung für den Einzelnen und die Gesamtheit beigebracht haben. Es sind aber auch die Gesellschaften, die die Schuld dafür tragen, daß die Entwicklung der Lebensversicherung derartig vor sich gegangen ist, daß viele, deren Gesundheitszustand nicht als zufriedenstellend angesehen wird, vergebens darum antragen müssen, lebensversichert zu werden. Die Gesellschaften haben bei ihrer intensiven Arbeit für die Ausbreitung der Lebensversicherung nicht zu betonen vergessen, welche soziale Bedeutung die Lebensversicherung hat, doch nichtsdestoweniger ist die geschichtliche Entwicklung der Lebensversicherung ein klarer Beweis dafür, daß die Gesellschaften selbst die sozialen Rücksichten vor den geschäftlichen zurücktreten ließen. Die Gesellschaften haben — gewiß mehr als notwendig — übersehen, daß die Lebensversicherung erst ihre volle Bedeutung gewinnt, wenn die Vorteile, welche von ihr geboten werden, von allen genossen werden können.

In den Kinderjahren der Lebensversicherung waren es ausschließ-lich Vorsichtsgründe, die die Gesellschaften veranlaßten, Aus-

künfte über den Gesundheitszustand zu verlangen und diesbezügliche Forderungen zu stellen, bei denen, die ihr Leben zu versichern beantragten. Selbstverständlich mußten die Gesellschaften — damals wie heute — darnach streben, sich gegen Schwindel und Spekulation zu schützen und die bescheidenen Forderungen, die an den Gesundheitszustand der Versicherungsnehmer gestellt wurden, waren zweifelsohne notwendig und berechtigt, aber sicher auch für den Zweck genügend. Mit der Zeit aber machte sich eine andere Rücksicht — die geschäftliche — stärker und stärker geltend und erhielt einen stets größeren Einfluß auf die Entwicklung der Lebensversicherungsbranche. Diese Rücksicht bezweckte, einen Versicherungsbestand zu schaffen, unter dem die Sterblichkeit so klein wie möglich war und jedenfalls bedeutend geringer als diejenige, welche man bei der Berechnung der Prämien seitens der Gesellschaften zugrunde gelegt hatte. Man wünschte, daß der Jahresüberschuß der Gesellschaften steigen sollte, um dadurch größere Mittel für die Agitation zu erhalten und in die Lage zu kommen, die Dividende für die Versicherten und Aktionäre zu erhöhen. Von der praktischen Seite betrachtet, hatte diese Rücksicht zur Folge, daß die Anzahl der Abgelehnten stieg, da die Gesellschaften in der Wahl der Versicherten mehr und mehr wählerisch wurden. Während man aus Gründen der Vorsicht seine Absicht damit erreichen konnte, daß stets die gleichen Fragen an die Antragsteller gerichtet und die gleichen Regeln für die Annahme derselben beachtet wurden, verlangte — und verlangt — die geschäftliche Rücksicht eine fortwährende Veränderung sowohl in der Anzahl und Art der gestellten Fragen wie in den Aufnahmebedingungen, lediglich mit dem bestimmten Zweck, die Sterblichkeit unter den Versicherten auf ein Minimum herabzusetzen. Mit der Zeit gewann die geschäftliche Rücksicht über die Vorsichtsgründe oder man möchte sagen über die soziale Rücksicht die Oberhand und die Gesellschaften begnügten sich nicht damit, daß der Antragsteller selbst über seinen Gesundheitszustand und die Krankheiten berichtete, an denen er möglicherweise litt oder gelitten hatte; man verlangte nun, daß er ein ärztliches Attest darüber beibringen sollte, daß er gesund war. Nach und nach kam man dann zu der Ansicht, daß es sicher vom Geschäftsstandpunkte aus betrachtet, klug sein dürfte, wenn die Gesellschaften selbst das ärztliche Attest bezahlten. Die Gesellschaften bekamen auf diese Weise mehr Macht über die Ärzte und konnten selbst die Stellung und Beantwortung aller der Fragen verlangen, die für die Entscheidung, ob ein Antragsteller angenommen werden kann oder nicht, von Bedeutung sein konnten. Diese Betrachtung erwies sich als richtig, indem die Einführung eines gedruckten Formulars für Gesundheitsatteste, dessen

Ausfüllung von den Gesellschaften bezahlt wurde, diesen einen Verdienst auf dem Konto der Sterblichkeit einbrachte, der bei weitem die Unkosten überstieg, die die ärztliche Untersuchung verursachte. Das ärztliche Attest war allerdings anfangs keineswegs vollkommen; es enthielt nur eine geringere Anzahl Fragen, von denen mehrere recht unwesentlich waren: mit der Zeit wurden aber neue Fragen hinzugefügt.

Bei der Untersuchung des Sterblichkeitsverhältnisses unter den Versicherten wurde nämlich mit der Zeit konstatiert, daß die Sterblichkeit bald in der einen, bald in einer anderen Gruppe von Personen, an denen die eine oder andere Eigenheit zu erkennen war, größer als für den übrigen Teil des Versicherungsbestandes war. Und selbst wenn die Sterblichkeit innerhalb des Gesamtbestandes etwas geringer als die bei der Berechnung der Tarife zugrunde gelegte war, wurden doch Vorsichtsmaßregeln getroffen, um zu verhüten, daß die Gesellschaften in Zukunft Versicherungen von Personen zeichneten, die einer solchen Gruppe zugerechnet werden konnten. Man fügte nämlich in dem ärztlichen Atteste eine neue Frage ein, die auf die betreffende Eigenheit abzielte, und hatte so das getan, was in dieser Richtung zwecks Verbesserung der Sterblichkeit und Vermehrung der Abgelehnten getan werden konnte.

Man hatte ferner durch statistische Untersuchungen nachgewiesen, daß die Erblichkeit auch auf das Sterblichkeitsverhältnis einwirkt, und nachdem dies geschehen war, begnügte man sich nicht damit, Auskünfte über den Antragsteller selbst zu beschaffen, sondern man verlangte auch Auskünfte über den Gesundheitszustand und etwaige Todesursachen seiner Eltern, Großeltern, Onkeln und Tanten, und man fand oft in nicht zufriedenstellenden Mitteilungen in dieser Beziehung einen genügenden Anlaß, die Anzahl derjenigen zu vermehren, die die durch eine Lebensversicherung gebotenen Vorteile nicht genießen können, ohne dabei in Betracht zu ziehen, daß die erblich belasteten Personen zu dem Erfahrungsmaterial gehörten, das von den Gesellschaften benützt wurde.

Späterhin konstatierte man auf Grund umfangreicher Untersuchungen, daß Magerkeit und Korpulenz auch die Lebensfähigkeit verringerten und fand hierin einige neue Hemmnisse für Personen, die in diesen Punkten verletzbar waren. Allerdings fand man die Mageren und Belebten brüderlich vereint unter dem zugrunde liegenden Material — aber trotzdem sollten sie mit Vorsicht behandelt werden u. a. mit Rücksicht auf die Dividende.

Kurz gesagt — die geschäftliche Rücksicht hat überall, wo eine Möglichkeit in dieser Beziehung vorhanden war, die soziale

Rücksicht aus dem Felde geschlagen. Der Antragsteller wird nun durch ein Kreuzfeuer von Fragen geleitet und zum Gegenstande einer sorgfältigen Untersuchung durch wenigstens einen Arzt gemacht, und nur wenn das Resultat alles dessen zufriedenstellend ist, kann er lebensversichert werden. Eine große Anzahl der Antragsteller kommt durch dieses Fegefeuer nicht heil hindurch; sie erhalten eine Mitteilung darüber, daß sie die Vorteile nicht haben können, die eine Lebensversicherung bietet und werden dann weiteren Gedanken über die soziale Bedeutung der Lebensversicherung überlassen.

Mit anderen Worten: Das Problem der Versicherung minderwertiger Leben ist aus der von den Gesellschaften konsequent durchgeführten geschäftlichen Rücksicht geschaffen worden.

* * *

Gegen diese Betrachtungen werden vermutlich einige Einwände erhoben werden.

Man wird vielleicht behaupten, daß die Gesellschaften keineswegs immer größere Forderungen an den Gesundheitszustand der Antragsteller gestellt haben und nicht bewußt eine zunehmende Anzahl der Antragsteller zu dem Zwecke zurückgewiesen haben, um ihren eigenen Verdienst zu erhöhen und den Jahresüberschuß so groß wie möglich zu gestalten. Man wird behaupten, daß die Entwicklung nur den Zweck gehabt hat, einen gleich gearteten Versicherungsbestand zu schaffen, bei dem alle gleichalterigen Individuen dasselbe Risiko zu dem Zeitpunkt darbieten, wo die Annahme zur Versicherung stattfindet. Durch die zahlreichen Ablehnungen hat man nur erstrebt, die Individuen vom Versicherungsbestand fernzuhalten, die ein größeres Risiko darbieten, als es die Prämien voraussetzen (nach den Prämien angenommen wird). Man wird — mit anderen Worten gesagt — behaupten, daß die Absicht nur darin bestanden hat, das theoretisch richtige Prinzip festzulegen, wonach für jede Versicherung eine dem Risiko entsprechende Prämie bezahlt werden soll.

Der Einwand sieht ja ganz natürlich aus, ist aber trotzdem nicht genügend, um die gegebenen Betrachtungen zu entkräften.

Es dürfte nämlich eine große Frage sein, ob das genannte Prinzip, wonach die Prämie dem Risiko entsprechen soll, für die einzelnen Gruppen in Anwendung kommen kann, in die ein Lebensversicherungsbestand geteilt werden kann. Nicht einmal zwei Personen bieten das gleiche Risiko dar, und beider Risiko ist vielleicht von dem Risiko verschieden, das in der Sterblichkeitstabelle zum Ausdruck gekommen ist, die bei Festsetzung der Prämien angewandt wird. Bildet man verschiedene Personengruppen, wird die Sterblichkeit der einen Gruppe

von derjenigen einer anderen Gruppe ganz bestimmt abweichen. In der einen Gruppe wird die Sterblichkeit größer sein als für das Erfahrungsmaterial, womit die Gesellschaft arbeitet; in einer anderen Gruppe ist sie kleiner. Aber in allen Gruppen zusammen übersteigt die Sterblichkeit nicht die erfahrungsmäßige. Die Prämien, die bezahlt werden, sind für alle gleich; es sind Durchschnittsprämien: für einige Risiken sind sie zu niedrig und für andere zu hoch. Wenn sie aber im ganzen genommen ausreichend waren, und die Gesellschaften keine größere Sterblichkeit als die vorausgesetzte vorfanden: kann man dann in anderen Rücksichten als denen geschäftlicher Natur die Berechtigung finden, die Risiken auszuscheiden, die man für die schlechtesten ansieht?

Im übrigen dürfte die Forderung, daß die Prämie dem Risiko entsprechen soll — selbst wenn es möglich war, sie zu erfüllen, was in der Praxis nun nicht der Fall ist — die Gesellschaften nicht dazu berechtigen, ein Risiko abzulehnen, das für gefährlicher als das gewöhnliche angesehen wird. Die Forderung schließt jedenfalls nur eine Berechtigung in sich, das größere Risiko durch eine Erhöhung der Prämie oder durch Änderungen in den Versicherungsbedingungen zu decken. Wenn die Gesellschaften sich nur dieses Ausweges bedient hätten, wäre ihnen ein Vorwurf nicht zu machen. Der Begriff „Abgelehnte“ würde dann unbekannt sein und die Konkurrenz zwischen den Gesellschaften würde es dann längst dahingebracht haben, daß die Aufnahmebedingungen für die minderwertigen Leben mit der Zeit den Risiken angepaßt worden wären. Wie bekannt, haben die Gesellschaften indessen nur den leichtesten und am wenigsten gefährlichen Risiken gegenüber diesen Ausweg benützt.

Der andere Einwand, womit man die Gesellschaft wohl zu entschuldigen suchen wird, ist der, daß die Unkosten der Gesellschaften auf Grund der Konkurrenz und der forcierten Arbeit für Erwerbung neuer Versicherungen gestiegen sind, daß sie notwendigerweise einen größeren Verdienst à conto Sterblichkeit haben müssen, um sich halten zu können.

Doch auch dieser Einwand steht auf schwachen Füßen. So gut wie alle rationell eingerichteten Gesellschaften, welche die Periode der „Kinderjahre“ überstanden haben, kommen besser als notwendig durch; die Nettoprämien sind so groß, daß die Gesellschaften, selbst wenn die Zuschläge die Betriebsunkosten nicht decken, einen großen jährlichen Überschuß erzielen und einen bedeutenden Bonus austeilen. Daß dasselbe nicht von den jüngeren Gesellschaften gesagt werden kann, rührt zum Teile daher, daß jedes Geschäft einen gewissen Umfang haben soll, bevor es die Verwaltungsunkosten tragen kann.

und zum Teil daher, daß die Form, in der die Bilanzaufstellung einer Lebensversicherungs-Gesellschaft angefertigt wird, veraltet ist, da sie nicht die erforderliche Rücksicht darauf nimmt, auf welche Weise die Akquisition in der Lebensversicherungs-Branche betrieben wird.

Man könnte im übrigen auch die Frage umdrehen und mit Berechtigung behaupten, daß die Gesellschaften nur in die Lage kamen, die großen Erwerbsunkosten ohne gleichzeitige Erhöhung der Prämien zu bestreiten, weil sie imstande waren, sich auf die „Sterblichkeit“ einen steigenden Verdienst und zwar durch Vermehrung der Ablehnungen zu schaffen. Beispielsweise mag erwähnt werden, daß die Erfahrungen, die das skandinavische Komitee für Versicherung minderwertiger Leben gesammelt und veröffentlicht hat und die die Sterblichkeitsverhältnisse unter den Abgelehnten und denjenigen betreffen, die gegen erhöhte Prämie versichert sind, darauf hindeuten, daß die skandinavischen Gesellschaften sogar einen Verdienst auf die Sterblichkeit haben wollten, selbst wenn alle die Risiken, die abgelehnt oder zu erhöhten Prämien angenommen sind, zu den normalen Prämien der betreffenden Gesellschaften angenommen worden wären. Der Verdienst ist natürlich noch größer gewesen, da die gefährlichsten Risiken abgelehnt worden sind.

Es darf daher als erwiesen angesehen werden, daß es die geschäftliche und nicht die soziale Rücksicht gewesen ist, die das ausschlaggebende Prinzip in der Entwicklung der Lebensversicherungs-Gesellschaften gewesen ist. Dieser Rücksicht, der die mächtige Entwicklung der Lebensversicherung zu verdanken ist, muß auch die zweifelhafte Ehre zugeschrieben werden, das Problem der Versicherung minderwertiger Leben geschaffen zu haben. Der Zukunft ist es nun vorbehalten, auf diesem Gebiete, wie auf vielen anderen die Fehlgriffe der Vergangenheit wieder gut zu machen.

II.

Das Problem der Versicherung minderwertiger Leben kann ohne Übertreibung als das praktisch gesehen wichtigste und vom versicherungstechnischen Standpunkt schwierigste Problem innerhalb der Lebensversicherungs-Branche bezeichnet werden, das auf ärztlicher Untersuchung basiert ist.

Die Wichtigkeit des Problems geht daraus hervor, daß nur 80 bis 85% der Antragsteller die Versicherung zur normalen Prämie und ohne Einschränkung in der Wahl der Versicherungsform erhält. Der Rest 15 bis 20% verteilt sich teils auf die Antragsteller, die pure abgelehnt werden, teils auf solche, die auf verschärfte Bedingungen,

z. B. gegen Prämienerrhöhung oder durch Verweisung zu einer andern Versicherungsform als der verlangten, die Versicherung angeboten erhalten. Diese letzteren, die faktisch lebensversichert werden können, werden in der Regel nicht mitgerechnet, wenn von minderwertigen Leben die Rede ist; wie später angegeben werden wird, müssen sie jedoch in Betracht gezogen werden, wenn das Problem der Versicherung minderwertiger Leben rationell gelöst werden soll. Die absolute Ablehnung begreift für Dänemark zirka 8% der Antragsteller. Man kann jedoch sicher damit rechnen, daß die Anzahl derjenigen, die zur Versicherung nicht angenommen werden können, nicht größer als 8% der entsprechenden Bevölkerung ist. Es ist ja mit der Zeit allgemein bekannt geworden, sowohl unter dem versicherungsuchenden Publikum wie unter den Versicherungsagenten, daß es keinen Zweck hat, Versicherungsanträge von Leuten einzureichen, die an gewissen Krankheiten, wie Tuberkulose, Zuckerkrankheit, Albuminurie u. dgl. gelitten haben oder leiden und in anderen mehr zweifelhaften Fällen ist es allgemein üblich, daß die Agenten sich an die Hausärzte der Antragsteller oder an die Gesellschaften mit der Vorfrage wenden, inwieweit die Vorlage eines Versicherungsantrages von Erfolg begleitet sein kann. Die Agenten werden dazu angehalten, sich vorher über den Gesundheitszustand des Antragstellers zu erkundigen, und dadurch wird ja die Anzahl der Abgelehnten verhältnismäßig klein werden, doch leider wird man dabei keineswegs sagen können, daß die faktische Anzahl der minderwertigen Leben reduziert wird.

Wie groß die Anzahl der minderwertigen nicht annehmbaren Leben ist, läßt sich nach dem Gesagten nicht angeben und es kann deshalb auch nicht nachgewiesen werden, daß die prozentweise Anzahl minderwertiger Leben im Steigen begriffen ist, was jedoch ohne Zweifel der Fall ist; es kann aber jedenfalls behauptet werden, daß die Anzahl der Abgelehnten so groß ist, daß die Lebensversicherung gezwungen wird, die Lösung dieses Problems als ersten Punkt auf ihr Programm zu setzen, sofern sie mit vollem Rechte auf ihre soziale Bedeutung zu verweisen wünschen sollte.

Daß die *Schwierigkeiten*, die das Problem darbietet, groß sind, geht deutlich genug daraus hervor, daß es heute seiner Lösung nicht näher gekommen ist als vor Jahrzehnten, obgleich es in den letzten 10 bis 15 Jahren Gegenstand zahlreicher Abhandlungen, sowohl von Versicherungstechnikern, wie Versicherungsärzten gewesen ist. Man konnte freilich nicht erwarten, daß solche Abhandlungen eine endgültige und befriedigende Lösung des Problems bringen können; eine solche ist nur auf Grund eines umfangreichen und gleichgearteten Erfahrungsmaterials möglich und zur Zeit kann ein solches Material

nicht beschafft werden. Man konnte aber doch erwarten, daß die vorliegenden Abhandlungen das Problem geklärt und ihm eine feste und mehr konzise Form gegeben und dadurch die Rahmen festgelegt hatten, innerhalb welcher die endgültige Lösung liegen sollte. Jedoch ist ein solches vorläufiges Resultat noch nicht einmal erreicht. Die Ausgangspunkte für die Abhandlungen sind sehr verschieden, und die Hilfsmittel, die benützt werden, sehr ungleichartig. Ferner sind stark abweichende Ansichten über die Form für die endgültige Lösung vorhanden, selbst wenn über die Lösung der rein theoretischen Seite des Problems natürlich keine Uneinigkeit herrscht. Alle sind wohl darüber einig, daß jedes minderwertige Leben eine dem Risiko entsprechende Prämie bezahlen sollte. Es ist aber keine Einigkeit darüber vorhanden, wie diese theoretisch richtige, praktisch aber nicht durchführbare Forderung angepaßt werden soll.

Die Uneinigkeit, die sich in einer Anzahl untereinander sehr verschiedener Vorschläge geoffenbart hat, von denen nur einzelne praktische Anwendung gefunden haben, kommt zum Teil daher, daß das Problem sowohl Ärzte wie Aktuare berührt, und nur selten ist eine wirklich fruchtbringende gemeinsame Arbeit zwischen diesen beiden für die Lösung des Problems gleichwichtigen Faktoren vorhanden gewesen. Die Ärzte werden sich in der Regel am stärksten in Einzelheiten verirren, eine Ablehnungsursache nach dem Grade der Krankheit abschätzen und sich dadurch eine Unzahl von Risiken schaffen. Im Gegensatz hierzu wird der Aktuar suchen, die Risiken in möglichst wenigen Gruppen zu vereinigen, um dadurch Resultate zu gewinnen, die in statistischer Beziehung so zuverlässig wie möglich sind. Da es indessen nach der Natur der Sache schwierig ist, den Arzt und Aktuar in einer Person vereinigt zu sehen, müssen die Schwierigkeiten, die sich von hier aus der Lösung des Problems entgegenstellen, durch eine passende Verteilung der Arbeit überwunden werden, so daß jeder der beiden Partner seine Aufgabe zu lösen bekommt. Der Arzt muß den Gesundheitszustand der Antragsteller in solcher Weise angeben, daß der Aktuar eine statistische Einheit erhält, mit der er arbeiten kann; mit anderen Worten: der Arzt muß den Gesundheitszustand bestimmen und der Aktuar muß die sich hiernach ergebende Lebensfähigkeit bestimmen. Und mit einigem guten Willen wird es nicht unmöglich sein, eine solche Verteilung der Arbeit vorzunehmen. Wie weiter unten nachgewiesen, ist die Ursache des Minderwertes nämlich oft eine ganz bestimmte Krankheit oder Schwäche und eine von dem Arzte vorgenommene Sortierung der minderwertigen Leben nach den Ursachen der Ablehnung, würde deshalb ein Schritt in der angedeuteten Richtung sein. Der Aktuar

könnte jedenfalls auf Grund einer solchen Verteilung versuchen, das Sterblichkeitsverhältnis für jede einzelne Ursache der Ablehnung zu bestimmen. Dieser Schritt ist aber kaum groß genug. Für jeden Ablehnungsgrund sind Leben da, die ein höchst verschiedenes Risiko darbieten, und die Ärzte müssen daher vom Gesichtspunkte der medizinischen Wissenschaft diejenigen Leben, für die derselbe Ablehnungsgrund in Betracht kommt, in eine wohl nicht zu große Anzahl Gruppen zu scheiden suchen; vielleicht würden drei passen, nämlich eine Hauptgruppe und zwei Nebengruppen. Die Hauptgruppe sollte da alle die Leben umfassen, bei denen sich kein besonders nachteiliger oder mildernder Umstand geltend macht und in jede der beiden Nebengruppen sollen die Leben gehören, die aus verschiedenen Gründen für besser oder schlechter als die Mehrzahl angesehen werden.

Ohne eine passende Verteilung der Arbeit werden die Schwierigkeiten des Problems jedenfalls noch größer werden als sie faktisch sind.

Nach dem Prinzip in der modernen Entwicklung der Lebensversicherungsbranche muß in *theoretischer Beziehung* unter einem minderwertigen Leben ein Leben verstanden werden, das gegenüber der in Betracht kommenden Versicherung ein größeres Risiko als das nach der allgemeinen Sterblichkeitstabelle der betreffenden Gesellschaft vorausgesetzte darbietet. Nach den allgemein anerkannten Prinzipien sieht man als berechtigt an, ein solches Leben eine höhere Prämie als die normale bezahlen zu lassen. Doch unglücklicherweise hat die erwähnte Definition keinerlei praktische Bedeutung, solange sich nicht ein statistisches Material vorfindet, mit Hilfe dessen sich das von den minderwertigen Leben dargebotene Risiko bestimmen läßt.

In der *praktischen Lebensversicherung* versteht man unter minderwertigen Leben solche Leben, die zur Versicherung gar nicht oder nur zu erhöhter Prämie angenommen werden. Aus den oben angestellten Betrachtungen geht indessen hervor, daß die minderwertigen Leben keine bestimmte und leicht erkennbare Gruppe bilden, die ausschließlich Personen mit demselben charakteristischen Kennzeichen umfaßt. Das Prädikat „minderwertiges Leben“ ist das endgültige Resultat der Beurteilung einer Gesellschaft und je nachdem sich diese Beurteilung verändert hat, ist die Grenze zwischen den guten und minderwertigen Leben bewußtermaßen in einer für die minderwertigen Leben ungünstigen Richtung verschoben worden. Doch selbst, wenn man von dieser bewußten Verschiebung der Grenze zwischen den guten und minderwertigen Leben absieht, so war es unmöglich und ist es heute noch, eine scharfe Grenze zwischen den beiden Kategorien zu ziehen, weil die Beurteilungen der Gesellschaften auf keiner sicheren Grundlage beruhen, sondern auf einem Gutachten über die Eigentüm-

lichkeiten basiert sind, die das betreffende Risiko kennzeichnen. Ein solches Gutachten kann, wie gewissenhaft und sorgfältig es auch sonst ist, mehr oder weniger wohlwollend sein. Deshalb kommt es auch hier und da vor, daß ein Risiko, das von einer Gesellschaft abgelehnt wird, von einer anderen pure angenommen wird. Auch kommt es und sogar recht häufig vor, daß die Art und Dauer der beantragten Versicherung dafür bestimmend ist, ob der Antragsteller ein gutes oder minderwertiges Leben genannt werden soll. Kurz und gut, die gewöhnliche praktische Definition minderwertiger Leben hat einen ebenso geringen theoretischen Wert als die theoretische praktische Bedeutung hat. Da es indessen klar ist, daß die Lösung des Problems der Versicherung minderwertiger Leben — sowie dieses Problem sich von der Lebensversicherung ausgeschaltet hat — im wesentlichen darin bestehen muß, eine Übereinstimmung zwischen der praktischen und theoretischen Definition herbeizuführen, sollte der Anfang mit einer möglich einheitlichen Beurteilung der Risiken gemacht werden, denn nur dadurch beschafft man sich das notwendige gleichgeartete Material für die statistische Untersuchung, deren Durchführung für die Lösung des Problems erforderlich ist.

Der erste Schritt in dieser Richtung sollte sein, daß ein gleiches Formular für Gesundheitsatteste von allen Gesellschaften benützt würde. Diese erhielten dadurch die gleiche Grundlage für die Beurteilung und durch die teils nationale, teils internationale Beziehung zwischen den Direktoren und Ärzten der Gesellschaften eröffneten sich Möglichkeiten für eine Festlegung mehr gleichartiger Regeln für die Beurteilung. In dieser Beziehung würde es sicher zweckdienlich sein, wenn die Gesellschaften eine doppelte Beurteilung aller Versicherungsanträge einführten. Die eine Beurteilung sollte die gewöhnliche sein; deren Aufgabe wäre zu entscheiden, ob die betreffende Versicherung angenommen werden kann oder nicht, auch ob die Versicherung auf andere Weise als beantragt geordnet werden kann. Die andere Beurteilung sollte allein zu statistischen Zwecken und Schaffung gleichartigen Erfahrungsmaterials vorgenommen werden. Bei dieser Beurteilung sollte man annehmen, daß alle Antragsteller eine lebenslängliche Versicherung mit lebenslänglicher Prämie beantragten. Alle die Leben, die bei Anwendung von gleichartigen Regeln der Beurteilung zu lebenslänglicher Versicherung angenommen werden könnten, wären da als gute Leben zu betrachten, während die Leben, die für eine solche Versicherung nicht angenommen werden könnten, zu den minderwertigen zu rechnen wären, selbst wenn sie zur normalen Prämie zu der tatsächlich beantragten Versicherung anzunehmen wären.

Würden alle Gesellschaften diese Reform in der Beurteilung

durchführen und auf Basis der gleichartigen Gesundheitsatteste gleichartige, statistische Karten mit abgekürzter Wiedergabe des Inhaltes der ärztlichen Atteste und der Verteilung der Leben seitens der Ärzte (vergl. Seite 1216) ausgefertigt werden; wäre hierdurch die Grundlage für ein statistisches Material geschaffen, aus dem man für die Zukunft bedeutende Resultate erwarten könnte, namentlich wenn die Gesellschaften im voraus Anstalten treffen würden, die die spätere Untersuchung darüber, wann die abgelehnten minderwertigen Leben eingingen, erleichtern könnten.

Und in jedem Falle würde die Grenze zwischen den guten und minderwertigen Leben bedeutend schärfer als jetzt gezogen werden, und würde dadurch das Problem selbst bedeutend schärfer und präziser hervortreten, als es nun der Fall ist. Und eine klar gestellte Aufgabe ist ja halbwegs gelöst.

III.

Keine der vorerwähnten Definitionen ist als Ausgangspunkt für eine weitere Erwägung der Frage geeignet, wie das Problem der Versicherung minderwertiger Leben in richtiger Weise gelöst werden soll. Eine Übersicht aus der hervorgeht, wie die minderwertigen Leben sich nach Alter und Ursache der Minderwertigkeit verteilen, dürfte dagegen ein brauchbarer Ausgangspunkt sein. Zu den minderwertigen Leben müssen indessen in einer solchen Übersicht alle Leben gerechnet werden, die — nach den nun zur Anwendung gekommenen Regeln für die Beurteilung — zu lebenslänglicher Versicherung mit lebenslänglicher Prämie angenommen worden sind oder werden könnten; denn nur dadurch erhält das Problem seinen richtigen Umfang.

In Übereinstimmung mit diesen Forderungen ist beigefügte Übersicht ausgearbeitet.

Das Material ist von der Nordisk Levforsikrings Aktieselskab af 1897 entlehnt und umfaßt alle die Leben, die im Laufe von 3 Jahren die Versicherung beantragt haben und die zu lebenslänglicher Versicherung zu lebenslänglicher tarifmäßiger Prämie nicht angenommen worden wären. Einige derselben sind pure abgelehnt, einige pure angenommen, weil die beantragte Versicherung keine lebenslängliche war; anderen hat man die Versicherung zu erhöhter Prämie oder mit kürzerer Dauer als beantragt angeboten. Ob die Antragsteller auf die gestellten Bedingungen eingegangen sind oder nicht, ist in diesem Zusammenhang ohne Bedeutung. Obwohl das Material nicht umfassend ist, ist die Verteilung der Leben nach Alter und Ablehnung doch mehr als zufällig, indem die Verteilung innerhalb eines einzelnen der drei Jahre derjenigen für jedes der beiden anderen Jahre ganz entspricht.

Übersicht.

Alter	Tuberkulose	Chronische (nicht tuberkulöse)	Herzkrankheiten	Albuminurie	Zuckerkrankheit	Nieren- und Gallen- steinbildung	Otitis media	Frühere Anfälle von Febr. rheum.	Frühere Anfälle von Appendicitis	Chronischer Alkoholismus	Syphilis	Geistes- und Nervenkrankheiten	KorpuLENz	Verschiedene Krankheiten	Zusammen
Unter 15 Jahre	7	.	.	4	1	.	1	1	1	15
15—19 Jahre	23	.	10	13	.	.	1	2	1	1	.	3	.	8	62
20—24 „	38	3	25	18	2	.	9	3	3	1	1	3	1	16	123
25—29 „	35	1	15	9	2	.	4	3	1	5	9	4	2	10	100
30—34 „	15	1	7	3	3	4	3	2	1	7	4	2	11	12	75
35—39 „	11	3	1	3	3	1	2	5	.	5	8	3	7	8	60
40—44 „	2	.	3	3	1	1	1	1	.	10	4	3	3	4	36
45—49 „	3	.	.	1	2	1	.	.	.	4	2	2	6	3	24
über 50 Jahre	1	1	1	.	.	1	.	3	2	.	4	3	16
Zusammen . . .	134	8	62	55	15	7	21	18	6	36	30	20	34	65	511

Die Übersicht zeigt, daß die Minderwertigkeit in den meisten Fällen auf ganz bestimmte Krankheiten oder Schwächen zurückzuführen ist. Dies gilt hier 446 von den erwähnten 511 Fällen, ja selbst bei den unter der Bezeichnung „verschiedene“ angeführten minderwertigen Leben ist eine bestimmte, aber nur seltener vorkommende Krankheit zumeist der einzige Ablehnungsgrund. Ungefähr 26% der Leben sind auf Grund von Tuberkulose minderwertig, 11% wegen Albuminurie und 12% wegen Herzkrankheiten. Zusammen sind also zirka 30% aus diesen 3 Ursachen minderwertig; der Rest der minderwertigen Leben verteilt sich auf alle anderen Ablehnungsgründe.

Bei den übrigen dänischen Gesellschaften, die Lebensversicherungen mit ärztlicher Untersuchung zeichnen, werden die minderwertigen Leben wahrscheinlich ebenso häufig und in der gleichen Verteilung nach Ablehnungsgründen wie bei „Nordisk“ vorkommen. Die Anzahl der minderwertigen Leben, die Versicherung mit ärztlicher Untersuchung bei den dänischen Gesellschaften gesucht haben, kann unter dieser Voraussetzung auf zirka 2100 im Jahre angesetzt werden. Die Verteilung auf die einzelnen Ursachen wird vielleicht folgende sein:

Tuberkulose	zirka 550
Chronische (nicht tuberkulose Brustkrank-	
heiten)	„ 35
Morbus cordis	„ 260
Albuminurie	„ 225
Zuckerkrankheit	„ 65
Nieren- und Gallensteinkolik	„ 30
Otitis media	„ 85
Frühere Anfälle von Febr. rheum.	„ 75
„ „ „ Appendicitis	„ 25
Chronischer Alkoholismus	„ 150
Syphilis	„ 125
Geistes- und Nervenkrankheiten	„ 80
Korpnulenz	„ 135
Verschiedene Krankheiten	„ 260
<hr/>	
Zusammen zirka	2100

* * *

Nach welchen Grundprinzipien soll das Problem der Versicherung minderwertiger Leben nun gelöst werden?

Die vorher geschilderte Entwicklung der Lebensversicherung gibt in der Hauptsache die Antwort auf diese Frage. Sie zeigt in jedem Fall, daß jeder Gedanke an die Versicherung aller versicherungsfähigen

Personen — hierunter jeder Person, deren Gesundheitszustand nicht in schneller Abnahme begriffen ist, — zu derselben Prämie aufgegeben werden muß. Die Tendenz in der Entwicklung ist — ob man nun geschäftliche oder andere Rücksichten als Grund hiefür ins Feld führt — ganz klar die, daß jede Person eine dem Risiko entsprechende Prämie zu zahlen hat. Und in Übereinstimmung mit dieser Tendenz und diesem theoretisch richtigen Prinzip muß das Problem gelöst werden. Von der praktischen Seite der Sache erheben sich indessen sofort unüberwindbare Schwierigkeiten für eine genaue Durchführung des Prinzips.

Zunächst ist es unmöglich, für jedes minderwertige Leben die dem Risiko entsprechende Prämie zu bestimmen. Zu einer solchen Bestimmung ist ein Erfahrungsmaterial erforderlich, das eine sehr große Anzahl Personen umfaßt, die in jeder Beziehung das gleiche Risiko darbieten. Und ein derartig genügend großes Erfahrungsmaterial liegt zur Zeit nicht vor und wird wohl niemals vorliegen. Die Übersicht zeigt ja, daß die minderwertigen Leben sich auf viele Ablehnungsgründe verteilen, die ein verschiedenes Risiko darbieten dürften; und für denselben Ablehnungsgrund finden sich wohl kaum zwei Personen, die das gleiche Risiko darbieten.

Sodann wird selbst die genaueste Festsetzung der Prämien ganz illusorisch werden, wenn nicht eine so große Anzahl Personen mit dem gleichen Risiko versichert wird, daß die zufälligen Schwingungen merklich ohne Bedeutung werden. Die Notwendigkeit zwingt daher gewissermaßen einen Akkord mit den Prinzipien und den theoretischen Forderungen auf. Man muß den Gedanken an eine korrekte Prämienfestsetzung für jedes einzelne Versicherungsobjekt aufgeben und eine Lösung suchen, die praktisch durchführbar ist, selbst wenn sie in theoretischer Hinsicht dann weniger richtig ist.

Es ist zweifelsohne auch vollkommen verantwortlich, mit seinem Gewissen in solcher Hinsicht einen Vergleich einzugehen. Die Erfahrung aus der Versicherung normaler Leben beweist jedenfalls, daß die Lebensversicherung ausgezeichnet betrieben werden kann, selbst wenn die Personen, die zur Versicherung angenommen werden, ein sehr verschiedenes Risiko darbieten. Dies ist ja für die normalen Leben stets der Fall gewesen und ist es noch heute. Selbst wenn man nämlich durch eine starke und flotte Ausscheidung der für minderwertig angesehenen Leben von den allzu starken und allzu schwächtigen Personen, den erblich belasteten und den gesundheitlich bereits angegriffenen Personen frei wird, so bleibt doch ein auch rücksichtlich des Sterblichkeitsverhältnisses sehr ungleichartiger Bestand zurück.

Es handelt sich da vom praktischen Standpunkte aus darum,

daß für die Versicherung minderwertiger Leben eine Sterblichkeitstabelle in Anwendung kommt, die für jedes Alter die maximale Sterblichkeit für den hienach versicherten Bestand angibt, und zwar derartig, daß die Prämien nicht so viel größer werden als die notwendigen, daß keiner Lust hat, sich hienach versichern zu lassen.

Wenn die theoretischen Forderungen der Grundlage für die Versicherung minderwertiger Leben derartig angepaßt sind, kann die Frage, auf welche Grundprinzipien hin das genannte Problem gelöst werden soll, in eine Frage darüber abgeändert werden, inwieweit die minderwertigen Leben nach einer einzelnen Sterblichkeitstabelle oder nach mehreren Tabellen versichert werden sollen. Die Antwort auf diese Frage wird davon abhängen, ob bei dem von den minderwertigen Leben dargebotenen Risiko ein so wesentlicher Unterschied vorhanden ist, daß man gegen die minderwertigen Leben, deren Lebensfähigkeit am größten ist, ein Unrecht begeht, wenn man von ihnen die gleiche Prämie verlangt, die von den minderwertigen Leben, deren Lebensfähigkeit am geringsten ist, bezahlt wird. Wenn kein wesentlicher Unterschied in den Sterblichkeitsverhältnissen innerhalb der verschiedenen Gruppen minderwertiger Leben vorhanden war, so sollten sie natürlich alle nach derselben Sterblichkeitstabelle versichert werden und diese sollte dann — um zuverlässig und übereinstimmend mit der Tendenz in der Entwicklung zu sein — nicht die durchschnittliche Sterblichkeit für die minderwertigen Leben zum Ausdruck bringen, dagegen die Sterblichkeit, die nicht übertroffen wird von der Sterblichkeit in einer der Gruppen, worin die minderwertigen Leben geteilt werden können.

Nach der allgemeinen Auffassung, die in den wenigen vorliegenden Erfahrungen ihre Bestätigung findet, ist aber die Sterblichkeit unter den minderwertigen Leben in so hohem Grade von dem Grunde der Ablehnung abhängig, daß jeder Gedanke, alle minderwertigen Leben in derselben Versicherungsgruppe zu vereinigen, sicher aufgegeben werden muß. Es könnte dagegen von vornherein natürlich erscheinen, daß alle versicherungsfähigen Personen, die aus dem gleichen Grunde minderwertig sind, nach derselben Sterblichkeitstabelle versichert werden und dadurch in dieselbe Gefahrenklasse kommen ohne Rücksicht darauf, ob sie mehr oder weniger von der Krankheit angegriffen sind, die die Minderwertigkeit begründet. Allerdings würde man auf diese Weise Personen verschiedenartigen Risikos in dieselbe Gefahrenklasse bekommen und für verschiedene Personen würde eine höhere Prämie als notwendig einkommen, doch hätte eine solche Vereinigung von Personen, die ein verschiedenes Risiko bei gleicher Ursache der Minderwertigkeit darbieten, eine gewisse moralische Berechtigung.

Nichtsdestoweniger muß auch der Gedanke, das Problem auf diese Weise zu lösen, sicher aufgegeben werden, weil man dadurch Gefahrenklassen bekäme, die nur sehr wenig Personen umfaßten. Wenn man im ganzen genommen versuchen will, das Problem durch Vereinigung derjenigen Personen in Gefahrenklassen zu lösen, muß man bedeutend energischer zu Werke gehen und die Anzahl der Gefahrenklassen so klein machen, daß doch eine passende Anzahl in jeder Klasse versichert werden könnte.

Die Übersicht auf Seite 1219 zeigt, daß es eigentlich nur drei Ablehnungsgründe sind, nämlich Tuberkulose, Albuminurie und Herzkrankheit, die so viele Personen begreifen, daß es naheliegen kann, diese in Gefahrenklassen für sich zu vereinigen. Die Personen, die aus anderen Ursachen minderwertig sind, müßten alsdann schätzungsweise zu diesen drei Gefahrenklassen gerechnet oder in einer, beziehungsweise zwei anderen vereinigt werden.

Die angestellten Betrachtungen ergeben das Resultat, daß es zur Zeit unmöglich ist, mit Sicherheit festzulegen, wie sich die endgültige Lösung gestalten wird. Vielleicht wird die Erfahrung beweisen, daß das Problem in befriedigender Weise durch Bildung einer oder mehrerer Gefahrenklassen gelöst werden kann, in die die minderwertigen Leben zu bringen sind. Und vielleicht wird es notwendig werden. Selekttabellen zu benützen nach einer ganz anderen Verteilung der Risiken. Klarheit in dieser Richtung kann erst erreicht werden, wenn ein statistisches Material beschafft ist, das zu einer eingehenden Untersuchung der Sterblichkeitsverhältnisse unter den minderwertigen Leben benützt werden kann. Ein wirklich brauchbares und umfassendes statistisches Material kann indessen erst dann beschafft werden, wenn die minderwertigen Leben zur Versicherung angenommen werden und demzufolge von den Gesellschaften beachtet werden. Zur Zeit kann man nur bis zu einer zwischenzeitlichen Lösung kommen und eine solche kann nur mit Hilfe von Hypothesen gefunden werden. Hierin liegt also der eigentliche Grund dafür, daß verschiedene Vorschläge zur Lösung des Problems gemacht sind.

Die Frage der Lösung des Problems durch Verteilung der Risiken in Gefahrenklassen ist zuerst von *Dr. Ernst Blaschke*¹⁾ behandelt worden und sein Vorschlag ist bei einer österreichischen Gesellschaft zur Anwendung gekommen. Die schwedischen Gesellschaften haben auch eine praktische Lösung des Problems durch Benützung von zwei Gefahrenklassen versucht, die auf Erfahrungen über

¹⁾ Denkschrift zur Lösung des Problems der Versicherung minderwertiger Leben. (Wien 1895.)

die Sterblichkeitsverhältnisse unter den Abgelehnten gestützt sind. Der Verfasser gegenwärtiger Abhandlung hat die hieher gehörenden Fragen einer näheren Erwägung¹⁾ unterzogen und nachzuweisen gesucht, daß Verschiedenes dafür spricht, daß man bei Errichtung von festen Gefahrenklassen eine vorläufige brauchbare Lösung erhalten kann. Soweit man indessen beurteilen kann, wird es zur Zeit schwierig werden, alle minderwertigen Leben in einer kleinen Anzahl Gefahrenklassen zu vereinigen. Es wird zweifelsohne, und zwar nicht zum mindesten von seiten der Ärzte geltend gemacht, daß es unmöglich ist, die Unzahl so sehr voneinander verschiedenen Risiken in wenigen Gruppen zu vereinigen. Und selbst wenn es wahrscheinlich ist, daß es sich nach Beschaffung eines brauchbaren Erfahrungsmaterials herausstellen wird, daß eine solche Befürchtung unbegründet ist, und daß die Risiken, die nun als etwas verschiedenartig angesehen werden, sehr gut in dieselbe Gefahrenklasse gebracht werden können, ist es nicht angezeigt, diese Bedenken außer acht zu lassen. Ich bin daher zu der Auffassung gekommen, daß man am leichtesten zur Einigung über eine vorläufige Lösung des Problems kommt, wenn diese nicht in einer so scharf abgestochenen Form erscheint, daß es schwierig, wenn nicht gar unmöglich wird, auf die besonderen nachteilig wirkenden oder mildernden Umstände Rücksicht zu nehmen, die ja so gut wie stets bei jeder Person zu finden sein werden, ohne Rücksicht, ob deren Minderwert auf die eine oder andere Ursache zurückgeführt werden muß. Solange die Erfahrung nicht dargetan hat, daß das Gutachten über die besonderen Verhältnisse der einzelnen Personen ohne Bedeutung für das Gesamtergebnis ist, ist es gewiß notwendig, das Gutachten bestehen zu lassen und eine vorläufige Lösung zu suchen, die danach eingerichtet ist.

IV.

Die vorläufige Lösung, die ich vorschlagen werde und wobei das Gutachten über die Lebensfähigkeit der einzelnen Person zur Anwendung kommen kann, stützt sich auf folgende Betrachtungen:

Ich nehme an, daß sämtliche x jährige Personen einer Bevölkerung — zusammen L_x — gleichzeitig den Antrag stellen, auf Grund vorausgehender ärztlicher Untersuchung lebensversichert zu werden. Die Sterblichkeit dieses gleichalterigen Bestandes kann als bekannt vorausgesetzt werden, indem sie mit der Sterblichkeit der Bevölkerung zusammenfällt. Auf Grund der Regeln der Gesellschaften für die Beurteilung denkt man sich den Bestand in zwei Teile geteilt, die guten

¹⁾ *Jens Pedersen* : Über die Versicherung minderwertiger Leben. (Jena 1906.)

und minderwertigen Leben. Die Anzahl der guten Leben wird l_x und die Anzahl der minderwertigen Leben l'_x bezeichnet, wobei $l_x + l'_x = L_x$ ist. Die Sterblichkeit unter den guten Leben ist wie bekannt, nicht allein vom Alter abhängig, sondern auch von dem Zeitraume, der seit Annahme der Versicherungen verflossen ist. Die Wirkungen der ärztlichen Untersuchung, die wohl bis zu 10 Jahren nachher zu spüren sind, zeigen sich dadurch, daß die Sterblichkeit bedeutend geringer ist, als man mit Rücksicht auf das Alter der Personen erwarten sollte. Die Sterblichkeit unter Personen, die z. B. 35 Jahre alt sind und vor einem Jahre versichert wurden, ist geringer als die Sterblichkeit unter 35jährigen Personen, die vor 2, 3 bis zu 8—10 Jahren versichert sind; ist aber die Versicherungszeit länger als 10 Jahre, läßt es sich kaum nachweisen, daß sie einen Unterschied in der Sterblichkeit mit sich führt; diese ist die für das Alter normale — die sogenannte Schlußsterblichkeit.

Die Sterblichkeit unter den l_x guten Leben wird hienach in den ersten Jahren nach der ärztlichen Untersuchung gering sein; demzufolge muß die Sterblichkeit unter den l'_x minderwertigen Leben in diesen Jahren besonders groß sein. Nach und nach wächst die Sterblichkeit unter den guten Leben und im Alter $x + 10$ wird sie nicht viel geringer sein, als die Sterblichkeit der Bevölkerung in diesem Alter. Gleichzeitig muß auch eine Veränderung in der Sterblichkeit unter den minderwertigen Leben vor sich gehen, jedoch in entgegengesetzter Richtung und im Alter $x + 10$ kann man hier mit einer Schlußsterblichkeit rechnen, die wohl nicht dieselbe ist wie die Schlußsterblichkeit für die guten Leben und auch nicht die gleiche wie die Sterblichkeit der Bevölkerung, aber doch kaum viel größer als diese.¹⁾

Sofern diese Betrachtungen Stich halten, bedeuten sie eine wesentliche Vereinfachung des Problems. Versicherung minderwertiger Leben wird alsdann auf Grund einer einzelnen Schlußtabelle erfolgen können, einer Standardtabelle, die für alle Alter die Sterblichkeit für die minderwertigen Leben brächte, die wenigstens 10 Jahre lang versichert gewesen sind. Auf Grund dieser Standardtabelle sollte in gewöhnlicher Weise ein Tarif berechnet werden, der die Prämien angibt, die von allen minderwertigen Leben bezahlt werden sollten. Vom 10. Versicherungsjahr ab sollten diese Prämien in Verbindung mit der in den 10 Jahren angesammelten Prämienreserve genügen, um die Verpflichtungen den Versicherten gegenüber erfüllen zu können. In den ersten 10 Versicherungsjahren ist das Risiko, das die minderwertigen

¹⁾ Fr. u. a. Dr. *Draninsky*: Über Sterblichkeit nach Versicherungsdauer und Versicherungsart (Kopenhagen 1906).

Leben — oder einzelne Gruppen derselben — darbieten, vermeintlich größer als das in der Standardtabelle angegebene. Das erhöhte Risiko wird dann in der Weise gedeckt, daß während dieser 10 Jahre oder vielleicht nur während eines kürzeren Zeitraums eine Nachtragsprämie bezahlt wird, deren Höhe in jedem einzelnen Falle festzusetzen wäre — also auf Grund eines Gutachtens über die Lebensfähigkeit des betreffenden Individuums. An Stelle einer solchen Zuschlagsprämie könnte auch eine Karenzzeit treten, die die Gesellschaften gegen Verluste während der ersten 10 Versicherungsjahre sicherte; ein solcher Ausweg ist aber nur wenig ansprechend, weil er ein Verstoß gegen das wichtigste Prinzip: konstante Versicherungssumme für konstante Prämie ist.

Halten die Betrachtungen Stich, bedeutet es, wie gesagt, eine Vereinfachung des Problems, es bedeutet aber nicht, daß damit eine vorläufige Lösung zustandegekommen ist. Um eine solche zu bringen, muß man die Standardtabelle kennen, auf der das Ganze beruhen soll: und diese Standardtabelle kann nur durch Hypothesen erbracht werden, die natürlich in der Luft schweben werden. Ich meine, daß die englische OM⁵ mit einer Alterserhöhung um einige Jahre für Dänemark benützt werden könnte. Ich meine sogar, daß ein großer Teil der jüngeren Personen, die an Morbus cord. oder an chronischen nicht tuberkulösen Brustkrankheiten (Bronchitis, Emphysem) leiden, angenommen werden können, ohne eine Zuschlagsprämie zu zahlen.

Was die Festsetzung der Risikoprämien für die ersten 10 Jahre im übrigen angeht, wird die Todesursachenstatistik sicher von großem Nutzen sein, da sie für alle wichtigsten Ablehnungsgründe den Zeitraum angibt, in dem die betreffende Krankheit die größte Anzahl Opfer fordert.

In meiner früher erwähnten Abhandlung habe ich diese Verhältnisse näher erläutert, und will mich deshalb darauf beschränken, die dort gebrachte Übersicht über das Verhältnis zwischen der Sterblichkeitswahrscheinlichkeit (q) für die Personen, die aus bestimmter Todesursache sterben, und der allgemeinen Sterblichkeit (Q) in den dänischen Städten während der Jahre 1885—1894 zu wiederholen.

Ich könnte nur denken, daß man in verschiedenen Fällen diese (oder eine entsprechende, aber vollständigere) Tabelle in der Weise benutzen könnte, daß die Höhe der Zuschlagsprämie, die in den ersten 10 Jahren bezahlt werden soll, von q/Q abhängig gemacht würde.

Wäre dieses Verhältnis gleich 2, könnte man vielleicht die Zuschlagsprämie für ein Leben, das auf Grund einer chronischen Krankheit, z. B. Zuckerkrankheit, minderwertig ist, gleich der Prämie für eine 10jährige Risikoversicherung setzen. In anderen Fällen, wo das Ver-

hältnis denselben Wert, also den Wert 2, hat, wo aber die Ursache der Minderwertigkeit, z. B. Tuberkulose ist, könnte die Zuschlagsprämie entweder wie eben erwähnt sein oder im Falle der Antragsteller es wünschen sollte, auf die Bedingung hin in Wegfall kommen, daß in den ersten Jahren nur ein Bruchteil der Versicherungssumme, z. B. die Hälfte ausbezahlt würde.

Die Prämienreserve könnte in gewöhnlicher Weise auf Grund der Standardtabelle berechnet werden, und die erzielten Zuschlagsprämien könnten einen besonderen Reservefonds bilden, der angegriffen werden würde, sofern die Sterblichkeit größer werden würde als diejenige, die man nach der Standardtabelle zu erwarten hatte.

Die Todesursache, geordnet für jede Altersklasse nach deren Gefährlichkeit in derselben, sowie Angabe des Verhältnisses q/Q

15—24 Jahre		25—34 Jahre	
Name der Todesursache	q/Q	Name der Todesursache	q/Q
Epilepsie	5·23	Epilepsie	3·71
Gehirnentzündung	4·81	Tuberkulose in andern Organen	3·64
Tuberkulose in andern Organen	4·79	Lungentuberkulose	3·25
Gichtfieber	3·29	Unglücksfälle	3·19
Akute Infektionskrankheiten	3·28	Gichtfieber	2·93
Unglücksfälle	3·03	Gehirnentzündung	2·48
Bauchfellentzündung	2·60	Syphilis	1·98
Lungentuberkulose	2·40	Bauchfellentzündung	1·96
Lungenhautentzündung	1·52	Akute Infektionskrankheiten	1·80
Selbstmord	1·44	Selbstmord	1·70
Anämie	1·19	Anämie	1·64
Syphilis	1·03	Alkoholismus	1·23
Lungenentzündung	0·87	Lungenhautentzündung	1·17
Zuckerkrankheit	0·80	Zuckerkrankheit	1·14
Brights Krankheit	0·71	Geisteskrankheit	1·07
Rückenmarkkrankheit	0·65	Brights Krankheit	0·98
Herz- und Gefäßkrankheit	0·56	Rückenmarkkrankheit	0·71
Geisteskrankheit	0·33	Lungenentzündung	0·69
Alle anderen Krankheiten	0·26	Herz- und Gefäßkrankheit	0·55
Chronische Gehirnkrankheit	0·25	Chronische Leberkrankheit	0·37
Krebs	0·14	Chronische Gehirnkrankheit	0·36
Alkoholismus	0·12	Alle anderen Krankheiten	0·26
Chronische Brustkrankheit	0·10	Krebs	0·22
Apoplexie	0·05	Chronische Brustkrankheit	0·20
Chronische Leberkrankheiten	—	Apoplexie	0·13

35—44 Jahre		45—54 Jahre	
Name der Todesursache	q/Q	Name der Todesursache	q/Q
Gichtfieber	3·87	Syphilis	3·68
Epilepsie	3·70	Alkoholismus	2·58
Syphilis	3·39	Selbstmord	2·56
Lungentuberkulose	2·95	Tuberkulose in andern Organen	2·51
Tuberkulose in andern Organen	2·57	Lungentuberkulose	2·47
Alkoholismus	2·50	Gichtfieber	2·32
Gehirnentzündung	2·31	Epilepsie	2·27
Unglücksfälle	1·90	Unglücksfälle	2·26
Bauchfellentzündung	1·80	Gehirnentzündung	2·08
Selbstmord	1·68	Anämie	1·77
Geisteskrankheit	1·47	Rückenmarkkrankheit	1·66
Anämie	1·47	Chronische Leberkrankheit . .	1·62
Akute Infektionskrankheiten .	1·33	Geisteskrankheit	1·54
Zuckerkrankheit	1·28	Bauchfellentzündung	1·46
Bright's Krankheit	1·14	Bright's Krankheit	1·40
Lungenhautentzündung	0·99	Zuckerkrankheit	1·38
Lungenentzündung	0·99	Lungenhautentzündung	1·34
Chronische Leberkrankheit . .	0·92	Lungenentzündung	1·10
Rückenmarkkrankheit	0·85	Akute Infektionskrankheit . .	1·03
Herz- und Gefäßkrankheit . . .	0·68	Herz- und Gefäßkrankheit . .	0·96
Chronische Gehirnkrankheit . .	0·61	Krebs	0·88
Krebs	0·48	Chronische Gehirnkrankheit . .	0·73
Chronische Brustkrankheit . .	0·34	Apoplexie	0·56
Apoplexie	0·31	Chronische Brustkrankheit . .	0·53
Alle anderen Krankheiten . . .	0·29	Alle anderen Krankheiten . . .	0·32

55—64 Jahre

Name der Todesursache	q/Q	Name der Todesursache	q/Q
Syphilis	2·66	Gehirnentzündung	1·49
Alkoholismus	2·16	Anämie	1·45
Selbstmord	2·14	Krebs	1·39
Lungentuberkulose	2·04	Geisteskrankheit	1·26
Chronische Leberkrankheiten .	1·96	Lungenhautentzündung	1·15
Rückenmarkkrankheit	1·87	Herz- und Gefäßkrankheit . .	1·14
Tuberkulose in andern Organen	1·81	Chronische Gehirnkrankheit . .	1·10
Unglücksfälle	1·81	Lungenentzündung	1·08
Gichtfieber	1·75	Akute Infektionskrankheiten .	0·95
Epilepsie	1·68	Apoplexie	0·92
Bright's Krankheit	1·62	Chronische Brustkrankheit . .	0·87
Bauchfellentzündung	1·53	Alle anderen Krankheiten . . .	0·49
Zuckerkrankheit	1·51		

V.

Eine rationelle Lösung des Problems kann, wie erwähnt, nur auf Grund eines Erfahrungsmaterials erfolgen, und ein solches kann nur dadurch beschafft werden, daß die minderwertigen Leben versichert werden. Für die endgültige Lösung des Problems ist sonach eine vorläufige Lösung erforderlich; diese muß auf Hypothesen beruhen, und eine Tätigkeit, die auf einer solchen basiert ist, verursacht ein ökonomisches Risiko, das sich nicht bestimmen läßt. Wer soll dieses Risiko tragen? Die minderwertigen Leben, die versichert werden, oder die Gesellschaften, die eine Versicherung für sie leisten? Oder beide Teile zusammen?

Es ist klar, daß eine Lösung des Problems, wobei die Versicherten allein das Risiko laufen, z. B. derart, daß die Versicherung von einer neuen Gesellschaft gewährt wird, die auf Gegenseitigkeit ohne Grundkapital basiert wäre, in Wirklichkeit eine sehr mangelhafte Lösung ist. Die Versicherten wissen nicht, ob sie gekauft oder verkauft sind; die Möglichkeit ist vorhanden, daß die Prämien stark erhöht oder die Versicherungssummen bedeutend ermäßigt werden.

Die Gesellschaften könnten selbstverständlich weit besser das eigentliche Risiko tragen, und sollten es eigentlich wohl auch tun. Es sind die Gesellschaften, denen die Ehre des Wachstums der Lebensversicherung gebührt; es sind aber auch die Gesellschaften, die die Entwicklung der Lebensversicherungstätigkeit in einer so einseitigen Richtung gelenkt haben, daß das Problem entstanden ist, und es wäre deshalb nur natürlich, wenn die Gesellschaften gemeinsam auf die Lösung des fraglichen Problems hinarbeiten sollten.

In anderen Versicherungsbranchen trifft man bei weitem nicht so viel „notleidende“ Risiken als in der Lebensversicherung. In verschiedenen Ländern haben sich, z. B. die Feuerversicherungs-Gesellschaften vereinigt und gemeinsam die gefährlicheren Risiken übernommen. Weshalb könnten die Lebensversicherungs-Gesellschaften nicht etwas Ähnliches für die minderwertigen Leben tun? Die Lebensversicherungs-Gesellschaften, die sich selbst gern den ersten Rang unter den Versicherungsgesellschaften zuschreiben wollen und auch in mehreren Beziehungen berechtigt sind, eine solche Stellung einzunehmen, haben hier von den anderen Versicherungsgesellschaften etwas zu lernen.

Im übrigen dürfte es nicht ganz unnatürlich sein, wenn die etwas begünstigte Stellung, die von den Lebensversicherungs-Gesellschaften in mehreren Beziehungen eingenommen wird, die Verpflichtung mit sich brächte, alle diejenigen Leben, die eine Lebensversicherung

beantragten, zu versichern, so daß eine Landesversicherungs-Gesellschaft nur dann die Konzession zum Betrieb der Lebensversicherungstätigkeit bekäme, wenn sie eine solche Verpflichtung übernehmen wolle. Die Gesellschaften, die natürlich selbst die Höhe der Prämien bestimmen sollten, würden durch eine ausgiebige Verteilung der Risiken sich zweifelsohne wesentlichen Verlusten entziehen können und auf der anderen Seite würde die Konkurrenz zwischen den Gesellschaften allzu hohe Prämien bald auf ein passendes Niveau herunterbringen.

Die Gesellschaften würden ganz ohne Zweifel durch gemeinsame Arbeit in der Lage sein, das Problem auf einer zeitweiligen Grundlage durch eigene Übernahme des vollen Risikos zu lösen, es ist aber fraglich, ob sie hierüber einig werden können. In Holland ist allerdings vor einigen Jahren durch Gründung der Gesellschaft „de Hoop“ ein Schritt in dieser Richtung getan worden, und in Schweden ist, wie oben, Seite 1212 erwähnt, etwas Ähnliches versucht worden; dagegen ist, soweit mir bekannt, in anderen Ländern kein solcher Versuch gemacht worden.

Die für Lösung des Problems notwendige vorläufige Lösung wird kaum dadurch gefunden, daß die Gesellschaften das ganze Risiko selbst tragen. Es ist vielleicht mehr Wahrscheinlichkeit dafür vorhanden, daß das Problem dadurch gelöst werden könnte, daß die Gesellschaften eine Gegenseitigkeitsgesellschaft gründen, in der sie selbst für ein recht bedeutendes Garantiekapital garantierten, von dem ein wesentlicher Teil verbraucht sein sollte, bevor eine Erhöhung der Prämien oder Herabsetzung der Versicherungssummen in Betracht kommen könnte. Ich glaube, daß eine solche Ordnung sehr befriedigen und ohne wesentliches Risiko für die beteiligten Gesellschaften sein würde, wenn die Grundlage oder die Regeln, wonach die Gegenseitigkeitsgesellschaft ins Leben gerufen wurde, vorsichtig und mit Bedacht festgesetzt wurden.

Die vorläufige Lösung könnte auch auf andere Weise, nämlich durch Errichtung einer Staatsanstalt für Versicherung minderwertiger Leben gefunden werden. Eine solche Anstalt, die von *Dr. Max Kehm*¹⁾ in Vorschlag gebracht ist, würde für diese Aufgabe wohl geeignet sein. Und von seiten des Staates könnten kaum prinzipielle Einwände gegen die Errichtung einer solchen Anstalt erhoben werden, deren Zweck sein sollte, eine Aufgabe zu lösen, an deren Lösung der Staat nur interessiert sein kann. In Dänemark ist bereits eine Staatsanstalt vorhanden, deren Aufgabe in den letzten Jahrzehnten im wesentlichsten darin bestand, mit den Privatgesellschaften zu konkurrieren, und würde

¹⁾ Über die Versicherung minderwertiger Leben. (Jena 1898.)

diese durch Lösung des Problems der Versicherung minderwertiger Leben die Existenzberechtigung erhalten, die ihr im übrigen abgeht.

In den Ländern, wo der Staat sich nicht darauf eingelassen hat, Lebensversicherung in Konkurrenz mit den Privatgesellschaften zu betreiben, ist kaum der Wunsch allgemein, daß der Staat sich der minderwertigen Leben annehmen soll; für die arbeitenden Gesellschaften würde es im übrigen ein beschämendes Gefühl hervorrufen, wenn die Mitwirkung des Staates zur Lösung eines Problems verlangt werden sollte, das zweifelsohne durch eigene Initiative gelöst werden kann, wenn sie nur gemeinsam arbeiten.

On the insurance of under-average lives.

By **Jens Pedersen**, Copenhagen.

In the author's opinion, the problem of treatment of under-average risks has been provoked by consistent development of commercial considerations from the part of insurance Companies. The said considerations induce Companies to form insurance stocks which show the lowest possible mortality rates, much lower of course than those adopted for computation of premiums. It is to be observed that such tendency must restrain the social idea of insurance.

The importance of the problem under discussion is shown by the fact that, for instance, in Denmark about 8% of proposed risks have been refused as impaired, whilst 80 to 85% have only been accepted into the standard class without any restrictions. Although no evidence thereof can be furnished, it is to be supposed that the percentage of risks, considered as under-average, is steadily increasing.

The difficulty of the problem results from the circumstance that during the last decades it did not come nearer to solution. The best starting point for examination of the said problem would be given by a summary statement showing in what manner under-average risks are divided according to ages and types of impairment. The theoretical fundamental idea should be to charge every insured person with the premium corresponding exactly to its individual risk. However, insurmountable difficulties oppose themselves to practical application. It is not possible to determine for every person the premium equal to the individual risk; we have consequently to confine ourselves to approach the solution of our problem by dividing the risks into special

classes. In default of sufficient experience for the said classification, the author proposes a preliminary solution based upon the following principles: He starts from the assumption that in a community with determined mortality rates, all persons of the age x apply simultaneously for insurance. Among the said L_x persons, l_x will be acceptable, whereas l'_x will be considered as under-average.

Mortality rates of insured persons depending not only of the age, but also of the duration of contracts, there will be observed, during the first years after medical selection, low mortality among the l_x standard lives, but excess mortality among the l'_x under-average risks. Successively, the mortality will increase in the first group and decrease in the second, so that, at the age of $x + 10$, mortality rates among standard lives on the one hand and among under-average risks on the other will no more show considerable deviations from those observed in general population.

As it is to be seen from the above, insurance of under-average risks could be cultivated in base of a standard table, showing for all ages the mortality rates of impaired risks which have been under observation 10 years at least. The said table could be employed for establishing premium tariffs for under-average lives; as to the increased risk during the first decade, it could be met by charging extrapremiums computed according to the conditions of individual risks. Of course, such standard tables could, for the present, only be established on hypothetical bases.

The rational solution of our problem must be found by observation; the necessary experience can only be collected by carrying on actually insurance of under-average risks. In order to cultivate such insurance, all interested Companies should cooperate to organizing a Mutual Association.

Sur l'assurance de risques tarés.

Par Jens Pedersen, Copenhague.

L'auteur part de ce point de vue que le problème de l'assurance de risques tarés a été avancé par les considérations mercantiles dont les compagnies doivent logiquement tenir compte. Ces considérations les ont amenées à baser leurs affaires sur une mortalité aussi minime que possible et, en tout cas, beaucoup moindre que celle d'après laquelle on avait calculé les primes.

L'importance du problème se démontre en ceci qu'au Danemark, par exemple, environ 8% des proposants ont été refusés comme risques tarés et que 80 à 85% seulement ont obtenu l'assurance à primes normales et sans restriction quant au choix de la forme de l'assurance. Il est probable que le taux des risques tarés va en croissant quoiqu'on ne puisse le prouver.

La difficulté du problème est démontrée par le fait qu'on n'est pas plus proche de sa solution aujourd'hui qu'il y a des dizaines d'années.

Pour résoudre le problème, on pourrait se servir d'un tableau qui permette de voir comment se répartissent les risques tarés d'après l'âge et la cause de la tare. La théorie doit se baser sur le principe fondamental que chaque personne a à payer une prime correspondante au risque. Cependant, pour la mise en pratique, des difficultés insurmontables surgissent. Il n'est pas possible de déterminer, pour chacun la prime correspondant au risque et il faudra donc se contenter d'approcher la solution du problème par la division des risques en classes de risques. Mais comme le matériel d'observations qu'il faudrait pour cette division en classes de risques manque jusqu'ici, l'auteur fait, pour la solution provisoire du problème, une proposition reposant sur les principes suivants:

L'auteur suppose que toutes les personnes âgées de x ans d'une population dont la mortalité est connue veulent s'assurer. Parmi ces L_x personnes, il y aura l_x risques acceptables, l'_x risques tarés. La mortalité des assurés ne dépendant pas seulement de l'âge, mais aussi de la durée de l'assurance, la mortalité des l_x bons risques sera minime dans les premières années après l'examen médical, par contre celle des l'_x risques tarés particulièrement grande pendant le même temps. Peu à peu, la mortalité des personnes offrant de bons risques s'accroîtra et ne sera pour l'âge de $x+10$ pas beaucoup moindre que la mortalité générale, tandis que la mortalité pour les risques tarés va en décroissant et sera probablement après $x+10$ ans à peine plus grande que la mortalité de la population.

L'assurance de risques tarés peut donc se faire sur la base d'une table fondamentale qui contiendrait, pour tous les âges, la mortalité des personnes offrant des risques tarés assurées au moins pendant dix ans. Sur la base de cette table on pourrait calculer un tarif des primes pour les risques tarés et couvrir le risque plus élevé des dix premières années en prélevant pendant ce temps une prime supplémentaire évaluée selon le cas spécial. Il est vrai qu'on ne peut établir une telle table préalablement que sur une base hypothétique.

La solution rationnelle du problème, par contre, doit être basée sur un matériel d'observations qu'on ne peut se procurer qu'en assurant les risques tarés. L'auteur recommande, pour ce but, une coopération des compagnies à la fondation d'une société mutuelle pour l'assurance de ces risques.

Sull'assicurazione dei rischi scadenti.

Jens Pedersen, Copenaghen.

L'Autore prende le mosse dal punto di vista, che il problema dell'assicurazione dei rischi scadenti è venuto formandosi in conseguenza di quella considerazione di carattere mercantile, di cui le Compagnie debbono logicamente tener pur conto. Queste considerazioni le hanno condotte a basare le loro assicurazioni su una mortalità minima quanto possibile ed, in ogni caso, assai minore di quella secondo la quale avevano proceduto al computo dei premi.

L'importanza del problema viene dimostrata dal fatto che in Danimarca, per esempio, circa 1.8% dei „proponenti“ sono stati rifiutati come rischi „scadenti“ e che l'80 fino all' 85% soltanto hanno ottenuto l'assicurazione a premio normale e senza restrizioni per quanto era della scelta della forma d'assicurazione. È probabile che la quantità percentuale dei rischi scadenti sia in aumento, malgrado manchi ogni possibilità di provare questo asserto.

La difficoltà del problema è evidente, quando si ponga mente che oggidì non si è più prossimi alla sua soluzione di quanto lo si fosse diecine d'anni fa.

Per risolvere il problema si potrebbe forse servirsi di una Tabella, che permettesse di vedere come si suddividono i rischi „scadenti“ secondo la età e secondo la causa della loro cattiva qualità. La teoria dovrebbe basarsi sul principio fondamentale, che ciascuno debba pagare un premio corrispondente al proprio rischio. Nella pratica però, sorgono subito delle difficoltà insormontabili. Non è possibile di determinare, per ciascheduno, il premio esattamente corrispondente al rischio ed occorre quindi accontentarsi di approssimarsi alla soluzione del problema mediante il raggruppamento dei rischi in *classi di rischio*. Ma siccome il materiale d'osservazioni indispensabile per una razionale suddivisione dei rischi in classi di rischio manca affatto, almeno fino ad oggi, così l'Autore-allo scopo di pervenire ad una soluzione *provvisoria* del problema-formula una proposta, che egli basa sui principi seguenti:

L'Autore suppone cioè, che tutte le persone di x anni di età, d'una popolazione di mortalità *nota*, vogliano assicurarsi. Fra queste L_x persone vi saranno l_x rischi „accettabili“ ed l'_x rischi „scadenti“. La mortalità degli assicurati dipendendo non soltanto dall'età, ma anche dalla durata dell'assicurazione, la mortalità degli l_x buoni rischi sarà *minima* nei primi anni dopo la visita medica, mentre quella degli l'_x rischi scadenti sarà *specialmente grande* proprio nello stesso lasso di tempo. A poco a poco la mortalità dei buoni rischi andrà aumentando e per la età di $x+10$ non sarà più molto minore della mortalità generale, mentre la mortalità dei rischi scadenti andrà sempre decrescendo e, dopo $x+10$ anni, sarà probabilmente di poco appena maggiore della mortalità generale della popolazione.

L'assicurazione dei rischi scadenti può farsi quindi sulla base di una tavola fondamentale che conterrebbe, per tutte le età, la mortalità dei rischi scadenti, assicurati almeno durante un decennio. Sulla base di una tal Tavola si potrebbe procedere alla calcolazione di una tariffa di premi per i rischi scadenti e coprire il rischio *maggiore* dei primi 10 anni prelevando durante questo tempo un *premio supplementare*, computato di volta in volta secondo il caso singolo. È vero peraltro, che una Tavola simile può venire stabilita in precedenza soltanto fondandola su una base *ipotetica*.

La razionale soluzione del problema deve essere basata, invece, su un materiale d'osservazioni *fatte*, che naturalmente non può venir raccolto che mediante l'*assicurazione* dei rischi scadenti. L'Autore raccomanda caldamente, a questo scopo, la cooperazione delle Compagnie per fondare una Società *Mutua*, che *assicuri* questi rischi.

IV. — C.

Zum Problem der Versicherung minderwertiger Risiken.

Von **Georg Engelbrecht**, Magdeburg.

Die Frage der Versicherung derjenigen Leben, welche in der gewöhnlichen Todesfallversicherung nicht mehr aufgenommen werden können, beschäftigt schon seit Jahrzehnten die Versicherungsfachmänner. Es sind zweifellos bedeutende theoretische sowohl als auch praktische Ansätze verhanden zur Lösung dieses Problems; gelöst ist es bisher zweifellos nicht. Und doch ist die Bedeutung dieses Problems eine ganz besonders große, nicht nur daß durch seine Lösung eine bedeutende Ausdehnung des Geschäfts der Lebensversicherung möglich gemacht würde, auch vom volkswirtschaftlichen Standpunkt ist die Frage eine außerordentlich wichtige. Trotzdem die Akquisition der Lebensversicherungs-Gesellschaften wohl an jedermann herantritt, um ihm das Segensreiche der Lebensversicherung klar zu machen, so ist doch kein Zweifel, daß ein großer Teil des Publikums den Nutzen der Lebensversicherung erst dann erkennt, wenn es für den einzelnen zu spät geworden ist, d. h. wenn er für die gewöhnliche Lebensversicherung nicht mehr aufnahmefähig ist. Daneben steht noch die große Zahl derjenigen, welche vom Anfang an als normale Risiken nicht angesehen werden können; und gerade für diese minderwertigen Risiken ist die Lebensversicherung von größter Bedeutung. Mag auch die Zeit, in der sie noch dem Erwerbsleben sich widmen können, voraussichtlich eine geringere, vielleicht eine viel geringere sein als bei den normalen Risiken des gleichen Alters, so lange der Betreffende noch nicht in den Zustand geraten ist, daß der Eintritt der Erwerbsunfähigkeit in absehbarer Zeit erwartet werden muß, so lange ist er theoretisch auch noch versicherungsfähig. Es gilt nur, praktisch die Möglichkeit zu schaffen, ihn zu versichern.

Zweifellos sind die Aussichten für eine Versicherung minderwertiger Risiken in der letzten Zeit günstiger geworden. Die deutschen

Lebensversicherungs-Gesellschaften haben in den letzten Jahren angefangen, solche Risiken, die man als in geringerem Grade minderwertig bezeichnen könnte, in die normale Versicherung aufzunehmen, indem sie ihnen Alterserhöhungen oder, was schließlich auf dasselbe hinauskommt, Zusatzprämien auferlegten, um durch letztere die Mehrsterblichkeit dieser Risiken gegenüber den normalen zu decken. Naturgemäß können für diese Art der Versicherung schwerere Risiken nicht herangezogen werden, sondern nur solche, bei denen die Minderwertigkeit bis zu einem gewissen Grade von Sicherheit abgeschätzt werden kann. Immerhin läßt sich zweifellos in dieser Weise eine Übersterblichkeit bis etwa 150%, also bis zur $2\frac{1}{2}$ -fachen Sterblichkeit der normalen, decken. Es ist selbstverständlich, daß bei der Deckung dieser geringgradigen Minderwertigkeit Gefahrenklassen unterschieden werden müssen, und zwar offenbar sogar eine verhältnismäßig große Anzahl von Gefahrenklassen, wenn man sich der Vielgestaltigkeit dieser Minderwertigkeit geringeren Grades anpassen will.

Die Aufnahme minderwertiger Risiken in die gewöhnliche Lebensversicherung hat aber offenbar dort ihre Grenze, wo die Minderwertigkeit anfängt unberechenbar zu werden. Denn es würde allen Grundsätzen des Versicherungswesens, insbesondere der Lebensversicherung widersprechen, wollte man den normalen Risiken, welche doch zweifellos den weitaus größten Teil der Klientel der Lebensversicherung ausmachen, das große finanzielle Risiko aufbürden, welches die Versicherung hochgradig minderwertiger Leben sicher darstellt. Für diese Risiken muß zweifellos eine besondere Versicherungsform eingerichtet werden, welche den voraussichtlich großen Schwankungen der Ergebnisse und der Unsicherheit der Zukunft Rechnung trägt.

Auch bei einer solchen Versicherungsform wird es zweifellos zweckmäßig sein, verschiedene Gefahrenklassen zu bilden. Die Gefahrenklassen sind hier aber zweifellos nicht in dem Maße notwendig und möglich wie bei der Versicherung geringgradig minderwertiger Leben. Bei unserer verhältnismäßig geringfügigen Kenntnis und Abschätzungsmöglichkeit wird man weit umfassendere Gefahrenklassen bilden müssen. Immerhin entspricht die Bildung der Gefahrenklassen aber zweifellos den Anschauungen, die wir gegenwärtig über die Sterblichkeit bei einer solchen Versicherungsform haben. Schon wenn man von der Versicherung geringgradig minderwertiger Risiken, bei der, wie oben bemerkt, noch eine Übersterblichkeit von zirka 150% als versicherungsfähig angesehen werden kann, allmählich fortschreitet, so wird man von selbst zu der Notwendigkeit geführt, die darüber hinaus liegenden Möglichkeiten von Übersterblichkeit in Klassen zusammenzufassen.

Wie sind nun Unterlagen für eine solche Versicherung zu ge-

winnen? Das ist die Frage, welche dem Referenten dieses Kongresses gestellt worden ist. Bevor man an diese Frage herantritt, müßte man meines Erachtens die Frage erwägen, ob es überhaupt möglich ist, Unterlagen für diese Versicherung und besonders für die Klassifizierung zu gewinnen. Die Rechnungsgrundlagen, welche die Lebensversicherung sonst verwendet, sind aufgebaut auf der Versicherung selbst. Die Gesellschaften haben die Beobachtungen, welche sie an ihren Versicherten gemacht haben, statistisch verarbeitet, um danach die Prämien und Reserven zu berechnen. Die Versicherung ist also die Voraussetzung für die Schaffung einer Rechnungsgrundlage. Allerdings die ersten Lebensversicherungs-Gesellschaften konnten ihre Berechnungen noch nicht auf einer eigenen Statistik an Versicherten aufbauen. Sie verwendeten deshalb die Beobachtungen, welche man an der Bevölkerung im ganzen gemacht hatte, in der Annahme, daß die Sterblichkeit bei den Versicherten nicht wesentlich von der Sterblichkeit bei der Bevölkerung verschieden sein werde. Um sich hiefür eine gewisse Sicherheit zu verschaffen, verlangten sie die ärztliche Untersuchung der Antragsteller. Immerhin war jedoch die Verwendung der allgemeinen Bevölkerungsstatistik für die Lebensversicherung im Grunde nichts anderes als eine Schätzung der zukünftigen Sterblichkeit der Versicherten, und die volle Sicherheit gewann die Lebensversicherung erst, als sie ihre eigenen Beobachtungen zu Grunde legen konnte.

Fragt man, ob die Versicherung der minderwertigen Risiken in ähnlicher Weise wie für die ersten Lebensversicherungs-Gesellschaften eine Rechnungsgrundlage zu beschaffen ist, so muß diese Frage verneint werden. Es gibt wohl keine Möglichkeit, statistische Gesamtheiten zu beobachten, von denen man annehmen könnte, daß sie ungefähr dieselbe Sterblichkeit haben, wie sie minderwertige Risiken zeigen werden, und es bleibt nach meiner Ansicht nichts anderes übrig, als zuerst die minderwertigen Risiken zu versichern und die Beobachtungen über ihre Sterblichkeit dann zur Rechnungsgrundlage für die Versicherung der minderwertigen Leben zu verwerten. Daraus folgt notwendig, daß man nicht die Schaffung der Rechnungsgrundlage als Vorbedingung für die Versicherung der minderwertigen Risiken ansehen darf, da man sonst niemals zu der Möglichkeit ihrer Versicherung kommen könnte.

Nun sind allerdings von verschiedenen Fachmännern Versuche gemacht worden, um Rechnungsgrundlagen für die Versicherung der minderwertigen Risiken zu schaffen. *Blaschke, Kehm, Petersen* u. a. haben versucht, aus der Todesursachenstatistik Material für die Beurteilung der verschiedenen Minderwertigkeiten und Sterbetafeln für sie zu gewinnen. In Skandinavien hat man versucht, die Sterblichkeit

der Abgelehnten statistisch zu erfassen und daraus eine Sterbetafel für die Versicherung minderwertiger Leben zu gewinnen. Meines Erachtens führt keiner dieser Wege zum Ziel.

Bei der Verwendung der Todesursachenstatistik stellt man Absterbeordnungen für die einzelnen Todesursachen dadurch her, daß man bei einer gewöhnlichen Absterbeordnung die Toten jedes Altersjahres auf die einzelnen Todesursachen nach ihrem statistisch gefundenen Anteile an der Gesamtsterblichkeit in dem betreffenden Alter verteilt und durch Addition sämtlicher von einer einzelnen Todesursache Betroffenen vom höchsten bis zum niedrigsten Alter die Anzahl der in jedem Alter Lebenden gewinnt, die nach dieser Statistik an einer bestimmten Todesursache sterben werden. Es ist daher klar, daß es eine Gesamtheit, welcher eine solche Absterbeordnung entsprechen würde, überhaupt nicht gibt. Die Gesamtheit derjenigen Leute einer Jahresgeneration, welche an der Tuberkulose sterben werden, läßt sich naturgemäß erst nachträglich ermitteln, nachdem die gesamte Generation gestorben ist. Es ist unmöglich, im voraus festzustellen, welche Individuen zu dieser Gesamtheit gehören werden.

Wenn wir bei dem Beispiel der Tuberkulose bleiben, so kommt es für die Schaffung einer Rechnungsgrundlage für die minderwertigen Risiken darauf an, die Sterblichkeit derjenigen Leute zu ermitteln, welche als zur Tuberkulose neigend anzusehen sind. Es ist klar, daß von diesen Leuten nur ein verhältnismäßig geringer Teil wirklich an Tuberkulose sterben wird, ein anderer Teil wird vielleicht von einer anderen Todesursache hinweggerafft, bevor die Tuberkulose den Tod herbeiführen kann. Bei einem großen Teile wird sich die Anlage zur Tuberkulose als überhaupt nicht vorhanden erweisen, und sie werden möglicherweise an ganz anderen Todesursachen sterben. Mit der von der Todesursachenstatistik gelieferten Gesamtheit derjenigen, welche an Tuberkulose sterben werden, hat die Gesamtheit der mit Tuberkulose Belasteten offenbar nur einen geringen Teil gemein, und es ist auch ganz unmöglich, im voraus zu sagen, wie sich der nicht gemeinsame Teil der beiden Gesamtheiten hinsichtlich der Sterblichkeit verhält, denn man weiß so gut wie nichts einerseits über die Sterblichkeit derjenigen, welche als zu Tuberkulose neigend angesehen werden, aber dann doch nicht an Tuberkulose sterben, andererseits über die Sterblichkeit derjenigen, welche nicht als zu Tuberkulose neigend, sondern für normal angesehen werden und dann doch an Tuberkulose sterben.

Daß die Todesursachen-Statistik uns absolut nichts aussagen kann über die Abhängigkeit der Sterblichkeit von dem Grade der Belastung hinsichtlich der einzelnen Todesursachen ist uns wohl ohneweiters klar.

Gerade darauf kommt es aber mit in allererster Linie an, denn es ist ein bedeutender Unterschied zwischen einem Manne, in dessen Familie zwar einige Tuberkulosefälle vorgekommen sind, der aber bisher stets gesund war und eine außergewöhnlich gute Konstitution zu bieten scheint, und einem anderen, der vielleicht auch nur in demselben Maße hereditär mit Tuberkulose belastet ist, der aber schon in einer Lungenheilstätte gewesen, dort zwar als geheilt entlassen, aber doch immerhin nur eine sehr schwächliche Konstitution bietet. Derartige Unterschiede werden immer Beachtung erfordern, wenn die Versicherung minderwertiger Risiken beim Publikum Erfolg haben will.

Auch über die Gefährlichkeit der einzelnen Todesursachen kann die Herstellung von Absterbeordnungen für einzelne Todesursachen aus der Todesursachenstatistik nichts Neues sagen, was nicht ohne weiteres aus der Todesursachenstatistik entnommen werden kann. Es ist ohneweiters bekannt, daß die einzelnen Krankheiten in verschiedenen Lebensaltern einen besonders großen Teil ihrer Opfer fordern. Wir wissen, daß die Tuberkulose insbesondere in den Zwanziger- bis Vierziger-Jahren wütet, daß z. B. Krebs und Herzkrankheiten erst in den späteren Jahren in besonders hohem Grade auftreten. Indessen besagt dies noch nichts über den Grad der Gefahr der einzelnen Todesursachen, denn es ist nicht ausgeschlossen, daß gerade solche Todesursachen, welche im allgemeinen erst in den höheren Lebensjahren auftreten, dort, wo sie schon in jüngeren Jahren drohend hervortreten, vielleicht eine größere Gefahr bilden als solche Todesursachen, welche im allgemeinen in früheren Jahren auftreten. Ferner scheint mir der Grad der Belastung des einzelnen Individuums eine bei weitem wichtigere und bedeutendere Rolle bei der Beurteilung der Minderwertigen zu spielen als die Unterscheidung der einzelnen Todesursachen, auf welche die Belastung hinzudeuten scheint.

Größeres Vertrauen als die Deduktion aus der Todesursachenstatistik scheint die Untersuchung über die Sterblichkeit der Abgelehnten zu verdienen. Aber auch sie scheint mir nicht zum Ziel führen zu können. Einmal ist ihre Herstellung außerordentlich schwierig; nur in Ländern ohne großen Verkehr, insbesondere ohne größere Auswanderung, ist es möglich, die abgelehnten Risiken soweit zu verfolgen, daß aus den Beobachtungen eine Sterbetafel abgeleitet werden kann. Immer wird aber ein großer Teil der Abgelehnten unauffindbar sein, und ob es möglich ist, für diesen unauffindbaren Teil dieselbe Sterblichkeit anzunehmen wie für den beobachteten Teil, ist mindestens außerordentlich zweifelhaft. Selbst wenn es aber möglich wäre, eine einwandfreie Sterbetafel der Abgelehnten von der Zeit ihrer Ablehnung an herzustellen, so ist es immer noch sehr zweifelhaft, ob man diese

Tafel zur Versicherung abgelehnter Risiken verwerten kann. Es ist klar, daß man nicht annehmen kann, daß die sämtlichen Abgelehnten sich tatsächlich versichern würden. Die meisten werden ihre Ablehnung für ein großes Unrecht betrachten und werden durchaus nicht geneigt sein, die von der Versicherung minderwertiger Leben geforderte höhere Prämie zu zahlen, ganz abgesehen davon, daß eine solche Versicherung auch nach anderer Richtung wohl nicht dieselben Vorteile bieten kann wie die gewöhnliche Lebensversicherung. Die guten minderwertigen Risiken werden also für die Versicherung minderwertiger Leben nicht herangezogen werden können. Nur diejenigen, die sich selbst für minderwertig halten oder die sonst ein außergewöhnlich großes Interesse an der Versicherung haben, werden sich versichern. Man darf auch nicht vergessen, daß nur solche Leute abgelehnt werden können, die sich für normal versicherbar gehalten oder wenigstens den Versuch der Erlangung einer normalen Versicherung machen zu sollen glaubten. Zu einer Versicherung minderwertiger Leben werden vermutlich auch andere im höheren Grade minderwertige Risiken sich melden. Es ist also sehr wahrscheinlich, daß die Sterblichkeit bei der Versicherung minderwertiger Risiken erheblich größer sein wird, als bei den abgelehnten Risiken derselben Kategorie und die Sterblichkeitsstatistik der Abgelehnten dürfte wohl auch kaum Besseres liefern als die Möglichkeit zur Abschätzung der Sterblichkeit bei den minderwertigen Risiken.

Vielleicht ist es möglich, daß trotzdem noch ein Weg gefunden wird, der uns noch nähere Anhaltspunkte über die Sterblichkeit versicherter minderwertiger Risiken geben kann. Vorläufig wird man meines Erachtens behaupten können, daß eine wirklich brauchbare Sterbetafel für versicherte minderwertige Risiken nur durch ihre Versicherung gewonnen werden kann, daß es also notwendig ist, die Versicherung minderwertiger Risiken zu beginnen, ohne für sie eine wissenschaftlich begründete Sterbetafel zu besitzen, und es scheint mir, als ob eine solche Versicherung nicht so gefährlich wäre, als es vielleicht auf den ersten Augenblick den Anschein hat. Es dürfte nicht allzu schwer sein, einen Modus zu finden, welcher das Risiko der Gesellschaft so stark vermindert, daß eine solche Versicherung gedeckt werden kann. Es ist hier auch nicht nötig, gleich von vornherein allerschwerste Risiken in Versicherung zu nehmen. Schon oben wurde erwähnt, daß in der gewöhnlichen Todesfallversicherung schon jetzt Risiken bis zur etwa zweieinhalbfachen Sterblichkeit der normalen Risiken in Versicherung genommen werden. Warum sollte es nicht möglich sein, eine besondere Versicherungsform einzuführen, bei der man die drei-, vier- und fünffache Sterblichkeit der normalen Risiken

von vornherein als Rechnungsgrundlage verwendet. Verteilt man die minderwertigen Risiken zunächst auf diese drei Gefahrenklassen, je nach Schätzung des Grades der Minderwertigkeit, so wird man insbesondere, wenn der Risikoaufschlag nicht zu niedrig bemessen, die Versicherung mit Gewinnbeteiligung abgeschlossen und die Ausschüttung des Gewinnanteils möglichst weit hinausgeschoben wird, einen großen Teil der Risiken, welchen die Lebensversicherung heute ablehnen muß, in Versicherung nehmen können.

On treatment of under-average lives.

By Georg Engelbrecht, Magdeburg.

At present risks which may be considered as impaired *to a smaller extent*, are already accepted into normal insurance, by charging an extra-premium or by making an equivalent advance in age. It is necessary for that purpose to distinguish a sufficient number of classes of risks in order to meet the various forms and degrees of impairment. Similar considerations, combined with regard to the views of the public, will probably require to proceed in the same way also in the case of more dangerous risks; however, such risks could only be divided into more comprehensive classes, as we do not dispose of sufficient knowledge for an exact evaluation.

Perfect bases for insurance of actually under-average risks as well as for their treatment could only be obtained by a practical experience. Consequently, if insurance of the said risks is not to be considered as quite impossible, it must be put into operation without such bases.

It is true that several attempts have been made to receive valuation standards for insurance of under-average risks in another way, particularly by using statistics of death causes or by statistical observation of risks refused in normal insurance. But it is scarcely probable that the results arrived at by such systems will be of any higher importance than approximate estimations which finally depend again on personal impressions. Especially, the results furnished by statistics of death causes must be examined with scepticism as they do not allow to form an opinion on the degree of impairment of individual risks who show unfavourable tendencies towards any particular death causes. More confidence could be placed in statistical investigations on the mortality of refused risks. But, it is to be noted that a

considerable percentage of such risks will escape further observation; besides the mortality of refused risks cannot be taken as a measure of for mortality of lives admitted into under-average insurance, because many refused persons would have declined to accept such insurance as too unfavourable in their opinion, whilst on the other hand insurance of under-average risks will also include such lives which at present, have not been refused, having never proposed any former insurance.

The insurance of under-average risks seems to be more dangerous than it is indeed. Up to now risks showing mortality rates of not more than 150% in excess of the normal mortality among average lives, are accepted into the standard class of whole life insurance. If the necessary precautions are adopted, it will be possible without too considerable danger to extend the limits of acceptation up to expected mortality rates, amounting to three, four or five times the normal mortality.

Sur le problème de l'assurance des risques tarés.

Par **George Engelbrecht**, Magdebourg.

Dès à présent des risques qui peuvent être considérés comme surélevés dans un certain degré, sont acceptés dans l'assurance normale moyennant une augmentation d'âge ou l'application d'une prime additionnelle. Pour tenir compte de la multiplicité d'anomalies de risques, il faut différencier par un groupement assez détaillé. Il est à supposer que des considérations analogues et le besoin de s'accomoder aux opinions du public, tendront à ce que le même procédé soit suivi pour les risques qui doivent être considérés comme surélevés dans un degré supérieur; mais vu le manque d'expérience suffisant pour pouvoir graduer avec exactitude, il sera nécessaire de limiter la différenciation à un nombre inférieur de groupes plus étendus.

On ne peut évidemment obtenir des bases absolument exactes pour la classification des risques „tarés“ que par l'observation gagnée en les assurant. Il faut donc, si on ne veut pas déclarer cette assurance comme impossible, dès le début, la commencer sans bases préalablement établies.

Il est vrai qu'on a appliqué des méthodes différentes pour arriver d'une autre manière à des bases de calcul pour l'assurance de risques surélevés; notamment on a pris recours à la statistique des causes de décès et à l'observation des risques refusés dans l'assurance normale. Toutefois, il ne paraît guère vraisemblable que les bases trouvées de

cette manière aient plus d'importance qu'une simple estimation dépendent en première ligne de l'impression personnelle. Ainsi les résultats obtenus par la statistique des causes de décès doivent être regardés avec une certaine réserve, notamment parce qu'ils ne peuvent guère servir à classer les risques proposés qui présentent des prédispositions en vue de plusieurs causes de décès. Quant à la statistique sur la mortalité des risques refusés, il est vrai qu'en général ce système mérite plus de confiance. Mais, d'abord une difficulté est créée par le fait qu'un grand nombre de ces risques seront introuvables et ne peuvent donc pas être compris dans la statistique. Ensuite il ne serait pas justifié de déduire de la mortalité de personnes refusées des conséquences sur la mortalité des risques surelevés, parce que d'un côté beaucoup de personnes refusées ne souscriront pas d'assurance à conditions aggravantes qui leur paraîtraient trop défavorables, tandis que, de l'autre côté, l'assurance de risques surelevés s'étendra à un grand nombre de personnes qui jusqu'à présent n'ont pas été refusées, n'ayant jamais proposé des assurances normales sur leurs têtes.

L'assurance de risques tarés a l'apparence plus dangereuse qu'elle ne l'est en réalité. On accepte déjà, dans l'assurance normale en cas de décès, des risques qui font prévoir une mortalité $2\frac{1}{2}$ fois plus grande que celle des risques normaux. En appliquant les précautions nécessaires, on pourra, sans trop de danger, étendre les limites d'acceptation des risques jusqu'au triple, quadruple ou même quintuple de la mortalité prévue pour les risques normaux.

Sul problema dell'assicurazione dei rischi scadenti.

Giorgio Engelbrecht, Magdeburgo.

Attualmente i rischi che possono venir considerati come più elevati degli altri in una certa misura vengono accettati in assicurazione normale, mediante un aumento d'età, oppure mediante l'applicazione d'un'addizionale di premio o „soprapremi“. Per tener conto della molteplicità d'anomalie dei rischi, fa d'uopo differenziarli con raggruppamenti assai particolareggiati. È da supporre che considerazioni analoghe, ed il bisogno di uniformarsi alle opinioni del pubblico, tenderanno ad ottenere che lo stesso procedimento venga seguito anche per quei rischi che devono venir considerati come ancor „più elevati“ (risques surélevés) in un grado cioè superiore; ma data la mancanza d'esperienza occorrente per poterli graduare con esattezza, sarà

necessario di limitare la differenziazione ad un numero ristretto di gruppi *più comprensivi*, cioè più estesi.

Soltanto con le osservazione fatte *assicurandoli* si può pervenire a basi esatte per una classificazione dei rischi „scadenti“. Occorre quindi iniziare una tale assicurazione senza basi stabilite in precedenza, se non si voglia dichiararla *a priori* come impossibile.

È vero che si sono escogitati diversi metodi per giungere per altre vie a delle basi di calcolo idonee per l'assicurazione di „soprarischi“. Si è specialmente ricorso alla statistica delle cause di morte ed all'osservazione dei rischi stati rifiutati dall'assicurazione normale. Tuttavia non sembra molto probabile, che le basi trovate in questa guisa possano avere un'importanza maggiore della semplice valutazione, dipendente in prima linea dall'impressione personale. Così i risultati ottenuti ed ottenibili dalla statistica delle cause di decesso devono venir giudicati con una certa riserva, specialmente in quanto essi non possono servire affatto alla classificazione di rischi proposti, che presentino predisposizioni a *diverse* cause di morte. Quanto alla statistica relativa alla mortalità verificatasi fra i rischi rifiutati si può ammettere che, in generale, essa meriti maggior fiducia. Ma una forte difficoltà è creata dal fatto, che gran numero di questi rischi rimarranno introvabili e non potranno quindi venir contemplati nella statistica in parola. Va poi aggiunto, che non sarebbe esatto di dedurre dalla mortalità dei „rifiutati“ delle conseguenze per la mortalità dei „soprarischi“, poichè, da un lato, parecchie delle persone state rifiutate avrebbero aderito ad un'assicurazione a condizioni aggravate, che sarebbero sembrate loro troppo sfavorevoli, mentre, dall'altro, l'assicurazione dei „soprarischi“ finirà con l'estendersi ad un gran numero d'individui, che fino ad ora non sono stati *mai* rifiutati, non avendo mai proposto delle assicurazioni normali sulla loro vita.

L'assicurazione dei rischi scadenti è forse più pericolosa *in apparenza* che in realtà. Si vanno già accettando in assicurazione normale in caso di morte dei rischi, che lasciano prevedere una mortalità *due volte e mezza* più grande di quella preveduta pei rischi normali. Applicando ben s'intende le necessarie precauzioni si potrà, senza correr troppo pericolo, estendere i limiti di accettazione dei rischi, e „soprarischi“, sino al triplo, al quadruplo e perfino sino al quintuplo della mortalità prevista pei rischi normali.

VI. — D.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par **Albert Quiquet**, Paris.

La question posée au Congrès de Berlin, „surprimes pour risques surélevés“, a abouti, sur l'initiative des actnaires autrichiens, à la formation d'une Commission internationale que le Bureau du Comité permanent était chargé de convoquer. Celui-ci d'abord pressenti les Associations d'actnaires, qui se sont trouvées très divisées sur la question préjudicielle de l'opportunité du travail. Il n'a pas cru, dans ces conditions, devoir réunir la Commission internationale, et les promoteurs de la question des risques tarés ont manifesté le désir d'en reporter l'examen à l'ordre du jour du Congrès de Vienne.

À la séance du Conseil de Direction du Comité permanent, tenue à Bruxelles le 13 juillet 1907, j'ai exprimé les regrets que m'inspirait ce retard, en qualité de délégué français à la Commission internationale. Le Comité permanent, ai-je dit, a la bonne fortune d'être saisi d'une question intéressante. En l'abandonnant, nous commettons une ingratitude et une faute de tactique. Nous serions en effet ingrats de ne pas répondre aux Companies qui nous consultent, car si nous existons, si nos Congrès existent, c'est grâce aux Compagnies. Nous commettrions une faute de tactique, car d'autres traiteraient la question en dehors de nous.

Ma conclusion tendait au maintien de la Commission, et à sa convocation avant le présent Congrès. Malgré l'adhésion qu'elle paraissait avoir recueillie, cette motion a sans doute rencontré, après coup, de sérieuses oppositions, car elle n'a pas été suivie d'effet jusqu'à ce jour, et les délégués choisis n'ont pas été réunis. Je tenais cependant à rappeler mon intervention à Bruxelles, comme la meilleure preuve de

l'intérêt que j'attache à l'étude des risques tarés, intérêt que partagent mes confrères français. Au surplus, nul ne conteste, je crois, qu'il soit „recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance“. et si la 6^e question posée à notre Congrès se bornait à ces quelques mots, on pourrait dire que la cause est entendue.

Mais la 6^e question soulève d'autres points.

Elle demande si ces têtes doivent former des classes spéciales de risques; elle demande de quelle manière il faudrait établir les bases de leur assurance.

J'élargirais volontiers le champ des interrogations de la 6^e question, en posant celle qui les résume toutes: „Pourra-t-on résoudre la 6^e question?“

La réponse, selon moi, appartient à la Commission internationale. Si elle juge que la solution est utopique, elle le déclarera en toute franchise. Mais elle ne le dira pas à l'avance: elle entendra ceux que leurs travaux antérieurs qualifient spécialement, elle saura d'eux quelles difficultés ils ont rencontrées et par quels procédés ils les ont surmontées; enfin, mettant en commun le tribut apporté par chacun, elle synthétisera les méthodes, si une synthèse se dégage comme possible.

Evidemment, la matière est plutôt ardue. Déjà des objections ont été faites, et d'ordre délicat, sur l'homogénéité des risques, le petit nombre des observations rigoureusement comparables, le secret professionnel, des médecins par exemple au sujet de la syphilis, etc. Mais, tous les jours, nous apprenons la découverte de remèdes, qui n'ont été expérimentés que sur deux ou trois douzaines de malades, et ces remèdes guérissent! Le Congrès de Berlin ne nous a-t-il pas laissé pressentir que des matériaux s'accumulaient un peu partout? Nos collègues suédois, allemands, américains, d'autres encore, ont produit plus que des intentions d'études: ils possèdent des résultats concrets, et, comme le philosophe, en marchant ils ont prouvé le mouvement.

Puisque ma mission, ici, est de parler plus particulièrement de la France, je prévois que, malheureusement, sa contribution apparaîtra à peine, même si l'on étend, comme je le souhaite, la définition des risques tarés, et si l'on comprend par ce terme autre chose que les risques incapables de subir une visite médicale satisfaisante.

En France, on compte seulement quatre classes de risques acceptées par les compagnies nationales moyennant une surprime. Ces quatre surprimes sont:

- la surprime de guerre;
- la surprime de voyage;
- la surprime de séjours;
- la surprime professionnelle des marins.

On trouvera des détails sur ces surprimes dans les rapports de *M. Massé* au Congrès de Paris, et de *M. Fleury* au Congrès de Berlin. Mais peu de chose est à espérer des observations qu'elles pourront fournir: leurs applications ont été relativement rares, et leur réunion sera malaisée. Quant aux risques tarés proprement dits, le refus pur et simple est, à peu près partout, systématiquement usité.

Quoi qu'il en soit, et sauf l'évidence complète de l'impossibilité d'une solution, il ne convient pas à des actuaires de se dérober a priori devant le problème posé à la Commission internationale. L'on peut d'ailleurs être rassuré à cet égard. Les actuaires ont l'habitude, pour ainsi dire quotidienne, des questions complexes, et ils sont de ceux qui se disent, avec Beaumarchais: „La difficulté de réussir ne fait qu'ajouter à la nécessité d'entreprendre.“

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von **Albert Quiquet**, Paris.

Kann man diese Frage lösen? Die Antwort steht der internationalen Kommission zu, welche sich auf Grund der Beschlüsse des Berliner Kongresses bilden sollte. Anlangend die Beteiligung Frankreichs an dem Studium der minderwertigen Risiken, ist zu bemerken, daß dieselben hier selten in Versicherung genommen werden, selbst wenn man unter den Begriff der minderwertigen alle jene Risiken miteinbezieht, welche mit einer Zuschlagsprämie belastet sind, und es ist wenig von den Beobachtungen zu erhoffen, welche die heimischen Gesellschaften liefern könnten.

Is it desirable to divide "under-average" lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

By Albert Quiquet, Paris.

Is there any solution of the problem under discussion? This question should be answered by the international Committee to be organized in accordance with the decisions taken by the Congress at Berlin. As to the contribution of France to the work of investigation into the problem of under-average risks, it is to be observed that such risks are rarely accepted in the author's country, even if all those contracts for which additional premiums have been charged, are included in those groups. Consequently, the respective data furnished by our national Companies can scarcely be considered as very promising.

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone attualmente non assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da ottenersi le basi scientifiche relative?

Alberto Quiquet, Parigi.

Si può risolvere questa questione? La risposta spetta alla Commissione Internazionale, che doveva riunirsi in seguito al Congresso di Berlino.

Per quanto concerne la contribuzione della Francia allo studio dei rischi anormali, essi vi trovano rara applicazione, anche se si intendano per tali tutti quelli che vengono sottoposti ad un'addizionale di premio. Poco è da sperarsi quindi dalle osservazioni che potrebbero fornire le Compagnie nazionali.

VI. — E.

Is it desirable to divide “under-average” lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and if so, in what way should they be classified?

By **Harold E. W. Lutt**, F. I. A., London.

In the United Kingdom several attempts, necessarily spasmodic in character, have been made from time to time to remove the method of dealing with Under-Average lives from an empirical to a scientific basis.

Walford's “Encyclopædia of Insurance” contains an interesting account of early attempts, and of the Offices by which these risks were accepted; thus we learn that one Office, founded in 1824 for the express purpose of insuring such lives, met the absence of statistics by the extent and eminence of the medical opinion represented on its Board of Directors; another, founded a quarter of a century later, made a special feature of the acceptance of “declined lives”, but it is worthy of note that such acceptance was limited to the assurance of those lives only which might be considered to come within a class to which a certain fixed extra premium was applicable. Of the many Companies formed for the purpose of insuring under-average lives, only two survive, and the disappearance of the others serves to indicate the difficulties encountered.

One of these two Companies, the Clerical Medical and General Life Assurance Society, published three experiences between the years 1834 and 1853 relating to both healthy and under-average lives. A classification into 79 sub-heads of diseases for which the latter had been rated-up was attempted, and these were collected into 9 classes. Other companies also published their results, but, generally speaking, the proportion of under-average lives was so small that it was impossible to make any subdivisions, or to do other than to compare the

mortality of the class as a whole with that expected according to standard tables. The only available method of ascertaining the nature of the mortality was by a classification according to "causes of death", and reports in this form were made by the medical officers of several companies. This mode of retrospective analysis, unfortunately, has not generally served any scientific purpose, as the age constitution of the body of lives in which the deaths occurred has not been given, and comparison with other similar returns is consequently not possible.

In Vol. 18 of the Journal of the Institute of Actuaries, there is, however, an important contribution to the subject by *Mr. George Humphreys*, then the Actuary of the Eagle Insurance Company, who analyzed the causes of addition in the case of 3147 lives, and brought out a comparison of the mortality with the current standard experience of the "Seventeen Offices". He also traced the causes of death in 505 cases, which he placed as far as possible in classes according to the reason for which the extra rating had been imposed.

In 1889 was published an experience of the Under-Average Association up to Oct. 1873 classed as to

1. lives to which the objections were personal,
2. lives to which the objections were dependent upon family history,
3. lives to which both the above objections applied,

and a possible conclusion was mentioned that perhaps too much attention had been attached to family history.

Between 1863 and 1869 the Institute of Actuaries collected its experience of average lives, and also that relating to 11,146 diseased lives particulars of which were recorded upon cards. Tables relating to the latter were also published, but no use has been made of them, except for a comparison of the aggregate mortality with that of the healthy lives. The Scotch offices, however, pursued the investigation somewhat further, and *Mr. James Meikle*, who examined their experience separately, prepared a very interesting report, in which (inter alia) the distinct difference in the general mortality of England and Scotland was pointed out. An analysis of the causes of death of the healthy lives was made, and compared with the Returns of the Scottish Registrar General relating to population statistics. The table showed a decided preponderance, amongst assured lives, in deaths attributable to diseases of the brain and nervous system, and also, at the older ages, in those resulting from diseases of the blood, stomach and liver.

The examination of the grounds of extra charge in the case of the under-average lives did not supply a sufficient basis for any extensive classification, as it was found impossible to make any strict division, and finally four classes only were employed, namely :

1. Unfavourable personal history, excluding gout and hernia.
2. Unfavourable family history.
3. Gout.
4. Hernia.

Whilst the results given by *Mr. Meikle* were.

- a) that the mortality in class, 1, greatly exceeded that of class 2.
- b) that the mortality in class, 3, greatly exceeded that for any other infirmity.
- c) that the mortality in class, 4, was *lighter* than for healthy lives.

The last result is sufficient to show the necessity for caution when dealing with a limited experience. The investigation of *Mr. Meikle* may be regarded as the first collective attempt to classify under-average lives.

In 1902, *Dr. Claud Muirhead*, the medical officer of the Scottish Widow's Fund, reported upon the causes of death among the assured lives, from 1874 to 1894, and in the appended tables were given the numbers of the exposed to risk (including under-average lives). Here, consequently, we find the information in such a form that comparisons may be instituted, and by the kind permission of *Dr. Muirhead* and the Manager of the Society. I am enabled to submit a table shewing the difference between assured lives and the general population (Registrar General's Returns 1891 to 1900) which has been adapted from the figures in the book.

The classification of the causes of death was as follows:

1. Zymotic and contagious diseases — such as diphtheria, dysentery, enteric fever, rheumatic fever, smallpox, syphilis, — regarded as causes from which selection cannot protect the Office.
2. Diseases of uncertain seat, including cancer, gout, pernicious anaemia, tumour, &c.
3. Diseases of the Nervous system — alcoholism, apoplexy, diseases of the brain and spinal cord, epilepsy, insanity, meningitis, paralysis &c.
4. Diseases of the respiratory system — bronchitis, pneumonia, consumption, disease of lungs, and of larynx, pleurisy, &c.
5. Diseases of the circulatory system — aneurism, atheroma, disease of heart, embolism &c.
6. Diseases of the digestive system — disease of bowels, liver, spleen and stomach, hernia, peritonitis &c.

7. Diseases of the urinary system — inflammation of bladder, diabetes, disease of kidneys and prostate gland, &c.
8. Diseases of the organs of locomotion — chronic rheumatism, disease of bones.
9. Diseases of integumentary system — carbuncle &c.
10. Violent deaths — casualties, suicide, &c.
11. Sudden deaths.
12. Old Age.
13. Unascertained.

To compare this classification of the facts with the Returns of the Registrar General of England and Wales (males, deaths 1891 to 1900), several rough adjustments were necessary. Classes 1 and 8 to 13 were amalgamated; of the diseases of uncertain seat (class 2) cancer was taken separately, and the remainder treated as belonging to the circulatory system (class 5); the Registrar General's Returns were modified, as far as possible, on a similar basis.

Death rates, per thousand living, at different groups of ages.

Registrar General's Returns 1891—1900.

Class: cause of death	Age groups						
	20—25	25—35	35—45	45—55	55—65	65—75	75 upwards
I. General	1.44	1.64	2.20	3.05	4.85	13.40	66.48
II. Tubercular and Respiratory . .	2.60	3.37	5.07	6.97	10.54	17.35	30.85
III. Brain and Nervous System	0.26	0.52	1.33	2.33	5.00	11.54	21.13
IV. Circulatory	0.34	0.58	1.31	2.89	6.76	14.20	21.94
V. Digestive	0.21	0.29	0.63	1.25	2.25	3.64	5.20
VI. Urinary	0.16	0.27	0.57	1.15	2.40	4.94	8.65
VII. Cancer	0.05	0.10	0.38	1.30	3.16	5.33	5.82
Total .	5.06	6.77	11.49	18.94	34.96	70.40	160.07

Dr. Muirhead's Scottish Widow's Fund Experience.

Class : cause of death	Age groups						
	20-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75 upwards
I. General	1·67	1·23	1·52	1·90	2·32	5·25	42·00
II. Tubercular und Respiratory . .	1·17	1·92	2·51	2·60	4·98	9·59	22·19
III. Brain and Nervous system	0·23	0·61	1·36	2·36	5·74	12·21	21·82
IV. Circulatory . . .	0·13	0·28	0·78	2·02	5·48	14·18	21·00
V. Digestive	0·18	0·37	0·89	1·65	2·81	4·16	6·51
VI. Urinary	0·13	0·15	0·41	0·92	2·05	6·11	13·66
VII. Cancer	0·08	0·26	0·75	2·40	4·19	4·31
Total .	3·51	4·64	7·73	12·20	25·78	55·69	131·49

It will be remembered that the latter table includes all lives, average and under-average, also that the rate of mortality is of the form q_x — the probability of dying in a year — whilst the Registrar General employs m_x — the central death rate.

There is a well marked difference in the tables, the population rates are distinctly heavier in the case of the diseases from which medical selection acts as a protection, namely, tubercular &c. affections and cancer, whilst the assured lives exhibit a greater mortality from diseases of the nervous and digestive systems; and, after being somewhat less in the early years, diseases of the urinary system also become heavier at age 65 and upwards.

Another form of investigation was pursued by Mr. *H. W. Manly*, who, in October 1894, submitted to the Institute of Actuaries some statistics gleaned from the records of the Mutual Life Assurance Society, of 945 cases, generally accepted as first class lives, which exhibited a family history of consumption. Twelve divisions were necessary to classify the lives according to the extent in which consumption was involved in the family record, and personal characteristics were not considered. Dr. *Glover Lyon*, the medical officer of the Society, added a memorandum as to the causes of death in the case of 255 of the lives, in the endeavour to show the greater liability

to death from tubercular diseases, but the numbers were too few to support reliable conclusions.

There are two papers upon the subject for which we are indebted to Mr. *Joseph Burn*, — one presented to the Insurance Institute of Toronto in 1904, and the other read before the last International Congress (Transactions Vol. 1, page 205). The latter enters fully into the necessity for specialized investigations, and affords a valuable consideration of the methods of assessing extra mortality and of dealing in practice with policies issued at increased premiums.

The subject of classification was taken up by Dr. *S. W. Carruthers* (Journal of the Institute of Actuaries, Vol. 39, page 306), where he pleads for the general adoption of a standard method of analysis, to be applied, I understand, to all proposals.

From this short survey it will be seen how very unsatisfactory are the statistics at present available, and the question for consideration is whether any scheme of classification can be suggested that will facilitate the collection of data and the pursuit of further enquiry.

The important point in collecting statistics for experience purposes is that the facts grouped in a particular class should be as far as possible homogeneous. Here our most formidable difficulty arises. Any attempt to combine the experience of different offices requires the exercise of extreme caution: the practice of offices in the acceptance of average lives differs greatly, but, in the aggregation of the facts relating to a large number of British Offices, as in the recent investigation of 1893, it has been assumed that these differences, when merged into the large numbers of lives involved, will not have a disturbing effect, but will yield in their entirety reliable results. When the facts are confined to the comparatively small number of under-average lives, and when an attempt is made to subdivide the latter into groups according to special characteristics, it becomes very questionable whether any general amalgamation can be made with advantage. The medical officers of the various Companies would be sure to hold different opinions as to the class of under-average lives to which certain cases should be relegated. Some offices attach more importance to the question of family history, others to personal condition, and so far as the classification is based upon personal opinion, homogeneity is impossible unless all the facts are examined by the same person — an impossibility if the classification and amalgamation is to be general.

If this be so where several offices in the same Country are concerned, how fatal do the objections seem when we come to the question of combining International Statistics on the subject. In any

one country the conditions of life, the habits of the people, the climate, the degrees to which they are exposed to disease, may perhaps be fairly similar throughout the nation, though not necessarily so. But in no two nations are these conditions sufficiently alike for a combination of vital statistics, even in the case of lives assured at ordinary tabular premiums. It is hardly conceivable that any member of this Congress, for instance, would suggest that the various Companies and Societies engaged in Life Assurance should combine in contributing to a general Mortality Experience of Insured Lives throughout Europe — even if only standard lives were to be included. How much less then could this be done with „Under-Average“ lives? For this reason I do not think that any purpose would be served by the recent proposal for the collection of such an experience.

Dismissing then the idea of an International collection of data as chimerical and valueless, we may return to the consideration of the smaller question, namely whether some main lines of classification can be suggested for adoption in the United Kingdom, with a view to the ultimate use of the facts for the purpose of an experience.

It will have been noticed from the historical survey that nearly all the experiences were based upon the records of deaths alone, and it had been in my mind to suggest (if the collection of a complete under-average experience were desired) that the causes of death should be recorded as well for average lives as for under-average, and that, by a sub-division of the latter from a prospective point of view as to the general class of the causes of death from which they might be regarded as more likely to succumb, and by a comparison of the deaths recorded in these classes with those of the average lives similarly classified, an amount of useful information could be obtained which would have facilitated the future compilation of data. I had hoped that statistics obtained in this manner would have served either to confirm the suitability of the original classification, or to indicate in what manner it might be modified and improved.

The conclusion, however, I regret to say, has been forced upon me that this is not possible. For the reasons given above, the homogeneity of the classified facts would be open to question; and of course it does not necessarily follow that the under-average lives would experience all the extra mortality from the particular class of disease for which they had been rated-up. The suggested form of investigation would itself have indicated to what extent this had happened. But the great difficulty so far as this country is concerned, is the system of death registration: the causes of death are often given in such a vague, even inaccurate, manner that the value of

the results of the proposed investigation would be quite out of proportion to the labour involved, and I have regretfully abandoned the idea.

It would seem, therefore, that we are more likely to obtain useful results if we are content to proceed in a less ambitious manner, and I think we might agree, first upon a list of general causes for which a life is rated up, and then to mark the cases accordingly, so that, at a future time, if it were found desirable to examine the experience of one office, or of a group of offices similarly circumstanced, in connection with a special class of lives, (e. g. those exhibiting a family history of cancer), it would be possible to pick out the cases and to record the facts wanted for the particular investigation, without the trouble of examining all the papers in the offices to ascertain whether they came within the specified conditions. The first division into general causes must be confined, as far as possible, to that important feature of the case which influences more largely the acceptance as an under-average life, and I venture to suggest that, if the matter be considered in the light of the particular class of disease from which the increased mortality is most apprehended, some such classification as the following might be discussed:

1. Tubercular and Respiratory Diseases;
2. Diseases of Brain and Nervous System;
3. " " Heart and Circulatory System;
4. " " Stomach and Digestive System;
5. " " Urinary System;
6. Cancer;
7. Impaired general vitality.

As a further suggestion, I would append the following subdivisions of the above classes, so that, at a future time, investigations might be made of the whole class, or confined to a special sub-division as then appeared desirable. It would perhaps be possible to distinguish lives accepted at ordinary rates in a similar manner according to any of these features which might be apparent in their family or personal history, and, if that were followed out, an opportunity would be afforded of investigating the experience of *all* lives which exhibited, or indicated a tendency to any particular class of disease, irrespective of the terms of acceptance.

Classification under the above heads, with Subdivisions grouped according to special features, either of personal, or family history.

(N. B. Groupings under family history, it is suggested, should relate solely to that feature and to cases where personal record shows no taint. Personal history features should include all that the name implies, and also family history where both personal and family history indicate a similar tendency. Where the significance of personal and family history differs, the subdivision will be decided by the correspondence to the primary heading under which the case has been placed as more likely to be exposed to increased mortality from that class of disease).

<i>Class.</i>	<i>Family History</i>	<i>Personal History.</i>
1.	a) Lineal. b) Other history.	a) Tubercular disease, or susceptibility. b) Other diseases &c.
2.	a) Apoplexy, or other nervous disease, except. b) Suicide, epilepsy, or insanity. c) Intemperance.	a) Past intemperance. b) Epilepsy or insanity. c) Glycosuria. d) Ear disease. e) Other diseases &c.
3.	a) Rheumatic fever, or heart disease.	a) Rheumatic fever (heart not affected). b) Heart disease or weakness. c) Other diseases &c.
4.	a) Any history of this nature.	a) Appendicitis. b) Other intestinal trouble. c) Other diseases &c.
5.	a) Any history of this nature.	a) Albuminuria, and Kidney disease. b) Stricture. c) Calculus.
7.	a) Lineal. b) Other history.	a) All significant disease.
7.	a) Want of vitality in relatives.	a) Obesity. b) Gout. c) Syphilis. d) General weakness, or susceptibility to disease, ill-health &c.

Whether future investigations are confined to the records of deaths alone, or whether they are based upon the more scientific and more accurate method of analysing statistics of the total lives at risk divided into general classes, it is desirable that, within the confines of each country, the basis should be fixed as nearly as possible

at the outset, and a full discussion of the best methods of classification can only tend to assist materially in attaining this end.

The reply, then, to the question propounded for the consideration of the Congress is that, whilst in each country it may be desirable to come to some agreement as to the best method of classification with a view to obtaining experience in special classes, it is both undesirable and impracticable to combine such experiences internationally.

It only remains to add that I am largely indebted to Mr. *E. A. Rusher* for valuable suggestions in the compilation of this paper which he was good enough to make to me before it appeared in print.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von **Harold E. W. Lutt**, F. I. A., London.

Nach einer kurzen historischen Übersicht wird in dem Berichte dargestellt, daß sich Daten der Bevölkerungsstatistik ebensowenig wie statistische Angaben über Todesfälle zu Vergleichen mit dem analogen Material über versicherte Leben eignen. Zur Frage der minderwertigen Leben übergehend, erörtert der Verfasser die Schwierigkeiten, welche die Sammlung des Materials der verschiedenen Gesellschaften, sei es auch nur eines und desselben Landes, bereitet; die Ursache dieser Erscheinung liegt vor allem in dem Mangel einheitlicher Grundsätze über die Behandlung minderwertiger Risiken. Um so schwieriger ist es natürlich, derartige Unternehmungen auf internationaler Grundlage in zweckmäßiger Weise in Angriff zu nehmen.

Der Autor erörtert weiters die Grundlagen für eine seitens der einzelnen Gesellschaften vorzunehmende Klassifizierung aller angenommenen Risiken. Eine solche konstant durchgeführte Klassifizierung würde auch den Vorteil bieten, daß — sobald einmal die Sammlung der Erfahrungen mehrerer oder aller in einem Lande arbeitenden Gesellschaften in Bezug auf die Einflüsse eines bestimmten Leidens oder Gebrechens oder in Bezug auf eine besondere Gruppe von Extrarisiken in Angriff genommen werden sollte — das Material zur Lieferung der notwendigen Daten sogleich aus den Sterblichkeitskarten entnommen werden könnte; man müßte sich dann nicht erst einer mühevollen Durchsicht

der Antragspapiere der einzelnen Versicherungen unterziehen, um jene Risiken ausfindig zu machen, welche in die einschlägige Untersuchung einzubeziehen sind.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par **Harold E. W. Lutt**, F. I. A., London.

Après une revue historique, l'auteur expose que les données recueillies par une statistique générale ainsi que les dates contenues aux registres de décès s'adaptent peu à une comparaison avec le matériel relatif aux vies assurées. Passant à la question des risques surélevés, il démontre les difficultés qui s'opposent à l'unification du matériel de plusieurs Compagnies, ne soit ce que dans un seul pays, vu l'absence de principes uniformes pour le traitement de cette catégorie de risques. Il va sans dire qu'il est d'autant plus difficile d'organiser avec succès des investigations pareilles sur une base internationale.

Ensuite, l'auteur discute la question de choisir des bases convenables qui permettraient aux Compagnies une classification de tous risques acceptés. Une mesure pareille présenterait l'avantage considérable que — s'il s'agissait dans un moment quelconque de recueillir les expériences de plusieurs ou de toutes Compagnies opérant dans un pays, au sujet d'une certaine maladie ou infirmité ou d'une classe spéciale de risques surélevés — le matériel nécessaire, pour fournir les dates y afférentes, serait immédiatement disponible à l'aide des seules fiches statistiques; on n'aurait plus besoin dans ce cas de recourir à l'examen pénible des dossiers individuels, pour recueillir les risques à comprendre dans l'investigation proposée.

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone che secondo le norme ora in uso non sono assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da determinarsi le relative basi scientifiche?

Harold E. W. Lutt, F. I. A., Londra.

Dopo una rassegna storica l'Autore espone come i dati raccolti da una statistica generale e quelli contenuti nei registri di decesso poco si adattino ad una comparizione con il materiale relativo alle vite assicurate. Venendo poi alla questione dei rischi scadenti, l'Autore dimostra le difficoltà che si oppongono alla unificazione del materiale di diverse Compagnie, neanche per un dato paese soltanto, vista la mancanza d'un principio uniforme per il trattamento di questa categoria di rischi. Non occorre dire quanto sia ancor più difficile di organizzare con successo delle ricerche simili su base *internazionale*.

L'Autore si occupa in seguito della questione di scegliere delle basi convenienti, che siano per permettere alle Compagnie una classificazione di tutti i rischi accettati. Una misura simile presenterebbe il considerevole vantaggio che, quando si trattasse in un momento qualunque di raccogliere le esperienze di parecchie o di tutte le Compagnie operanti in un dato paese relativamente ad una data malattia od infermità, o relativamente ad una classe speciale di rischi scadenti, il materiale necessario a fornire i dati desiderati sarebbe immediatamente disponibile con l'aiuto delle sole schede statistiche. Non si avrebbe più bisogno quindi di ricorrere in tali contingenze al faticoso esame dei fascicoli individuali, per riunire tutti i rischi da comprendersi nella investigazione propostasi.

VI. — F₁.

**Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung
derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben
nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern und
wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hierfür
zu gewinnen?**

Von **Ernst Blaschke**, Wien.

Am Berliner Kongreß für Versicherungswissenschaft hat Herr *Dr. Klang* aus Wien im Anschlusse an die Referate, betreffend die Behandlung der Zuschlagsprämie für erhöhte Risiken den Antrag gestellt, zur Prüfung der Frage, in welcher Art eine rationelle Versicherung minderwertiger Leben durchzuführen wäre, ein internationales Komitee einzusetzen und die aus den Arbeiten dieses Komitees gewonnenen Resultate dem nächsten Kongreß mitzuteilen. Der Antrag wurde dem Komitee permanent zur Prüfung übergeben und die Wiener wissenschaftliche Vereinigung hat infolgedessen ein Arbeitsprogramm vorgelegt. Wie allgemein bekannt ist, führten die aus diesem Anlaß eingeleiteten Verhandlungen zu keinem Ziele, weil sehr angesehene Fachvereinigungen unter Hinweis auf die vermeintliche Unmöglichkeit, das Problem auf wahrscheinlichkeitstheoretischer Basis zu lösen und ein taugliches statistisches Material zutage zu fördern, die Mitwirkung versagten.¹⁾ Und diesem Verlaufe der Verhandlungen ist es zuzuschreiben, daß der dormalige Kongreß mit der Erörterung einer Vorfrage sich beschäftigen muß.

Vielleicht ist das nicht zu bedauern. Wenn die Praxis vor unangenehmen Überraschungen bewahrt bleiben soll, so ist es unerläßlich, daß sie gezwungen wird, zuweilen die Grundlagen ihrer Operationen zu überprüfen. Allerdings werden sodann notwendiger Weise Dinge

¹⁾ Vergl. die Erörterungen des Professor *Maingie* im Bulletin de la Prévoyance 7^{me} année Nr. 1.

zur Sprache gebracht, von welchen man annehmen kann, daß sie zum Gemeingut aller Fachmänner bereits geworden sind. Damit dürften aber auch die unmittelbar folgenden Ausführungen gerechtfertigt sein.

Vom rein theoretischen Standpunkte gelangt man anscheinend zur Verneinung der Titelfrage, weil die Vorstellung nur schwer ist, daß minderwertige Leben zu Gefahrenklassen gruppierbar sind, für welche Versicherungswerte abgeleitet werden können. Die Argumente für diese Behauptung lassen sich aus der wahrscheinlichkeitstheoretischen Anschauung des Problems ziemlich einfach zusammenstellen.

Im versicherungstechnischen Sinne sind als normale Leben im allgemeinen jene Versicherungswerber zu bezeichnen, bei welchen kein Anzeichen auf eine kürzere als die durchschnittliche Lebensdauer eines gleichaltrigen Versicherten schließen läßt. Umgekehrt sind abnormale Leben alle Versicherungswerber mit derartigen Kennzeichen.

Die Klasse der normalen Leben ist so groß, daß sich erfahrungsgemäß für jeden äußeren (durch Alter und Geschlecht charakterisierten) Bedingungskomplex die möglichen Kombinationen der durch ihn unbestimmt gelassenen Ursachen auch bei beschränkter Zahl der Versuche derart wiederholen, daß die Zahl der den Versicherungsfall herbeiführenden zu der Zahl der ihn nicht herbeiführenden Kombinationen immer im selben Verhältnisse steht.

Gegenüber dieser Klasse kann die Zahl der abnormalen Leben nur mit einem Bruchteil von etwa 20% angenommen werden, welcher sich nicht nur auf die außerordentlich große Menge möglicher Kriterien der Minderwertigkeit verteilt, sondern in diesen nach Alter, Geschlecht und Zeit des Eintrittes der Minderwertigkeit unterschieden werden muß.

Es erscheint demnach vom Standpunkte des Theoretikers beim ersten Anblick ausgeschlossen, daß die Vereinigung einer für die Anwendung des Wahrscheinlichkeitskalküls genügenden Menge von Personen in ein und derselben Gruppe minderwertiger Leben gelingt.

Praktiker haben Vorschläge erstattet, diese Schwierigkeit zu überbrücken, indem abnormale, durch verschiedene Kriterien charakterisierte Leben zur selben Gefahrenklasse gehörig dann vereinigt werden sollen, wenn die Unterschiede in den Sterbenswahrscheinlichkeiten nicht derart groß sind, daß sie für die Versicherungswerber erkenntlich werden.

Vom wahrscheinlichkeitstheoretischen Standpunkte aus ist das Problem damit auf die Mittelwerte gestellt, welche derselben Anwendung wie reine Wahrscheinlichkeiten fähig sind und auch der gleichen Fehlerfunktion unterliegen, wenn die Qualitäten der Mischung in den einzelnen Versicherungsfällen nicht unterschieden werden. Eine der-

artige Anwendung der Theorie ist der Lebensversicherung keineswegs fremd. Auch bei der Versicherung normaler Leben beobachtet man für dieselbe Kombination von Alter, Geschlecht und Vertragsdauer wesentliche Unterschiede der Sterbenswahrscheinlichkeiten in verschiedenen Berufen und Versicherungskombinationen. Von einem Unterschied in den Rechnungsgrundlagen sieht man aber ab, weil und solange sich in den verschiedenen Gefahrenkategorien die Wirkung der Auto-selektion nicht bemerkbar macht.

Der erwähnte Weg muß zum Ziele führen. Angenommen, daß die Sterbenswahrscheinlichkeiten der verschiedenen abnormalen Leben desselben Alters und Geschlechtes um 100% differieren¹⁾ und daß ein Unterschied in den Sterbenswahrscheinlichkeiten von 33% seitens des Versicherungswerbers nicht wahrgenommen wird, so ist es nur nötig, drei Gefahrenklassen zu bilden und als Sterbenswahrscheinlichkeit der Klasse etwa das Mittel der Grenzwahrscheinlichkeiten festzusetzen. Die Frage ist nur, ob es gelingt, diese Klassen zu bilden, das heißt a priori von den verschiedenen Merkmalen der Minderwertigkeit auf die Differenzierung in den Sterbenswahrscheinlichkeiten zu schließen.

Für die Entscheidung derselben erscheint es von großem Belange, von den Ergebnissen einer Untersuchung Mitteilung zu machen, welche an dem Materiale minderwertiger Leben bei der Versicherungsabteilung des „Ersten Allgemeinen Beamten-Vereines der österr.-ungar. Monarchie“ in Wien veranstaltet wurde.

Die Ergebnisse der Untersuchungen über die beim österr.-ungar. Beamten-Vereine versicherten minderwertigen Leben.

Über eine von mir gegebene Anregung hat der verstorbene Chefarzt des genannten Vereines *Dr. Eduard Buchheim* im Jahre 1895 im Vereine mit den Chefärzten der dem Lebensversicherungs-Teilungsverbande angehörenden Gesellschaften ein System von Kennzeichen aufgestellt, nach welchen die sämtlichen minderwertigen Leben in drei Gruppen einzuteilen wären. In die

¹⁾ Der erwähnte Unterschied ist keineswegs gering. Nach *Palme's* Untersuchungen (Berichte und Denkschriften des V. internationalen Kongresses in Berlin) hatten die von den skandinavischen Gesellschaften beobachteten, abgelehnten Leben eine um 23—55% höhere Sterblichkeit als nach der Tafel der englischen Gesellschaften. In meinen Untersuchungen für minderwertige Leben ist das Gefahrenverhältnis zu den normalen Leben in der I. Klasse zirka 1:26, in der II. Klasse zirka 1:60, in der III. Klasse allerdings 3:00.

1. (niedrigste) Gefahrenklasse sollten alle Personen eingereiht werden, bei welchen die Ergebnisse der Anamnese, also die Heredität, die früheren Krankheiten und der Status präsens (die sozialen Verhältnisse, die Lebensweise, die Beschäftigung, der Beruf und in gewissem Sinne das Klima) und ebenso die nervösen Erscheinungen auf eine Disposition, auf eine Geneigtheit des Organismus zu Krankheiten hinweisen. Zur

2. (mittleren) Gefahrenklasse sollten alle jene Personen zählen, die mit abnormen Zuständen behaftet sind, die nicht so sehr an und für sich, als durch ihre Folgen die Gesundheit gefährden; ferner die mit schweren Krankheiten behaftet waren, die das Leben fortwährend dadurch bedrohen, daß sie ihrem Wesen nach mehr zum Stillstande als zur Heilung neigen (die Anomalien in den Ernährungsvorgängen, die Abweichungen des Skeletts in seiner Form und Beschaffenheit, die chronischen Katarrhe, die Krankheiten der Lunge, des Zentralnervensystems etc.). Die

3. (höchste) Gefahrenklasse umfaßt eine Gruppe von Personen, die mit Krankheiten schon behaftet sind und zwar mit solchen, die voraussichtlich die Todesursache abgeben werden (das Emphysem, die Herzkrankheiten, die Herzfehler, die Arteriosklerose, die Skrophulose, die Schrumpfniere der Diabetes mellitus, die Epilepsie, die Tabes dorsalis, Gallen- und Nierensteine).

Diese allgemeinen Gesichtspunkte wurden von den Ärzten gelegentlich einer in Baden bei Wien abgehaltenen Konferenz in detaillierter Anleitung näher ausgeführt.

Die im Teilungsverein vereinigten Gesellschaften haben sodann beschlossen, die minderwertigen Leben auf Grund dieser Gefahrenklassifikation und eines von mir hiezu ausgearbeiteten Systems von ebenfalls drei Absterbeordnungen zu versichern. (Vergl. die Denkschrift zur Lösung des Problems der Versicherung minderwertiger Leben, Wien 1895, vom Verfasser.) Zur Ausführung gelangte dieser Beschluß durch den Beamtenverein, welcher darnach tatsächlich eine größere Anzahl von Versicherungen effektuerte und mir die Erfahrungen über eine 12 $\frac{1}{2}$ jährige Periode zur Verfügung stellte. Die Bearbeitung des Materials erfolgte in der mathematisch-statistischen Vereinigung unter Anleitung Herrn *Altenburgers*; sein Bericht ist im Anhange abgedruckt, die Ergebnisse der Untersuchungen lassen sich wie folgt zusammenstellen:

1. Der Beamten-Verein hat lediglich Versicherungen nach der I. und II. Gefahrenklasse abgeschlossen, die III. Gefahrenklasse aber überhaupt nicht kultiviert. In der

I. Gefahrenkl. wurden 4967 Männer mit 17828 Beobachtungsjahr. u. 200 Todesfällen						
II. „ „ 1079 „ „ 3321 „ „ 44 „						

beobachtet. Die Zahl der in beiden Gefahrenklassen beobachteten Frauen betrug 464 mit 12 Todesfällen. Ein zu weiteren Schlüssen taugliches Beobachtungsmaterial befindet sich demnach nur in der I. Gefahrenklasse bei Männern.

2. Aus den Beobachtungen über die I. Gefahrenklasse wurde eine Absterbeordnung konstruiert und nach der *Gompertz-Makeham'schen* Formel ausgeglichen. Im Vergleiche mit den Beobachtungen über die Sterblichkeit der nach der Ablebensversicherung versicherten österreichischen Männer (M_T^S) hat sich für die 1000fachen Wahrscheinlichkeiten ergeben:

Alter	20	25	30	35	40	45
M_T^S	5·61	6·29	7·31	8·82	11·05	14·37
minderwertige Leben .	5·96	6·33	6·93	7·90	9·48	12·03
Alter	50	55	60	65	70	75
M_T^S	19·28	26·53	37·20	52·84	75·63	108·47
minderwertige Leben .	16·15	22·79	33·47	50·53	77·57	119·79

Anscheinend besteht daher zwischen den Sterbenswahrscheinlichkeiten der vollwertigen und minderwertigen Leben der I. Gefahrenklasse kein Unterschied.

3. Ursache dieses Verhaltens ist die geringe durchschnittliche Dauer aller Versicherungen, also das Überwiegen des Einflusses der Versicherungen innerhalb der ersten Jahre der Vertragsdauer mit der durch die ärztliche Auslese bedingten niedrigen Sterblichkeit. Läßt man, um eine Vorstellung von der Größe der Sterbenswahrscheinlichkeiten bei Elimination dieses Einflusses zu erhalten, die drei ersten Beobachtungsjahre hinweg und vergrößert alle Wahrscheinlichkeiten im Verhältnisse der Durchschnittswahrscheinlichkeit der neuen Beobachtungsgruppe und der Durchschnittswahrscheinlichkeit aller Beobachtungen (also um $\frac{1590}{1152}$ oder um 38%), dann erhält man im Vergleiche mit dem von mir ausgearbeiteten System der Wahrscheinlichkeiten der I. Gefahrenklasse:

Alter	30	40	50	60	70
Sterbenswahrscheinlichkeiten nach: {	<i>Blaschke, I. Gefahrenklasse .</i>				
	8·85	12·08	20·41	41·69	94·80
	<i>Beamtenverein</i>				
	9·56	13·08	22·29	46·18	106·—

Die solcherart aus den Beobachtungen des Beamten-Vereins konstruierten Wahrscheinlichkeiten für Beobachtungen einer mindestens dreijährigen Vertragsdauer unterscheiden sich somit von dem von mir ausgearbeiteten System der Wahrscheinlichkeiten aller Vertragsdauern um rund 10⁰/₀.

4. Das Beobachtungsmaterial über die I. Gefahrenklasse wurde in drei Untergruppen und zwar in die Gruppe der a) hereditär belasteten, b) Personen mit überstandenen Krankheiten, c) Personen mit ungünstigem status präsens geteilt und sodann in jeder Untergruppe die Zahl der wahrscheinlichen und wirklichen Toten, die ersteren berechnet auf Grund der Beobachtungen über die I. Gefahrenklasse zusammengestellt. Es ergab sich für je fünfjährige Altersgruppen:

Alters- klasse	I. Gruppe		II. Gruppe		III. Gruppe	
	wahr- scheinliche	beobachtete	wahr- scheinliche	beobachtete	wahr- scheinliche	beobachtete
	Zahl der Toten					
20—24	1·08	3	0·27	—	1·04	—
25—29	6·62	5	1·97	2	8·43	6
30—34	11·77	10	3·18	2	13·23	18
35—39	12·07	10	4·19	5	14·35	20
40—44	10·32	14	4·32	8	15·—	15
45—49	7·63	4	4·05	4	14·17	16
50—54	5·54	7	3·40	4	13·60	11
55—59	4·12	6	2·54	1	13·23	13
60—64	2·42	2	1·97	—	11·15	4
65—69	1·16	1	0·10	—	6·84	9
70—74	—	—	—	—	1·74	1
Summe .	62·73	62	25·99	26	111·78	113

In allen drei Untergruppen der I. Gefahrenklasse herrscht zwischen der wahrscheinlichen und wirklichen Zahl der Toten eine bemerkenswerte Übereinstimmung.

5. Die in der I. Gefahrenklasse beobachtete Übereinstimmung zwischen der wirklichen und wahrscheinlichen Zahl der Toten bleibt merkwürdigerweise auch für die II. Gefahrenklasse erhalten, wenn man die letztere Zahl mit Hilfe der ausgeglichenen Absterbeordnung der I. Gefahrenklasse herleitet. Es hat sich ergeben in den Altersquinquennien:

		25—29	30—34	35—39	40—44	45—49	
wahrscheinliche	Totenzahl	2·46	4·07	4·82	4·79	6·31	
beobachtete		—	3	4	6	10	
		50—54	55—59	60—64	65—69	70—74	Summe
wahrscheinliche	Totenzahl	7·55	6·71	5·16	3·10	0·65	45·60
beobachtete		8	6	4	3	—	44

Aus den soeben für die II. Gefahrenklasse abgeleiteten Durchschnittswahrscheinlichkeiten gelangt man nach der oben für die I. Gefahrenklasse entwickelten Methode (vergl. auch den nachfolgenden Punkt 6) annähernd zu den Wahrscheinlichkeiten mit drei- und mehrjähriger Vertragsdauer, wenn man die ersteren Werte um 67% erhöht. Es resultiert im Vergleiche mit den von mir für dieselbe Gefahrenklasse abgeleiteten Werten als 1000fache Wahrscheinlichkeit im Alter:

	30	40	50	60	70
nach meiner Annahme (Blaschke, II. Gefahrenklasse)	12·02	15·66	24·94	48·25	106·—
nach der Beobachtung	11·78	16·12	27·26	59·90	131·80

Die von mir angenommenen Wahrscheinlichkeiten stehen hinter den nach den Erfahrungen des Beamten-Vereins nach dem dritten Versicherungsjahr zu gewärtigenden Wahrscheinlichkeiten um 10—20% zurück.

6. Die minderwertigen Leben weisen gegenüber den vollwertigen Leben ein sehr überraschendes Verhalten auf. Der bisher beobachtete Durchschnitt unterscheidet sich weder in der I. noch in der II. Gefahrenklasse von dem der vollwertigen Leben; die Erhaltung desselben wird dadurch möglich, daß die Wahrscheinlichkeiten in den ersten Vertragsjahren mit desto kleinerem Prozentsatze beginnen, je größer die Gefahr der Klasse selbst ist, daß sie aber in den späteren Versicherungsjahren umso rapider ansteigen. Die 1000fachen mittleren Wahrscheinlichkeiten betragen in der 1. Gruppe der I. Gefahrenklasse 8·17, in der 2. Gruppe 11·83, in der 3. Gruppe 7·40, in der ganzen I. Gefahrenklasse 11·52, in der II. Gefahrenklasse 13·60. Sie betragen je nach der Vertragsdauer für verschiedene Gattungen versicherter Leben und zwar *a*) bei vollwertigen Leben (nach der Tafel M_T^S der österreichischen Absterbeordnung), *b*) in den einzelnen Gruppen der I. Gefahrenklasse und *c*) in der II. Gefahrenklasse die nachstehenden Prozentsätze der mittleren Wahrscheinlichkeiten:

Versicherungs- dauer in Jahren	normale Leben	I. Gefahrenklasse und			II. Gefahren- klasse
		3.	1.	2.	
		Untergruppe			
1	56·5	53·5	57·2	56·6	42—
2 und 3	91·6	111·5	89·7	60·5	67·7
über 3	108·8	115—	131·9	158·9	167—

Die Untergruppen der I. Gefahrenklasse sind in ihrer Gefahr für den Versicherer wesentlich verschieden. Die relativ vorteilhaftesten Risiken bilden die Personen von ungünstigem status praesens; ihr Sterblichkeitsverhalten unterscheidet sich nur wenig von dem der normalen Leben. Die hereditär belasteten Leben weisen etwa die Durchschnittswahrscheinlichkeiten der I. Gefahrenklasse auf. Die Belastung wegen überstandener Krankheiten lehnt sich bereits enge an die der II. Gefahrenklasse an.

7. Die prozentuelle Verteilung der einzelnen Todesursachen in den verschiedenen Gefahrenklassen läßt sich der nachfolgenden Tabelle entnehmen:

Gefahrenklasse	Untergruppe	Krankheiten der Atmungsorgane (Tuberkulose)	Geisteskrankheiten, Paralyse, Apoplexie, Selbstmord	Krebs, anderwei- tliche Neubildungen, Blutsetzung	Krankheiten der Zirkulationsorgane	Nephritis	Unfall	übrige Todesursachen
normale Leben ¹⁾	—	28·4	18·3 ²⁾	11·4	16·7	5·6	—	19·6
I	3	35·3	14·3	12·4	12·4	2·9	11·5	11·2
	1	40·8	20·4	10·2	6·8	6·8	10·2	4·8
	2	60·7	18—	7·2	—	3·6	—	10·5
II	—	31·8	29·5	6·8	9·9	9·9	2·3	9·8

Die Zahl der Todesfälle ist zu gering, um allgemeinere Schlüsse aus dieser Tabelle zu wagen; doch dürfte auch aus den obigen Angaben ersichtlich sein, daß es für jede Gefahrenklasse ein charakteristisches System der Todesursachenfrequenz gibt. Damit ist aber der so vielfach geleugnete unmittelbare Zusammenhang zwischen den Ergeb-

¹⁾ Nach der amtlichen Statistik der privaten Versicherungsunternehmungen in Österreich für den Zeitraum 1899—1905.

²⁾ Einschließlich Unfall.

nissen aus dem Befunde des Arztes und den Todesursachen dargelegt. Derselbe ist allerdings nur statistisch und nicht individuell nachweisbar. Der Arzt kann nicht oder nur in den seltensten Fällen aus dem Befunde auf die Todesursache schließen; gleichartige Befunde führen aber zu einem charakteristischen Todesursachenschema. *Buchheims* Verdienst bestand unter anderem auch darin, daß er diesbezüglich als erster auf den gewaltigen Unterschied zwischen technischer und ärztlicher Denkungsweise hingewiesen hat. Die darauf abzielende Stelle (pag. 13, Abs. 3) seiner „Ärztlichen Versicherungsdiagnostik der vollwertigen und minderwertigen Leben“ ist vielfach mißverstanden worden.¹⁾

8. Die numerischen Grundlagen des obigen Versicherungsplanes für minderwertige Leben haben sich bewährt: die Divergenz von 10 bis 20% mit den Beobachtungen würde zweifellos bei einem Materiale aller Vertragsdauern im Beharrungszustande zum Verschwinden gebracht. Die Gefahrenklassifikation *Buchheims* ist einer gewissen Verfeinerung fähig.

9. Die Ergebnisse des Beamten-Vereins sind keineswegs vereinzelt. Auch die Städtische Kaiser-Franz-Josef-Jubiläums-Lebens- und Rentenversicherungsanstalt in Wien hat minderwertige Leben der I. Gefahrenklasse nach dem System *Buchheim* versichert und mir ihr Material aus neunjähriger Periode über 2066 Personen mit 4665 Beobachtungsjahren und 36 Todesfällen zur Verfügung gestellt.

Scheinbar waren die Ergebnisse sogar noch günstiger als die im Beamten-Verein. Es standen nämlich einander gegenüber in den

Alterklassen	20—29	30—39	40—49	50—59	60—68
wahrscheinliche Tote . .	7·31	16·36	11·96	7·15	1·13
beobachtete Tote	5	12	12	6	1

wenn die wahrscheinlichen Toten nach den Erfahrungen des Beamten-Vereins über seine Beobachtungen an minderwertigen Leben berechnet

¹⁾ *Buchheim* führte aus: Es war (bei dem Probleme, eine systematische Art der Versicherung minderwertiger Leben zu entwickeln) vorausgesetzt, daß die diagnostischen Grundzüge mit den mathematischen Ausführungen in Einklang gebracht werden müßten, da beide als gemeinschaftliche Grundlage für die Versicherung minderwertiger Leben dienen sollten. Doch zeigte sich eine wesentliche Verschiedenheit zwischen der (auf den Gesetzen der Massenerscheinungen fußenden) Auffassung des Mathematikers und des (nach den individuellen Erscheinungen des Versicherungswerbers urteilenden) Versicherungsarztes. Der Mathematiker ging von den voraussichtlichen Todesursachen aus, der Arzt kann nur von dem Befunde sich leiten lassen. Die Prognose auf die wahrscheinlichen Todesursachen ist aber nur in beschränkten Fällen zulässig. Die Anlage zu einer bestimmten Krankheit kann vom ärztlichen Standpunkt kaum ernstlich in Betracht kommen.

werden. Tatsächlich ist die Erscheinung aber nur der geringen durchschnittlichen Vertragsdauer zuzuschreiben.

Die Vorzüge eines auf einer Gefahrenklassifikation beruhenden Systemes der Versicherung minderwertiger Leben.

Nach den obigen Erörterungen steht außer Zweifel, daß die Versicherung minderwertiger Leben im Wege der Gefahrenklassifikation nicht nur prinzipiell möglich, sondern auch, wenigstens in Rücksicht der Leben der I. und II. Gefahrenklasse *Buchheims*, weit vorgeschritten ist. Die Beantwortung der weiteren Frage jedoch, ob es sich empfiehlt, für alle minderwertigen Leben, also auch der III. Gefahrenklasse und der noch mehr gefährdeten Leben, den erwähnten Weg einzuschlagen, hat zunächst ganz ähnliche Untersuchungen für letztere Leben, wie sie für die I. und II. Gefahrenklasse geführt werden, zur Voraussetzung.

Wesentlich gefördert wird die Einsicht in das Problem, wenn man bei den ferneren Erörterungen noch eine anderweitige Einteilung unter den minderwertigen Leben trifft und etwa die folgenden drei Klassen derselben auseinanderhält, nämlich:

1. Leben, welche auch dermalen schon von den Versicherungsgesellschaften, wenn auch zu erschwerenden Bedingungen angenommen werden;

2. Leben, welche dermalen abgelehnt werden, deren Versicherbarkeit jedoch prinzipiell zulässig ist;

3. schlechte Leben, deren Versicherung auch in Zukunft ausgeschlossen bleiben muß.

Rücksichtlich der 1. dieser Klassen dürfte man mit der Annahme kaum fehl gehen, daß in derselben nahezu alle Arten von minderwertigen Leben der I. und II. Gefahrenklasse nach *Buchheim* Aufnahme finden werden. Bei dem Konkurrenzkampfe der Lebensversicherungsgesellschaften ist zu vermuten, daß alle Versicherungswerber, für welche das Risiko nach dem dermaligen Stande der Wissenschaft überhaupt erhebbar ist, in irgend einer Art tatsächlich versichert werden.¹⁾

¹⁾ Eine mittelbare Bestätigung erhält diese Vermutung durch die Tatsache, daß die Sterbenswahrscheinlichkeiten der Tab. M. II der 23 deutschen Gesellschaften zwischen den Sterbenswahrscheinlichkeiten der I. und II. Gefahrenklasse zu liegen kommen. Es beträgt die 1000fache Sterbenswahrscheinlichkeit nach der

I. Gefahrenklasse im Alter .	30	5·88	40	12·08	50	20·42	60	41·70	70	98·78
M. II der 23 deutschen Gesellschaften im Alter .	30	9·37	40	16·09	50	24·44	60	45·10	70	84·56
II. Gefahrenklasse im Alter	30	11·90	40	15·68	50	24·92	60	48·37	70	106·02

Diese Vermutung als zutreffend vorausgesetzt, würde durch die Methode des Beamten-Vereines zunächst nur die Form der Versicherung berührt, vielleicht auch bewirkt, daß die Annahme minderwertiger Leben weit intensiver, weil systematischer erfolgt. keineswegs würde aber die Aufnahmefähigkeit erweitert. Nur die Einbeziehung der obigen 2. Klasse würde einen tatsächlichen Fortschritt bedeuten. Die 3. Klasse aber enthält jene Leben, bei welchen die zum Ableben führende Krankheit nicht mehr zum Stillstande gebracht werden kann, demnach die Prämie vermöge der geringen durchschnittlichen Dauer des Lebens nicht erschwinglich ist.

Daß bei Leben der eben unterschiedenen 1. Klasse (der I. und II. Gefahrenklasse nach *Buchheim*) die Versicherung im Wege der Gefahrenklassifikation vor allen anderen Methoden den Vorzug verdient, lehrt der kritische Vergleich dieser Methoden.

Nachdem ich denselben seinerzeit in der Einleitung meiner Denkschrift zur Versicherung minderwertiger Leben vollständig durchgeführt habe, möchte ich auf die Einzelheiten an dieser Stelle nicht wieder eingehen. Im ganzen könnte ich hier nur das wiederholen, was ich seinerzeit hierüber an anderem Orte ohnehin gezeigt habe:

Die Methode der Versicherung minderwertiger Leben im Wege der Gefahrenklassifikation vermeidet alle Fehler der übrigen Systeme (die wenig begründete Art der Schätzung der Versicherungswerte, die mangelhafte Form der Versicherung etc.) und ist überdies die ebenmäßige Entwicklung der Methode der Versicherung vollwertiger Leben, deren theoretische und praktische Vollendung von niemandem in Frage gestellt wird. In letzterer Beziehung ist insbesondere zu bemerken, daß die Methode der Versicherung im Wege der Gefahrenklassifikation die einzelnen Funktionäre der Lebensversicherung genau in der ihnen zukommenden Wirkungssphäre dienstbar macht und daß demnach ein Übergreifen in fremde Wirkungssphären und somit der in allen Dingen schädliche Dilettantismus vermieden, der Fortschritt aber gewährleistet wird.

Der Arzt hat bei diesem System keine andere Aufgabe, als durch den Befund festzustellen, in welche der verschiedenen Gefahrenklassen ein versichertes Leben einzureihen ist; der Mathematiker für jede der verschiedenen Gefahrenklassen die Wahrscheinlichkeiten zu entwickeln, eventuell im Wege der Prüfung der statistischen Ergebnisse auf die Rektifizierung der Gefahrenklassen Einfluß zu nehmen, ferner aber die verschiedenen Versicherungswerte (die Prämien und Prämienreserven) abzuleiten.

Einerseits müßte durch das System der Gefahrenklassifikation die ärztliche Diagnose, andererseits die Technik wesentlich gefördert

werden: die ärztliche *Diagnose*, welche dermalen mit dem Urteil endet, daß sich bei einem aufnahmefähigen Versicherungswerber kein Kennzeichen für eine die mittlere, unterschreitende Lebensdauer finden dürfe, müßte jedes derartige Kennzeichen genau erfassen, um darnach die Kategorisierung der Risiken vornehmen zu können; die *Statistik* würde zum Ausbau auf dem allbekannten Wege der Spezialisierung der Risiken vorzuschreiten haben; die *Versicherungsmathematik* wäre aber vielleicht gezwungen, um der Kompliziertheit der tatsächlichen Verhältnisse folgen zu können, ohne sich in nutzloser, kleinlicher Rechenarbeit aufzureiben, wissenschaftlich einwandfreie Systeme der Näherungsrechnungen zu entwickeln.

Daß diese Erwartungen keineswegs utopische sind, läßt sich schon an der bisherigen Entwicklung der Angelegenheit deutlich erweisen.

Die Fortschritte der *Versicherungsmedizin* seit dem Erscheinen der Denkschrift richtig zu beurteilen, muß den Versicherungsärzten überlassen bleiben. Hier kann darauf verwiesen werden, daß die erste Frucht meiner Anregung *Buchheims* „Ärztliche Versicherungsdiagnostik der vollwertigen und minderwertigen Leben“ (Wien 1897) war. Auf dem Gebiete der *Versicherungss Statistik* erschienen aber zwei überaus wertvolle Monographien, beide unter dem Titel „Über die Versicherung minderwertiger Leben“ von *Max Kehm* und *Jens Pedersen*, welche zu wesentlicher Vertiefung der Materie beigetragen haben. Endlich ist noch zu erwähnen, daß der Statistik der Todesursachen seither im Versicherungswesen das volle Augenmerk zugewendet wird, und daß die amtliche österreichische Statistik alljährlich die für die Theorie grundlegenden Verhältniszahlen der Todesfälle der einzelnen Todesursachen zu den Todesfällen aller Todesursachen nach dem Sterbealter und der Versicherungsdauer konstatiert.

Analogieschlüsse scheinen darauf zu führen, daß auch die 2. der oberwähnten Klassen minderwertiger Leben in der gleichen Art, wie die 1. Klasse behandelt werden sollte. Der Beweis jedoch, daß sich für eine wahrscheinlichkeitstheoretische Behandlung genügend Fälle vorfinden werden, steht dermalen aus. Nach der Ablehnung, welche die Versicherung minderwertiger Leben III. Gefahrenklasse durch den Beamten-Verein erfahren hat, wage ich nicht zu einem Versuche einzuladen, auch nicht, wenn ich erwäge, daß der wahrscheinlichkeitstheoretischen Begründung im Sinne der neuesten Forschung nicht in allen Teilen des Versicherungswesens ein gleiches Gewicht beigelegt werden darf.

Die Behandlung der Leben 3. Gefahrenklasse bleibt naturgemäß außer Betracht.

Die verschiedenen Methoden der Untersuchung minderwertiger Leben.

Auf Grund der bisherigen Ergebnisse scheint es, als ob nunmehr der II. Teil des Themas behandelt werden könne, also die Frage, wie die Unterlagen für eine geeignete Gefahrenklassifikation zu gewinnen seien.

Bezüglich der Erforschung minderwertiger Leben kann man vier verschiedene Methoden unterscheiden (ich will dieselben mit Schlagworten nach einzelnen Forschern bezeichnen, welche — ohne stets die Urheber der Methoden zu sein — auf deren Entwicklung Einfluß genommen haben):

1. Das Herausgreifen bestimmt gekennzeichneten Leben (beispielsweise von Personen mit hereditärer Veranlagung zur Tuberkulose) zur direkten Beobachtung der Wahrscheinlichkeiten — die Methode von *Westergaard*.

2. Die Beobachtung der abgelehnten Leben — die Methode von *Palme*.

3. Die Analyse der Todesursachenstatistik — die Methode von *Blaschke*.

4. Die Methode der Beobachtung minderwertiger Leben im Stocke der Versicherungsgesellschaften unter Festhaltung einer Gefahrenklassifikation — der österreichische Vorschlag.

An diese Methoden könnte füglich noch die Methode der Beobachtung minderwertiger Leben in einer Versicherungsgesellschaft für minderwertige Leben angereiht werden. Sie findet aber im folgenden keine besondere Erörterung, weil ihr Anwendungsgebiet bei der Seltenheit solcher Gesellschaften überaus beschränkt ist, die Behandlung des vorgefundenen Materials des Beamten-Vereins im Anhang zu dieser Abhandlung mit aller Deutlichkeit dargelegt ist und sich füglich auch hierüber nichts anderes berichten läßt, als daß sich die Methode an die der Erforschung der vollwertigen Leben innig anschließt.

Die Methode von Westergaard.

Die Methode besteht darin, daß Personen einer bestimmten Gattung der Minderwertigkeit statistisch erfaßt und ihre Sterbenswahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Nach derselben wurden nebst den hereditär phthisisch belasteten Personen (durch *Manly* und *Westergaard*) in neuerer Zeit noch syphilitische Personen durch *Hanns Tiselius*, Personen, bei welchen auf die Gegenwart tuberkulöser Momente geschlossen werden kann, durch *Scen Hedrén* und Personen, welche

an akutem Gelenksrheumatismus vorerkrankt, sind durch *Miyoshi* beobachtet.

Die Methode hat alle Vorzüge einer direkten Beobachtungsmethode für sich. Ihre Anwendung ist aber außerordentlich beschränkt, weil sie nur für solche Kennzeichen möglich ist, welche eine genügende Menge von Beobachtungen zulassen. Es muß bezweifelt werden, ob diese Voraussetzung sogar für syphilitische und phthisische Belastung erfüllbar ist.

Zwar hat *Tiselius* 5175 Personen mit 50.418 Beobachtungsjahren der ersteren Gattung, *Miyoshi* 2830 Personen mit 39.411 Beobachtungsjahren erforscht und den Beobachtungen von *Sven Hedrén* liegen sogar 8022 Beobachtungen zugrunde. Die Forscher waren sich aber klar, daß sie im gegebenen Material ein Homogenes nicht bearbeiteten und daß, um dieses zu erhalten, eine weitere Teilung nötig sei.

Sven Hedrén hat das Material in sechs verschiedene Klassen getrennt (Tuberkulose bei Eltern, Geschwistern, Belastung wegen früherer Krankheiten, nach dem gegenwärtigen Gesundheitszustand, wegen des Zusammentreffens mehrerer Ursachen, aus sonstigen Ursachen). Die Untersuchungen über syphilitische Personen wurden getrennt nach Leben, welche zur tarifmäßigen und erhöhten Prämie angenommen waren. *Tiselius* berichtet aber überdies, daß die Kritik seine Beobachtungen beanstandet habe, weil bei den Untersuchungen nicht auf die Art der Behandlung der syphilitischen Leben Rücksicht genommen worden sei. Die Untersuchungen über Gelenksrheumatismus wurden getrennt nach einmaliger und wiederholter Vorerkrankung angestellt.

Als Ergebnis der Analyse dürfte wohl widerspruchslos die Behauptung aufgestellt werden können, daß die *Westergaardsche Methode* die allgemeine Grundlage einer Versicherung minderwertiger Leben nicht schaffen könne, immerhin aber wertvolle Aufschlüsse über die Gefährlichkeit einiger weniger, allerdings sehr umfangreicher Kategorien minderwertiger Leben bringen und allenthalben zur Kontrolle der auf anderem Wege erhaltenen Resultate benützt werden könne.

Methode von Palme.

In einem dem V. internationalen Kongresse für Versicherungswissenschaft in Berlin gewidmeten Referate über die Behandlung der Zuschlagsprämien für erhöhte Risiken in Schweden berichtet *Palme*, daß ein zur Untersuchung nicht normaler Risiken eingesetztes skandinavisches Komitee die „abgelehnten“ Leben verfolgt und bezüglich dieser festgestellt habe, ob die Personen noch am Leben oder schon

gestorben, in letzterem Falle, an welcher Todesursache sie verstorben waren. Die Auskünfte seien über 8208 von 10.231 Personen, also rund 82⁰/₁₀₀ erhalten worden. Die Untersuchung habe sowohl einen Vergleich mit einer Sterblichkeitstafel für normale Leben als Sterblichkeitsprozeßsätze zutage gefördert.

Die Methode ist vom rein formalen Standpunkte aus einwandfrei, weil die Beobachtungswerte in direkter Art bestimmt werden. Bedenken erregen nur die der Ausführung entgegenstehenden praktischen Schwierigkeiten. Die Ergebnisse werden nämlich dann als getreuer Ausdruck der Beobachtung gelten können, wenn es gelingt, über alle der Untersuchung unterzogenen abgelebten Leben Auskünfte zu erhalten; andernfalls muß angenommen werden, daß die Individuen, bei denen das versicherte Ereignis frühzeitig eingetreten ist, leichter als die anderen Individuen dauernd verfolgt werden können oder daß die Verhältniszahlen unmittelbar durch die Form der Beobachtung beeinflußt werden.

Daß es aber jemals gelingen sollte, bei halbwegs umfangreichem Beobachtungsmaterial eine intensivere Nachfrage als das skandinavische Komitee zu entfalten, muß als ausgeschlossen erachtet werden.

Zu alledem kommt, daß die Methode einen nicht behebbaren, meritorischen Mangel aufweist. Scheinbar ist sie ein Weg, und zwar der einzige, auf welchem direkte Beobachtungen über abgelebte, also nach dermaligem Begriffe nicht versicherbare Leben erhalten werden. Tatsächlich enthält sie ein Gemisch *a)* von minderwertigen; jedoch auch dermalen versicherbaren Leben, welche auf erschwerende Bedingungen nicht eingegangen sind; *b)* von minderwertigen, dermalen nicht versicherbaren und *c)* von prinzipiell nicht versicherbaren Leben.

Ihr fehlt jede Kategorisierung der Gefahr, ohne welche eine praktische Verwendung der Erfahrung ausgeschlossen ist.

Methode von Blaschke.

Die in der wiederholt zitierten Denkschrift erörterte Methode überträgt eine Reihe von Erfahrungen an vollwertigen Leben auf minderwertige Leben durch Schlüsse, die nur teilweise in der Erfahrung begründet sind.

Aus einer Statistik der Todesursachen vollwertiger versicherter Leben werden Sterblichkeitstafeln für alle an derselben Todesursache verstorbenen Personen konstruiert. Es wird nämlich die Wahrscheinlichkeit der Leben eines bestimmten Alters gesucht, an jeder der möglichen Todesursachen zu sterben, sodann die Zahl der Personen ermittelt, welche aus 10.000 gesunden Personen des niedrigsten

Alters (30) bis zum vollen Absterben aller Personen an jeder dieser Todesursachen abgehen und endlich die Frage beantwortet, welche Prämie gezahlt werden müßte, falls die Personen jeder Todesursache für sich versichert werden könnten.

Der Vergleich der zu den einzelnen Todesursachen gehörigen Systeme der Prämie führt zu dem wichtigen Begriff der gefährlicheren oder mindergefährlicheren Todesursache.

Zu den Todesursachen hoher Prämie gehören Lungenschwindsucht, Geisteskrankheiten, Gelenksrheumatismus, Diabetes; zu denen mittlerer Prämie die chronischen Krankheiten im allgemeinen; zu denen kleinster Prämie die chronische Entzündung der Lungenschleimhaut, die hereditäre Veranlagung, die Altersschwäche.

Zur Anwendung der erwähnten Zahlenreihen für die Versicherung minderwertiger Leben wird eine eigentümliche Definition dieser versucht.

Vollwertig sind Leben, bei welchen die Wahrscheinlichkeiten, an den einzelnen Todesursachen zu sterben, sowie die Dekremententafeln der an den einzelnen Todesursachen Sterbenden den Wahrscheinlichkeiten und Dekremententafeln normal versicherter Personen gleichen; minderwertig jene Leben, bei welchen die Wahrscheinlichkeiten, an den gefährlichen Todesursachen zu sterben, größer sind und die Sterblichkeitstafeln der Todesursachen rapider verlaufen.

Um der doppelt unendlichen Mannigfaltigkeit der darnach möglichen Bestimmungsweise von minderwertigen Leben zu entgehen, wird der Gedankengang übrigens nur zur hypothetischen Konstruktion der drei *Buchheimschen* Gefahrenklassen benützt.

In den Deduktionen der Denkschrift wird der Nachweis versucht, daß der Versicherte keinen Schaden trägt, wenn das Urteil des Arztes, ein Leben sei nicht vollwertig, weil es wegen einer gewissen hereditären Veranlagung, wegen der Körperbeschaffenheit oder wegen der überstandenen Krankheiten zu Krankheiten hinneige, technisch dem andern gleichgehalten wird, daß das Leben nicht an Altersschwäche sterben werde. In gleicher Art wird das Urteil des Arztes, eine Person sei minderwertig, weil sie mit abnormen, die Gesundheit durch ihre Folgen stetig gefährdenden Zuständen behaftet sei oder Krankheiten überstanden habe, welche das Leben fortwährend dadurch bedrohen, daß sie mehr zur Latenz als Heilung neigen, technisch dem andern gleichgehalten, daß es an einer chronischen Krankheit oder schwereren Todesursache, wie Lungenschwindsucht, Diabetes, Geisteskrankheit, Gelenksrheumatismus sterben werde. Die Leben dritter Gefahrenklasse erhalten das Maß der Sterbenswahrscheinlichkeit durch

Vereinigung der Absterbeordnungen für die letztgenannten gefährlichen Todesursachen.

Das Schwergewicht der Erörterungen muß auf drei Ziele der Untersuchung gelenkt werden.

a) Nicht Resultate, welche mit der tatsächlichen Beobachtung zu konkurrieren vermöchten, sondern lediglich die Basis für eine rationelle Form des Versicherungsbetriebes sollte gewonnen werden. In der Einsicht, daß die Versicherung minderwertiger Leben nur im Wege der Gefahrenklassifikation durchführbar wäre und daß umgekehrt eine einwandfreie technische Basis allein aus den Beobachtungen des praktischen Betriebes geschaffen werden könnte, daß also dieser (wie in jeder Art der Versicherung) den Beobachtungen vorausgehen müsse, wurde eine plausible technische Basis auf teilweise hypothetischer Grundlage versucht.

Die Ergebnisse der Untersuchung des Beamtenvereins-Materials rechtfertigen die Theorie im ganzen. Würde es gelungen sein, eine größere Anzahl von Versicherungsgesellschaften auf dasselbe Programm der Versicherung minderwertiger Leben zu einigen, dann würde vermutlich schon dermalen eine unanfechtbare Grundlage dieser Versicherung aus dem Gesamtmaterial gewonnen sein.

b) Meine Methode bedarf zur Verifizierung stets der Bestätigung durch tatsächliche Beobachtung. Aus solchem Grunde war es bisher überaus schwer, den Argumenten der Gegner der Methode entgegenzutreten. Dermalen ist sozusagen die Probe auf das Rechenexempel gemacht. Die Ergebnisse der Methode können nunmehr auf Grund der Wahrnehmung von Tatsachen als Basis der Versicherung empfohlen werden.

c) Die Methode umfaßt den ganzen Umkreis der jetzt oder in Zukunft versicherbaren Leben.

Der österreichische Vorschlag.

Die Schwierigkeit des Problems der Versicherung minderwertiger Leben und das große finanzielle Interesse, welches sich an die richtige Lösung knüpft, machen die Schaffung eines möglichst sicheren Fundamentes zur Pflicht. Und aus solchem Grunde begrüße ich den österreichischen Vorschlag auf das wärmste.

Derselbe geht darauf hinaus, das schon dermalen bei den Versicherungsgesellschaften vorfindliche Material an minderwertigen Leben zur unmittelbaren Untersuchung heranzuziehen.

Wie schon oben erwähnt, wird die Versicherung minderwertiger Leben gewisser Grade der Minderwertigkeit von fast allen Versicherungs-

gesellschaften auch dann betrieben, wenn sie nur über Sterblichkeitstafeln vollwertiger Leben verfügen; die letzteren Tafeln werden nämlich unter Anwendung einer Reihe von Sicherheitskoeffizienten (mehr oder minder willkürliche Zuschläge, die Gleichstellung mit der Gefahr höherer Alter, den Zwang zur Versicherung von Kombinationen mit hoher Prämie, die Schaffung von wechselseitigen Verbänden, welche die Gefahr in sich garantieren etc.), zur Versicherung minderwertiger Leben benützt.

Der österreichische Vorschlag geht nun darauf hinaus, diese Leben herauszuheben und einer gesonderten Untersuchung innerhalb der von vornherein definierten Gefahrenkategorien zu unterziehen. Als letztere könnten in Ermangelung anderer und, weil sie eine gewisse Erprobung bei der Untersuchung des Beamtenvereins-Materiales erfahren haben, die *Buchheimschen* Gefahrenklassen dienen.

Der Vorschlag fällt mit der *Westergaard'schen* Methode zusammen, wenn statt der Disposition zu einzelnen Krankheiten, die zu Krankheitsgruppen der Beobachtung zugrunde gelegt wird. Und wenn es richtig ist, daß unter den nach den Wahrscheinlichkeiten für normale Leben Versicherten alle minderwertigen Leben der I. und II. Gefahrenklasse vorkommen, so wäre die österreichische Methode auch mein Vorschlag unter Ersetzung der hypothetischen durch eine empirische und demnach unanfechtbare Grundlage.

Der Nutzen der Untersuchung wäre ein doppelter. Für die Sicherheitskoeffizienten der minderwertigen, dermalen zugelassenen Leben würde die mangelnde Basis geschaffen; andererseits könnte die Aufnahme gefährlicherer, bisher nicht zugelassener Leben vorbereitet werden.

Sowie die Gesellschaften mit den Grundlagen der vollwertigen Leben die Versicherung minderwertiger Leben gewisser Gefahrenkategorien wagten, könnte durch Benützung von Sicherheitskoeffizienten bei dem Materiale der zugelassenen minderwertigen Leben das Aufnahmsgebiet beträchtlich erweitert werden.

Die Wiederholung des damit vorgezeichneten Weges müßte endlich zu der äußersten, praktischen Grenze der Aufnahmefähigkeit führen. Vielleicht würde diese organische Erweiterung des Versicherungsfeldes noch dem Vorschlage die gefährdetsten, versicherbaren Leben unmittelbar, etwa nach der III. Gefahrenklasse *Buchheims* zu versichern, vorzuziehen sein, da die durchführenden Organe der Lebensversicherungsgesellschaften schrittweise in der Ausweitung der gewohnten Art des Betriebes verfahren.

Der etwaige Vorwurf, welchen man der *Buchheimschen* Klassifikation machen könnte, daß schon bei deren erster Erprobung die

Gefahrenklassen nicht Stand hielten, sondern die I. Gefahrenklasse in drei Gruppen zerfiel, ist kein Mangel. Im Gegenteil liegt in der Möglichkeit der Entwicklung die vornehmlichste Voraussetzung eines fruchtbringenden, wissenschaftlichen Planes.

Anhang.

Ableitung von Sterblichkeitstafeln aus Beobachtungen an minderwertigen Leben, versichert beim Ersten allgemeinen Beamten-Verein der österr. ungar. Monarchie in Wien.

Von *Julius Altenburger*.

Der Beamten-Verein hat insgesamt 7046 Zählkarten, betreffend minderwertige Leben, zur Zählung abgeliefert. Von diesen Zählkarten mußten 536 Stück deshalb ausgeschieden werden, weil dieselben sich auf *Mitversicherungen* oder *ersetzte* Polizzen bezogen. Von den bleibenden Zählkarten betrafen

4967 Männer der	I.	Gefahrenklasse
1079	„	„ II.
393 Frauen	„	I.
71	„	„ II.

Die auf Frauen bezüglichen Karten wurden nicht weiter verarbeitet, da das Material nur 12 Todesfälle umfaßt.

Bezüglich der Zählung der Versicherungen von Männern ist zu bemerken, daß die Beobachtungsperiode die Zeit vom 1. Jänner 1896 bis 30. Juni 1908, also $12\frac{1}{2}$ Jahre umfaßt.

Damit von dem Materiale nicht auch noch durch die üblichen Näherungsmethoden ein Teil verloren gehe, wurde eine Untersuchung darüber angestellt, wie sich die wirkliche Anzahl der durchlebten Beobachtungsjahre zu den durch ein einfaches Näherungsverfahren gewonnenen verhalten. Als solches bot sich die bei der österreichischen Sterbetafel befolgte Methode dar. Es wurden deshalb die sämtlichen Zählkarten, betreffend Männer, ohne Unterscheidung des Alters nach exakten Beobachtungsdauern abgezählt und es ergab sich die Anzahl von $21.113\frac{1}{2}$ wirklich durchlebten Beobachtungsjahren, wogegen sich bei der eben erwähnten Zählmethode eine Gesamtzahl der durchlebten Beobachtungsjahre von 21.149 ergeben würde. Infolge dieser fast vollständigen Übereinstimmung wurden also bei den bei

Lebzeiten ausgeschiedenen Versicherten Beobachtungsdauern bis 6 Monaten nicht, von mehr als 6 Monaten dagegen als volle Jahre gerechnet.

Unausgeglichene Aggregattafeln wurden abgeleitet sowohl für die beiden Gefahrenklassen als auch für jene 3 Gruppen der I. Gefahrenklasse, bezüglich welcher das Minderwertigkeitsmoment in der Heredität, in der persönlichen Anamnese oder endlich im status praesens begründet ist.

Es wurden auch Ausgleichungsversuche bezüglich dieser Tafeln nach der *Gompertz-Makehamschen* Formel unternommen; lediglich die Aggregattafel, umfassend die ganze I. Gefahrenklasse, führte zu einem halbwegs annehmbaren Resultate.

Zur Untersuchung des Einflusses der erzielten Auswahl auf die Sterblichkeit wurden auch für Altersgruppen von je 10 Jahren Sterblichkeitssätze der einzelnen Versicherungsjahre abgeleitet.

Zum Vergleiche der Sterblichkeit innerhalb der einzelnen Gruppen wurde die nach der *Gompertz-Makehamschen* Formel nach dem Verfahren von *King* und *Hardy* ausgeglichene Sterblichkeitstafel der I. Gefahrenklasse benützt.

An Todesfällen wurden gezählt: In der I. Gefahrenklasse 192, von welchen 6 zweifach und 1 dreifach versichert waren, so daß sich die Anzahl der Toten, der Aggregattafel auf 200 stellt.

In der II. Gefahrenklasse gab es 44 Todesfälle von lauter einfach versicherten Personen.

Endlich wurde auch eine Aufstellung der Todesfälle nach Todesursachen und Minderwertigkeitsgründen veranlaßt.

Angefügt sind:

Eine Ansicht der Vorder- und Rückseite der verwendeten Zählkarte und die folgenden

T a b e l l e n.

Tab. I u. II. Sterblichkeitstafeln der Gefahrenklassen I und II.

Tab. III. Eine Nachweisung der Sterblichkeit nach Versicherungsjahren. (Beobachtungszahlen und Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten in zehnjährigen Altersgruppen und zwar für die Gefahrenklassen I und II, sowie für jene drei Gruppen der Gefahrenklasse I, welche sich nach den

Minderwertigkeitsgründen: Hereditäre Belastung, ungünstige persönliche Anamnese und ungünstiger status praesens ergeben.)

Tab. IV. Ein Vergleich der in den einzelnen Gruppen der Gefahrenklasse I und in der Gefahrenklasse II beobachteten, mit der auf Grund der ausgeglichenen Sterblichkeitstafel der Gefahrenklasse I berechneten Sterblichkeit.

Tab. V u. VI. Ein Ausweis der Todesfälle in den beiden Gefahrenklassen nach Todesursachen und Minderwertigkeitsgründen.

Tar.

Pol. Nr. Gef. Kl.

Name:

Beruf

Beruf:

Wohnort: Land:

Datum	Jahr	Monat	Tag	fällig: endet: 19	Laufzeit		
des Austrittes	19				Jahr	Monat	Tag
„ Eintrittes	19			Beobachtungs- dauer			zum
der Geburt				Eintritts- alter			
Austrittsalter				Austritts- alter			
Storniert: wegen							Todesurs.
Todesursache:							

Alter			Prämienzahlung				
b. Storno	p. 1. Juni 1908	b. Eintritt	Termin	K	h	Erste	inkl.
K		h	p	pro Jahr		Storno	inkl.

Einteilungsgrund.

Anamnese	Vater gest..... Jahre alt an..... Heredität: Mutter " " " " " " " " " " " " " "	
	Überstandene Krankheiten:	
Status praesens	Ernährung:	
	Körperbau:	
	Beschäftigung:	
	Nachweisbare Krankheiten	Abnorme Zustände
Atmungs- apparat		
Zirkulations- apparat		
Unterleib		
Harn- und Geschlechtsorgane		
Nerven und Sinnes- organe		
Sonstige Ursachen		

Körperlänge:cm, Brustumfangcm biscm.

Tabelle I.

Sterblichkeitstafel der Gefahrenklasse I.

Alter	Tote Θ_x	Unter ein- jähriger Beob- achtung E_x	Sterbens- wahrscheinlichkeit q_x		Alter	Tote Θ_x	Unter ein- jähriger Beob- achtung E_x	Sterbens- wahrscheinlichkeit q_x	
			unausge- glichen	ausge- glichen				unausge- glichen	ausge- glichen
19	—	3	—	—	49	5	318	0·01572	0·01516
20	—	8	—	0·00596	50	4	287	01394	01615
21	1	25	0·04000	00602	51	5	273	01832	01723
22	1	53	01887	00608	52	6	246	02439	01843
23	—	117	—	00616	53	4	219	01826	01975
24	1	180	00556	00624	54	3	205	01463	02120
25	2	319	00627	00633	55	3	193	01554	02279
26	4	432	00926	00642	56	4	180	02222	02454
27	1	534	00187	00653	57	8	156	05128	02647
28	2	620	00323	00665	58	2	119	01681	02858
29	3	683	00439	00678	59	3	115	02609	03091
30	6	745	00805	00693	60	2	106	01887	03347
31	5	768	00651	00709	61	1	91	01099	03628
32	4	769	00520	00726	62	3	77	03896	03936
33	8	785	01019	00745	63	—	68	—	04274
34	7	802	00873	00767	64	—	58	—	04646
35	9	792	01136	00790	65	3	44	06818	05053
36	5	757	00661	00816	66	1	27	03704	05500
37	7	731	00958	00844	67	1	26	03846	05990
38	8	673	01189	00875	68	4	26	15385	06527
39	6	672	00893	00910	69	1	15	06667	07114
40	6	663	00905	00948	70	—	9	—	07757
41	7	618	01133	00989	71	1	5	20000	08460
42	12	574	02091	01035	72	—	3	—	09228
43	6	543	01105	01086	73	—	2	—	10067
44	6	477	01258	01141	74	—	2	—	10982
45	2	444	00450	01203	75	—	2	—	11979
46	3	416	00721	01270	76	—	1	—	13064
47	6	391	01535	01344	77	—	1	—	14244
48	8	360	02222	01426					

Tabelle II.

Sterblichkeitstafel der Gefahrenklasse II.

Alter	Tote Θ_x	Unter einjähriger Beob- achtung E_x	Sterbens- wahr- schein- lichkeit q_x	Alter	Tote Θ_x	Unter einjähriger Beob- achtung E_x	Sterbens- wahr- schein- lichkeit q_x
21	—	2	—	47	2	91	0.02198
22	—	3	—	48	3	97	0.03093
23	—	9	—	49	1	99	0.01010
24	—	18	—	50	1	93	0.01075
25	—	38	—	51	1	95	0.01053
26	—	51	—	52	—	77	—
27	—	82	—	53	1	74	0.01351
28	—	88	—	54	5	72	0.06944
29	—	112	—	55	3	62	0.04839
30	2	111	0.01802	56	1	58	0.01724
31	—	110	—	57	1	52	0.01923
32	—	111	—	58	—	41	—
33	1	104	0.00962	59	1	43	0.02326
34	—	122	—	60	2	35	0.05711
35	—	133	—	61	—	33	—
36	—	127	—	62	2	28	0.07143
37	1	120	0.00833	63	—	20	—
38	1	105	0.00952	64	—	18	—
39	2	88	0.02273	65	2	17	0.11765
40	—	84	—	66	—	11	—
41	—	89	—	67	—	9	—
42	2	93	0.02151	68	1	9	0.11111
43	2	102	0.01961	69	—	7	—
44	2	91	0.02198	70	—	4	—
45	1	91	0.01099	71	—	4	—
46	3	88	0.03409				

Tabelle III.

Sterblichkeit nach Versicherungsjahren. (Beobachtungszahlen und unausgeglichene Sterbenwahrscheinlichkeiten)

Ver- sicherungs- jahr	Gefahrenklasse I												Gefahrenklasse II			
	insgesamt			Gruppe I Hereditäre Belastung			Gruppe II Ungünstige persönliche Anamnese			Gruppe III Ungünstiger status praesens						
	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	
	Beitrittsalter von 25 bis 34 Jahren.															
1	9	1944	0.00463	3	791	0.00379	—	220	—	6	933	0.00643	—	349	—	
2	11	1525	0.00721	5	621	0.00805	1	173	0.00578	5	731	0.00684	—	240	—	
3	9	1203	0.00748	2	486	0.01412	—	144	—	7	573	0.01222	—	170	—	
4	9	927	0.00971	4	374	0.01069	1	116	0.00862	4	437	0.00915	1	125	0.00800	
5	6	720	0.00833	3	298	0.01007	1	86	0.01163	2	336	0.00595	2	89	0.0247	
6	4	575	0.00696	—	238	—	—	63	—	4	274	0.01460	—	68	—	
7	6	441	0.01361	2	175	0.01143	3	45	0.06667	1	221	0.0152	3	48	0.06250	
8	2	313	0.00639	—	118	—	—	28	—	2	167	0.01198	—	39	—	
9	4	239	0.01674	—	88	—	1	22	0.04545	3	129	0.02326	—	29	—	
10	1	165	0.00606	—	55	—	—	16	—	1	94	0.01064	—	11	—	
11	5	105	0.04762	1	36	—	2	12	0.16667	2	57	0.03509	—	2	—	
12	1	42	0.2381	1	19	0.5263	—	2	—	—	21	—	—	1	—	
Beitrittsalter von 35 bis 44 Jahren.																
1	9	1331	0.00676	2	487	0.0111	2	193	0.01036	5	651	0.00768	1	280	0.00357	
2	8	1017	0.00787	4	358	0.01117	—	160	—	4	499	0.00802	3	201	0.01493	
3	5	799	0.00626	—	270	—	1	133	0.00752	4	396	0.01010	1	144	0.00694	
4	8	609	0.01314	3	204	0.01314	2	102	0.01961	3	303	0.00990	1	103	0.00971	
5	7	459	0.01525	1	152	0.00558	1	76	0.01316	5	231	0.02165	1	76	0.01316	
6	10	348	0.02874	5	116	0.04310	2	59	0.0390	3	173	0.01734	—	63	—	
7	5	259	0.01931	1	79	0.01266	1	45	0.2222	3	135	0.02222	3	51	0.5882	
8	3	188	0.01596	2	62	0.03226	—	32	—	1	94	0.01064	1	41	0.02439	
9	2	141	0.01418	—	43	—	—	22	—	2	76	0.02632	1	32	0.03125	
10	4	98	0.04082	1	32	0.03125	1	13	0.07692	2	53	0.03774	1	23	0.0318	
11	2	53	0.3774	—	21	—	—	7	—	2	25	0.8000	—	10	—	
12	—	22	—	—	13	—	—	3	—	—	6	—	—	5	—	

Ver- sicherungs- jahr	Gefahrenklasse I										Gefahrenklasse II			
	Gruppe I Hereditäre Belastung					Gruppe II Ungünstige persönliche Anamnese					Gruppe III Ungünstiger status praesens			
	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	E _x	q _x	Θ _x	q _x
Beitrittsalter von 45 bis 54 Jahren.														
1	6	647	0·00927	1	167	0·00599	1	107	0·00935	4	373	0·01072	3	0·01085
2	8	500	0·01600	—	130	—	2	78	0·02564	6	292	0·02055	2	0·01481
3	9	379	0·02375	2	92	0·02174	2	61	0·02719	5	226	0·02212	2	0·01905
4	4	280	0·01429	2	76	0·02632	1	45	0·02222	1	159	0·00629	3	0·03333
5	3	203	0·01478	1	56	0·01786	—	28	—	2	119	0·01681	1	0·01408
6	1	159	0·00629	—	44	—	—	21	—	1	94	0·01064	1	0·01818
7	3	118	0·02542	—	34	—	—	15	—	2	69	0·02899	3	0·06667
8	4	93	0·04301	3	26	0·02941	—	12	—	1	55	0·01818	—	—
9	2	66	0·03030	1	18	0·05556	—	11	—	1	37	0·02703	1	0·02941
10	2	43	0·04651	2	9	0·02222	—	9	—	—	25	—	—	—
11	1	29	0·03448	—	5	—	—	6	—	1	18	0·05556	—	—
12	1	17	0·05882	—	4	—	1	3	0·03333	—	10	—	—	—
Beitrittsalter von 55 bis 64 Jahren.														
1	1	212	0·00637	—	41	—	—	14	—	1	157	0·00637	1	0·01538
2	5	170	0·02941	2	32	0·02550	—	11	—	3	127	0·02362	1	0·01818
3	3	116	0·01724	1	18	0·03556	—	8	—	1	90	0·01111	1	0·02326
4	2	85	0·02353	—	14	—	—	7	—	2	64	0·0125	1	0·03704
5	3	66	0·04545	1	9	0·01111	—	7	—	2	50	0·04000	1	0·05263
6	2	48	0·04167	—	6	—	—	5	—	2	37	0·05405	1	—
7	3	34	0·08824	—	4	—	—	4	—	3	26	0·11538	1	0·02550
8	1	25	0·04000	—	4	—	—	3	—	1	18	0·05556	2	0·01882
9	1	11	0·05556	—	3	—	—	2	—	1	12	0·08333	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	7	—	1	25000
11	—	4	—	—	—	—	—	1	—	—	3	—	—	—
12	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—

Tabelle

Vergleich der beobachteten Zahlen der Sterbefälle Θ_x der drei Gruppen
der ausgeglichenen Sterblichkeitstafel

x	Gefahrenklasse I, Gruppe I				Gefahrenklasse I, Gruppe II			
	E_x	Θ_x	E_{xqx}	$\Theta_x - E_{xqx}$	E_x	Θ_x	E_{xqx}	$\Theta_x - E_{xqx}$
25—29	1008	4	6.63	— 2.63	298	2	1.97	+ 0.03
30	301	3	2.09	+ 0.91	89	—	0.62	— 0.62
31	319	1	2.26	— 1.26	85	1	0.60	+ 0.40
32	326	2	2.37	— 0.37	83	1	0.60	+ 0.40
33	334	2	2.49	— 0.49	86	—	0.64	— 0.64
34	335	2	2.57	— 0.57	94	—	0.72	— 0.72
30—34	1615	10	11.78	— 1.78	437	2	3.18	— 1.18
35	324	4	2.56	+ 1.44	97	2	0.77	+ 1.23
36	302	1	2.46	— 1.46	100	—	0.82	— 0.82
37	281	1	2.37	— 1.37	104	1	0.88	+ 0.12
38	264	4	2.31	+ 1.69	97	—	0.85	— 0.85
39	260	—	2.37	— 2.37	96	2	0.87	+ 1.13
35—39	1431	10	12.07	— 2.07	494	5	4.19	+ 0.81
40	265	3	2.51	+ 0.49	89	1	0.84	+ 0.16
41	239	3	2.36	+ 0.64	92	3	0.91	+ 2.09
42	196	2	2.03	— 0.03	82	2	0.85	+ 1.15
43	177	3	1.92	+ 1.08	79	1	0.86	+ 0.14
44	135	3	1.54	+ 1.46	76	1	0.87	+ 0.13
40—44	1012	14	10.36	+ 3.64	418	8	4.33	+ 3.67
45	130	—	1.56	— 1.56	72	—	0.87	— 0.87
46	128	1	1.63	— 0.63	65	1	0.83	+ 0.17
47	115	2	1.55	+ 0.45	63	2	0.85	+ 1.15
48	106	—	1.51	— 1.51	57	—	0.81	— 0.81
49	91	1	1.38	— 0.38	45	1	0.68	+ 0.32
45—49	570	4	7.63	— 3.63	302	4	4.04	— 0.04
50	77	2	1.24	+ 0.76	48	1	0.78	+ 0.22
51	69	1	1.19	— 0.19	40	1	0.69	+ 0.31
52	60	1	1.11	— 0.11	39	2	0.72	+ 1.28
53	52	2	1.03	+ 0.97	30	—	0.59	— 0.59
54	46	1	0.98	+ 0.02	29	—	0.61	— 0.61
50—54	304	7	5.55	+ 1.45	186	4	3.39	+ 0.61
55	42	1	0.96	+ 0.04	24	—	0.55	— 0.55
56	37	1	0.91	+ 0.09	20	—	0.49	— 0.49
57	36	2	0.95	+ 1.05	20	1	0.53	+ 0.47
58	24	—	0.69	— 0.69	17	—	0.49	— 0.49
59	20	2	0.62	+ 1.38	16	—	0.49	— 0.49
55—59	159	6	4.13	+ 1.87	97	1	2.55	— 1.55
60	19	1	0.64	+ 0.36	15	—	0.50	— 0.50
61	15	1	0.54	+ 0.46	13	—	0.47	— 0.47
62	10	—	0.39	— 0.39	11	—	0.43	— 0.43
63	9	—	0.38	— 0.38	8	—	0.34	— 0.34
64	9	—	0.42	— 0.42	5	—	0.23	— 0.23
60—64	62	2	2.37	— 0.37	52	—	1.97	— 1.97
65	8	1	0.40	+ 0.60	2	—	0.10	— 0.10
66	3	—	0.17	— 0.17	—	—	—	—
67	3	—	0.18	— 0.18	—	—	—	—
68	3	—	0.20	— 0.20	—	—	—	—
69	2	—	0.14	— 0.14	—	—	—	—
65—69	19	1	1.09	— 0.09	2	—	0.10	— 0.10
70—74	1	—	0.08	— 0.08	—	—	—	—
25—74	6181	58	61.69	— 3.69	2286	26	25.72	+ 0.28

IV.

der ersten Gefahrenklasse und der Gefahrenklasse II mit den auf Grund der Gefahrenklasse I berechneten Zahlen $E_x q_x$.

x	Gefahrenklasse I, Gruppe III				Gefahrenklasse II			
	E_x	Θ_x	$E_x q_x$	$\Theta_x - E_x q_x$	E_x	Θ_x	$E_x q_x$	$\Theta_x - E_x q_x$
25—29	1281	6	8.44	— 2.44	371	—	2.46	— 2.46
30	355	3	2.46	+ 0.54	111	2	0.77	+ 1.23
31	364	3	2.58	+ 0.42	110	—	0.78	— 0.78
32	360	1	2.61	— 1.61	111	—	0.81	— 0.81
33	365	6	2.72	+ 3.28	104	1	0.77	+ 0.23
34	373	5	2.86	+ 2.14	122	—	0.94	— 0.94
30—34	1817	18	13.23	+ 4.77	558	3	4.07	— 1.07
35	371	3	2.93	+ 0.07	133	—	1.05	— 1.05
36	355	4	2.90	+ 1.10	127	—	1.01	— 1.04
37	346	5	2.92	+ 2.08	120	1	1.01	— 0.01
38	312	4	2.73	+ 1.27	105	1	0.92	+ 0.08
39	315	4	2.87	+ 1.13	88	2	0.80	+ 1.20
35—39	1699	20	14.35	+ 5.65	573	4	4.82	— 0.82
40	310	2	2.94	— 0.94	84	—	0.80	— 0.80
41	287	1	2.84	— 1.84	89	—	0.88	— 0.88
42	296	8	3.06	+ 4.94	93	2	0.96	+ 1.04
43	287	2	3.12	— 1.12	102	2	1.11	+ 0.89
44	266	2	3.04	— 1.04	91	2	1.04	+ 0.96
40—44	1446	15	15.00	0.00	459	6	4.79	+ 1.21
45	242	2	2.91	— 0.91	91	1	1.09	— 0.09
46	223	1	2.83	— 1.83	88	3	1.12	+ 1.88
47	213	2	2.86	— 0.86	91	2	1.22	+ 0.78
48	197	8	2.81	+ 5.19	97	3	1.38	+ 1.62
49	182	3	2.76	+ 0.24	99	1	1.50	— 0.50
45—49	1057	16	14.17	+ 1.83	466	10	6.31	+ 3.69
50	162	1	2.62	— 1.62	93	1	1.50	— 0.50
51	164	3	2.83	+ 0.17	95	1	1.64	— 0.64
52	147	3	2.71	+ 0.29	77	—	1.42	— 1.42
53	137	2	2.71	— 0.71	74	1	1.46	— 0.46
54	130	2	2.76	— 0.76	72	5	1.53	+ 3.47
50—54	740	11	13.63	— 2.63	411	8	7.55	+ 0.45
55	128	2	2.92	— 0.92	62	3	1.41	+ 1.59
56	123	3	3.02	— 0.02	58	1	1.42	— 0.42
57	99	5	2.62	+ 2.38	52	1	1.38	— 0.38
58	78	2	2.23	— 0.23	41	—	1.17	— 1.17
59	79	1	2.44	— 1.44	43	1	1.33	— 0.33
55—59	507	13	13.23	— 0.23	256	6	6.71	— 0.71
60	73	1	2.44	— 1.44	35	2	1.17	+ 0.83
61	63	—	2.29	— 2.29	33	—	1.20	— 1.20
62	56	3	2.20	+ 0.80	28	2	1.10	+ 0.90
63	51	—	2.18	— 2.18	20	—	0.85	— 0.85
64	44	—	2.04	— 2.04	18	—	0.84	— 0.84
60—64	287	4	11.15	— 7.15	134	4	5.16	— 1.16
65	34	2	1.72	+ 0.28	17	2	0.86	+ 1.14
66	24	1	1.32	— 0.32	11	—	0.61	— 0.61
67	23	1	1.38	— 0.38	9	—	0.54	— 0.54
68	23	4	1.50	+ 2.50	9	1	0.59	+ 0.41
69	13	1	0.92	+ 0.08	7	—	0.50	— 0.50
65—69	117	9	6.84	+ 2.16	53	3	3.10	— 0.10
70—74	20	1	1.74	— 0.74	8	—	0.65	— 0.65
25—74	8971	113	111.78	+ 1.22	3289	44	45.62	— 1.62

Tabelle V.
Todesfälle der Gefahrenklasse I nach Todesursachen und Minderwertigkeitsgründen.

Todesursache	Gesamtzahl der Todesfälle	I. Gruppe: Hereditäre Belastung			II. Gruppe: Ungünstige persönliche Anamnese			III. Gruppe: Ungünstiger Status praesens		
		Anzahl der Toten der Gruppe	Fälle spezialisiert		Anzahl der Toten der Gruppe	Fälle spezialisiert		Anzahl der Toten der Gruppe	Fälle spezialisiert	
			Anzahl	Belastung		Anzahl	Vorkrankheit		Anzahl	Befund
Tuberkulose	65	15	Tuberkulose und Wochenbett		6	Pleuritis oder Pneumonie		21	zu schwach	
		2	unbekannt		4	Coxitis oder dergl.		1	Kyphose	
		1	Gehirn (?)		1	Skrophulose		1	Drüsen-geschwür	
		3	Pneumonie (?)		2	Otitis		1	Herztöne dumpf	
		1	Nephritis		1	Lues		2	nervös	
Krebs	18	1	Krebs		1	Rheumatismus		1	Hornhautentzündung	
		3	unbekannt in höherem Alter		1	Verdauungsstörung		4	zu schwach	
		1	vorzeitiger Tod eines Elternteiles (?)		1	Psoriasis		2	zu dick	
		4			2			2	Skoliose	
								2	Albuminurie	
Krankheiten der Zirkulationsorgane	17							1	beginnend, Emphysem	
		1	Apoplexie					1	Pupillendifferenz	
		1	Alkoholismus					4	zu schwach	
		1	Tuberkulose					2	zu dick	
		1	unbekannt					2	beginnende Atheromatose	
Gehirnkrankheiten*)	16							2	beginnend, Emphysem	
		4	Tuberkulose					2	Neurasthenie	
		1	Herzkrankheit und Pneumonie					1	Kropf	
								6	zu schwach	
								2	Otitis	
								9	Verdacht auf Emphysem	

	12	1	1	Tuberkulose	2	1	Lungenkatarrh Lues	9	4 5	zu schwach beginnende Atheroma- tose
Akute Lungenkrankheiten	12	1	1	Tuberkulose	2	1	Lungenkatarrh Lues	9	4 5	zu schwach beginnende Atheroma- tose
Gehirn-Apoplexie	12	5	1	Apoplexie		1	Rheumatismus (War bei einer frühe- ren Untersuchung zu schwach)		1	zu fett
			2	Tuberkulose	2	1		5	1	Lähmung
			2	unbekannt					3	Störungen im Zirku- lationsapparat
Nephritis	8	4	4	Pneumonie (2 außer- dem Arthritis)	1	1	Bronchialkatarrh	3	1	Struma
									1	Arteriosklerose
Entzündung der Bauchorgane	7	2	1	Tuberkulose	1	1	Pleuritis	4	1	Skoliose
			1	Herzkrankheit					1	zu schwach Kehlkopfkatarrh
Akute Infektionskrankheiten	7	1	1	Tuberkulose (?)	1	1	Gallensteinkolik	5	3	zu schwach zu dick
			1	Herzkrankheit				1	2	zu schwach zu dick
Leberkrankheiten	2	1	1	Herzkrankheit				1	1	zu schwach
Alkoholismus	2	—	—	—	1	1	Hornhautentzündung	1	1	zu schwach
Blutversetzung	2	—	—	—	—	—	—	2	1	zu schwach Habitus phthisicus
Emphysem	1	—	—	—	—	—	—	1	1	Psoriasis
Kropf	1	—	—	—	—	—	—	1	1	Kropf
Selbstmord	4	2	1	Geisteskrankheit Tuberkulose	1	1	Coxitis	1	1	Harnsäure-Diathese
Unfall	17	6	—	—	—	—	—	11	—	—
Verschollen	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Summa	192	59	—	—	28	—	—	105	—	—

*) Interessant ist es, daß bei keinem der an progressiver Paralyse Gestorbenen Lues in der Anamnese angegeben war.

Tabelle VI.
Todesfälle der Gefahrenklasse II nach Todesursachen und Minderwertigkeitsgründen.

Todesursache und Anzahl der Fälle	Nummer	Grund der Minderwertigkeit	
		Heredität	Persönliche Anamnese
Tuberkulose 12	1	Tuberkulose und Krebs	zu schwach, beginnende Atheromatose
	2	Tuberkulose und Krebs	Ernährung schlecht
	3	Zwei Fälle Tuberkulose	Kontakteur
	4	Apoplexie (?)	zu schwach
	5		zu schwach
	6		öfter Rheumatismus
	7		Pleuritis und Pneumonie
	8		Pneumonie
	9		Walzer in einem Eisenwerke
	10		zu schwach (Kassier)
	11		zu schwach, Herzrätigkeit arhythmisch
	12		zu schwach, Steinmetz
Apoplexie 7			engbrüstig, Stationschilfe
			Glasschleifer
	1	Unbekannt	Varices
	2	6 Geschwister an Irrsinn	
	3	Tuberkulose und Apoplexie	Bronchialkatarrh, blutende Hämorrhoiden
	4		Bronchialkatarrh
	5		Abmagerung, Skoliose
	6		Potator
	7		übermäßig fett

Krankheiten der Zirkulationsorgane 4	1	Tuberkulose	Rheumatismus	Alter
	2	Tuberkulose		Herzhypertrophie
	3			zu dick und alt
	4			Trommelfellverdickung
Nephritis 4	1	Tuberkulose	öfter Gelenksrheumatismus	
	2			Kehlkopfkatarrh, Otitis
	3			Fettsucht
	4			Verdacht auf Trunksucht
Progressive Paralyse 3	1	Tuberkulose		zu schwach
	2	Tuberkulose		zu dick, beginnende Atheromatose
	3			zu dick, schwerhörig
	4	ungünstig		chronischer Nikotinismus
Leberkrankheiten 3	1		Pleuritis und Gicht	Herztöne dumpf, Raucher, Psoriasis
	2			zu schwach
	3			mager, Lungenbefund verläßlich
	4	Tuberkulose verläßlich		zu schwach
Krebs 2	1		Lungenkatarrh	nager, Lungenbefund verläßlich
	2			zu schwach
	3			
	4	Herzkrankheit		
Magenkrankheiten 2	1		Blutbrechen, Lungenblutung	
	2			hochgradige Kyphose
	3			zu schwach
	4	Krebs		Neigung zu Katarrhen
Emphysem 1 Pneumonie 1 Blutersetzung 1 Unfall 1	1			schwach
	2	Tuberkulose		schwach, Rachenkatarrh, Herztöne dumpf
	3	Tuberkulose		sehr schwach, Kyphose
	4	Tuberkulose (?)		mager, Rachenkatarrh, dumpfe Herztöne

Is it desirable to divide "under-average" lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

By Ernest Blaschke, Vienna.

Some actuarial associations did not comply with the suggestion, moved by *Dr. Klang* at the Congress of Berlin, of appointing an international committee for examination of the problem of insurance of under-average risks; the said associations maintained the point of view that the theory of probabilities could not give any practical solution of the problem under discussion, considering the small number of risks falling under the same type of impairment. It is to be observed however that such difficulty could easily be removed by combining under-average risks into special classes, instead of dealing separately with every cause of impairment.

The First General Association of Employees in Austria-Hungary (*Erster Allgemeiner Beamtenverein der österr.-ungar. Monarchie*) has indeed cultivated insurance of under-average risks, according to a system of classification established in 1895 by its chief medical examiner, *Dr. Eduard Buchheim*. In base of the said system, under-average risks are to be divided into three special classes:

1. Inferior class, including persons which show morbid determinations resulting from unfavourable features in family history, past diseases and general conditions of life;
2. middle class, including persons affected with dangerous diseases which are of rather lingering than curable nature;
3. superior class, including persons affected with such chronic, disease which will probably result in death (emphysem, heart disease, organic defect of the heart, arteriosclerosis, contraction of the kidney, diabetes, epilepsy, paralysis, biliary or renal calculus, &c.).

The author has established the respective premiums on a partially hypothetical basis with the aid of statistics of death causes for average lives.

The „*Beamtenverein*” has accepted only the risks falling under the first or second class. The experience collected during a period of observation of $12\frac{1}{2}$ years has been placed to the author's disposal. The said experience, having been worked up recently by the Viennese Actuarial Association, embraces: first class, 4967 male risks with 17.828 years of observation and 200 death cases; second class 1079 male risks with 3321 years of observation and 44 death cases.

The mortality table constructed for the first class shows no apparent difference from the table of Austrian insured (male) risks. This appearance being explainable by the short period of observation, the author has modified the mortality rates by omitting the first three years of insurance and increasing all probabilities in the proportion which exists between average probabilities of truncated observation on the one side and average probabilities of total observation on the other. The mortality rates thus arrived at show deviations of about 10%, if compared with the standard table of the „Beamtenverein”

The material of the first class has been divided into three sections, according as the aggravation of risk is due to family history, personal anamnesis or general conditions. The said three sections show uniform mortality curves.

The experience of the first and of the second class has been compared, also in omitting the first three years. The result has proved that the mortality of the second class exceeds about 10—20% the standard table of the „Beamtenverein”.

The effects of medical selection are not the same for the three classes. The best results are given by the risks under-average for general conditions; their mortality does not differ much from that of standards lives. Risks afflicted with hereditary disease show the mean mortality of the first under-average class, whereas the mortality of the risks under-average in due of past diseases is rather similar to that observed in the second class. Summary statistics of death causes prove the possibility of determining the connections between death causes and factors of aggravation.

In general, the examination of obtained results has confirmed the exactness of previous assumptions. The same result is obtained by examining the experience of another Company working on a similar basis (the „Städtische Kaiser-Franz-Josefs-Jubiläums-Lebens- & Renten-versicherungs-Anstalt in Vienna“).

The author concludes from the said facts that the system of classification does indeed accomplish its purpose, avoiding alone the faults inherent to the other systems of treatment of under-average lives. The system of classification sets important tasks to the physician as well as to the statistician and to the actuary.

In order to expose how mortality probabilities for systems of classes of risks can be deduced from experience, the author gives a review on all methods of observation of under-average lives, viz:

1. Taking out determined groups of under-average lives for direct observation of probabilities (method *Westergaard*);

2. observation of refused risks (method *Palme*);
3. analysis of statistics of death causes (method *Blaschke*);
4. observation of under-average risks accepted at increased premiums into the standard class, maintaining hereby the system of classification (Austrian proposition).

The method *Westergaard* is in general scarcely applicable in view of insufficiency of the material available for every cause of impairment.

The method *Palme* does not give rise to classification of risks.

The method *Blaschke*, having already been employed in practice, recommends itself by observation of facts as basis for establishing mortality probabilities.

The Austrian proposition allows to obtain a reliable foundation. The respective examinations would be of double use; they had to substitute on the one hand, in *Blaschke's* method, observation for hypothesis and to prepare on the other the acceptance of risks excluded up to now from insurance, in so far as such acceptance could be done by way of charging extra-premiums, to the rates fixed for observed under-average lives. This way should lead to the utmost limits, practically employable for acceptance.

The very fact that the first examination has already produced a subdivision of the first class of under-average risks into three sections, shows the value of *Buchheim's* system of classification, the possibility of development being the principal condition of every productive scientific plan.

In an appendix to the present report, Mr. *Julius Altenburger* communicates the proceedings of numeration as well as the results obtained. Especially, tables given show mortality causes in connection with factors of aggravation.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par Ernst Blaschke, Vienne.

La suggestion faite par Mr. le *Dr. Klang* au Congrès de Berlin, d'instituer un Comité International pour examiner la question de l'assurance de risques surélevés, n'a pas été approuvée par diverses Associations actuarielles; celles-ci prétendent que le nombre peu im-

portant de risques surélevés appartenant à la même classe, ne permet pas de trouver une solution de notre problème sur base de la théorie des probabilités. Cependant, cette difficulté peut être surmontée, en réunissant les risques surélevés dans des classes distinctes, au lieu de considérer à part les différents motifs d'aggravation du risque.

La Première Association Générale des Employés en Autriche-Hongrie (Erster Allgemeiner Beamtenverein der österr.-ungar. Monarchie) a cultivé l'assurance de risques surélevés sur base d'un système pareil de classes de risques, établi en 1895 par son conseil médical. le *Dr. Eduard Buchheim*. D'après ce système, les risques surélevés sont divisés en 3 classes :

1^o Classe inférieure, comprenant les personnes qui présentent une aggravation du risque par suite de leur hérédité, de maladies précédentes et des conditions générales de leur vie ;

2^o classe moyenne, comprenant les personnes dont la vie est menacée par des infirmités anormales ou par des graves maladies subies, de caractère plutôt latent que passager ;

3^o classe supérieure, comprenant les personnes affectées de maladies chroniques qui, en toute probabilité, entraîneront leur décès (emphysème, maladie du coeur, vitium cordis, artériosclérose, nephrite, diabète, épilepsie, paralyse, calculs biliaires ou néphritiques, etc.).

L'auteur a calculé des primes y afférentes sur des bases partiellement hypothétiques à l'aide de la statistique de causes de décès pour risques normaux. Le „Beamtenverein“ n'a accepté que les risques qui pourraient être compris dans la première ou dans la deuxième classe. Les expériences obtenues pendant une période de 12½ ans ont été mises à la disposition de l'auteur. Ce matériel, examiné récemment par l'Association actuarielle de Vienne comprend : 1^{ère} classe de risques, 4967 têtes (hommes), 17.828 années d'observation, 200 décès ; 2^e classe de risques, 1079 têtes (hommes), 3371 années d'observation, 44 décès.

La table de mortalité dressée pour la première classe ne paraît présenter guère de différences par rapport à la table de mortalité basée sur l'observation de l'ensemble des assurés autrichiens (sexes masculin). Ce fait s'expliquant par la courte durée d'observation, l'auteur a modifié les taux de mortalité, en supprimant les trois premières années d'assurance et en augmentant toutes les probabilités dans la proportion qui existe entre les probabilités moyennes de l'observation raccourcie et les probabilités moyennes de l'observation totale. Les taux de mortalité établis de cette manière diffèrent de 10% environ de la table qui sert de base aux calculs du „Beamtenverein“.

Le matériel d'observation de la première classe de risques a été subdivisé en trois groupes, selon que l'aggravation du risque est

motivée par l'hérédité, par l'anamnèse personnelle ou par les conditions présentes du risque. Dans ces trois groupes, on peut constater une certaine uniformité dans le cours de la mortalité.

Les expériences de la deuxième classe de risques ont été comparées avec celles de la première; cette comparaison a été faite également, en éliminant les premières trois années d'assurance. Il en résulte que la mortalité de la deuxième classe de risques présente une divergence de 10—20 % par rapport aux bases du calcul du „Beamtenverein“.

En ce qui concerne les influences de la sélection médicale, elles sont différentes pour les trois subdivisions de la première classe. Les résultats les plus favorables sont fournis par les risques dont l'aggravation a été attribuée aux conditions présentes; leur mortalité ne diffère que très peu de celle des vies normales. Les risques surélevés à cause d'hérédité présentent la mortalité moyenne de la première classe, tandis que la mortalité des assurés, compris dans la première classe par suite de maladies subies, s'approche plutôt à la mortalité observée dans la deuxième classe de risques. Une statistique sommaire des causes de décès démontre qu'il est possible d'établir des relations entre les causes de décès et les facteurs d'élévation des risques.

En général, les résultats de l'investigation ont confirmé les hypothèses établies en son temps. Le même résultat a été obtenu par une comparaison avec le matériel d'une autre Compagnie, travaillant sur base d'un système identique (la „Städtische Kaiser-Franz-Josephs-Jubiläums-Lebens- und Renten-Versicherungs-Anstalt“ à Vienne). L'auteur conclut que le système de la classification des risques donnera une solution satisfaisante, puisqu'il permet seul d'éviter les erreurs des autres systèmes de traitement de risques surélevés. Dans le système de la classification des risques, des tâches importantes s'imposent tant au médecin qu'au statisticien et à l'actuaire.

Pour démontrer de quelle manière les probabilités de décès pour un système de catégories de risques peuvent être déduites de l'expérience, l'auteur donne ci-après un aperçu succinct sur les diverses méthodes de l'assurance de risques tarés:

1° Le choix de groupes déterminés de risques surélevés, pour établir les probabilités par observation directe (méthode *Westergaard*);

2° l'observation des risques refusés (méthode *Palme*);

3° l'analyse de la statistique des causes de décès (méthode *Blaschke*);

4° l'observation, sur base d'une classification des vies assurées acceptées jusqu'à présent dans la classe normale à conditions aggravantes (proposition autrichienne).

La méthode *Westergaard* n'est en général guère acceptable, vu l'insuffisance du matériel qui pourrait servir de base à l'observation dans chaque groupe de risque surélevés (cause d'aggravation).

La méthode *Palme* ne permet pas d'établir des catégories de risques.

La méthode *Blaschke* a déjà été employée pratiquement; d'après les résultats obtenus, elle peut être recommandée comme base pour la détermination des probabilités des décès.

La proposition autrichienne permet de créer un fondement sûr. L'investigation y afférente serait d'une double utilité; d'un côté, elle remplacerait par l'observation les hypothèses de la méthode de *Blaschke*; de l'autre elle préparerait l'acceptation de risques dangereux actuellement non-admis, en tant que cette acceptation pourrait se faire par l'application de chargements aux primes qui seront stipulées pour les risques surélevés soumis à l'observation.

De cette manière, on arriverait aux dernières limites, pratiquement applicables, de l'acceptation.

Le fait que la première investigation a déjà amené une subdivision de la première classe de risque en trois sections, démontre évidemment la valeur du système de classification établi par *Dr. Buchheim*; c'est la possibilité d'un développement qui doit être considérée comme condition essentielle d'un bon système scientifique.

Dans un annexe au présent rapport, *Mr. Julius Altenburger* expose le procédé de dépouillement observé ainsi que les résultats obtenus. Notamment, le lecteur trouvera des tables, indiquant les causes de décès par rapport aux facteurs d'aggravation.

È da raccomandarsi la determinazione di una speciale classificazione di rischi per l'assunzione di persone che secondo le norme ora in uso non sono assicurabili (rischi anormali) ed in caso affermativo come sono da determinarsi le relative basi scientifiche?

Ernesto Blaschke, Vienna.

La proposta del signor *Dott. Klang* al Congresso di Berlino del 1906 di istituire un Comitato Internazionale per lo studio del problema dei rischi scadenti non ha incontrato l'approvazione di diverse Associazioni Attuariali, pretendenti che l'esiguo numero dei sopra-rischi di una stessa classe non permetta di trovare una soluzione del

nostro problema sulla base della teoria delle probabilità. Ciò nonostante una tal difficoltà può venir superata, riunendo i rischi scadenti in classi distinte, invece di considerare a parte i differenti motivi di peggioramento del rischio.

La Prima Associazione Generale fra gli Impiegati d'Austria-Ungheria (*Erster Allgemeiner Beamtenverein der österr.-ungar. Monarchie*) ha coltivato l'assicurazione dei rischi scadenti sulla base appunto di un sistema di classi di rischio, stabilito nel 1895 dal suo Consulente Sanitario il *Dott. Edoardo Buchheim*. Secondo questo sistema i rischi avariati vengono raggruppati in tre classi:

1.^o *Inferiore*, comprendente coloro che presentano un aggravamento di rischio in seguito ad eredità, malattie precedenti o condizioni generali di vita;

2.^o *Media*, comprendente coloro la cui esistenza sia minacciata da infermità anormali o da gravi malattie subite, di natura più latente che passeggera;

3.^o *Superiore*, comprendente coloro che sono affetti da malattie croniche che con tutta probabilità li trarranno alla tomba (enfisema, malattie cardiache, *vitium cordis*, arteriosclerosi, nefrite, diabete, epilessia, paralisi, calcoli biliari o renali, ecc.).

L'Autore ha proceduto al conteggio dei premi relativi su basi parzialmente ipotetiche con l'aiuto della statistica delle cause di decesso pei rischi normali. Il „*Beamten-Verein*“ non ha accettato che i rischi che potevano venir compresi nella prima o nella seconda classe. Le esperienze ottenute in un periodo di 12 anni e mezzo sono state messe a disposizione dell'Autore. Questo materiale, state esaminato recentemente dalla „*Unione Matematico-Statistica*“ dell' „*Associazione Austro-Ungarica delle Compagnie Private d'Assicurazione*“ comprende 1.^o Per la prima classe di rischi: 4967 teste (uomini), 17.828 anni d'osservazione, 200 decessi. 2.^o Per la seconda classe di rischi: 1079 teste (uomini), 3371 annate d'osservazione, 44 decessi.

La tavola di mortalità stabilita per la prima classe non sembra presentare differenza alcuna in rapporto alla tavola di mortalità basata sull'osservazione dell'insieme degli assicurati austriaci di sesso maschile. Spiegandosi questo fatto con la corta durata dell'osservazione, l'Autore ha modificato i tassi di mortalità, sopprimendo i tre primi anni d'assicurazione ed aumentando tutte le probabilità nella proporzione che passa fra le probabilità medie dell'osservazione raccorciata e le probabilità medie dell'osservazione totale. I tassi di mortalità, ottenuti in questa guisa, differiscono del 10^o/o circa dalla Tavola che serve di base ai calcoli del „*Beamten-Verein*“.

Il materiale d'osservazione della prima classe di rischi è stato

suddiviso in tre gruppi, a seconda che l'aggravamento del rischio dipenda da motivi ereditari, da anamnesi personale, o da condizioni presenti del rischio. In questi tre gruppi si può constatare una certa uniformità nel decorso della mortalità.

Le esperienze della seconda classe di rischi sono state comparate con quelle della prima; anche questa comparazione è stata fatta previa eliminazione dei primi tre anni d'assicurazione. Ne è risultato che la mortalità della seconda classe di rischi presenta una divergenza del 10 al 20% in rapporto alle basi di calcolo del „*Beamten-Verein*“.

Per ciò che concerne le influenze della selezione medica, esse sono diverse per le tre suddivisioni della prima classe. I risultati migliori sono stati forniti da quei rischi la cui tara era stata ascritta a condizioni presenti: la loro mortalità non differisce che di pochissimo da quella delle vite normali. I rischi scadenti in seguito ad eredità presentando la mortalità media della prima classe, mentre la mortalità degli assicurati stati inclusi nella prima classe a motivo di malattie subite si avvicina piuttosto a quella osservata nella seconda classe di rischi. Una statistica sommaria delle cause di decesso dimostra che è possibile di stabilire delle relazioni fra esse e le cause di anormalità del rischio.

In generale i risultati dell'investigazione hanno confermato le ipotesi iniziali.

Lo stesso risultato è stato ottenuto mediante una comparazione con il materiale d'un'altra Compagnia, operante sulla base d'un sistema identico (la „*Städtische Kaiser-Franz-Josephs-Lebens- und Renten-Versicherungs-Anstalt*“ di Vienna). L'Autore conclude affermando che il sistema della classificazione dei rischi fornirà una soluzione soddisfacente, poichè è il solo che permetta di evitare gli errori degli altri sistemi di trattamento dei rischi avariati. Nel sistema della classificazione dei rischi, dei compiti importantissimi si impongono al Medico, allo Statistico ed all'Attuario.

Per dimostrare in qual maniera le probabilità di decesso per un sistema di classificazione di rischi possano venir dedotte dall'esperienza, l'Autore passa succintamente in rassegna i diversi metodi d'assicurazione dei rischi avariati.

1° La scelta di gruppi determinati di rischi scadenti; per stabilire le probabilità mediante l'osservazione diretta (metodo *Westergaard*);

2° l'osservazione dei rischi rifiutati (metodo *Palmé*);

3° l'analisi della statistica delle cause di decesso (metodo *Blaschke*);

4° l'osservazione, sulla base d'una classificazione di rischi, delle vite assicurate state accettate sin qui in classe normale a condizioni aggravate (proposta austriaca).

Il metodo *Westergaard* non è in generale accettabile, vista la manchevolezza e l'insufficienza del materiale che dovrebbe servir di base d'osservazione in ciascun gruppo di rischi scadenti (secondo le rispettive cause di tara).

Il metodo *Palme* non permette di stabilire delle categorie di rischio.

Il metodo *Blaschke* ha già avuto applicazioni pratiche: e considerati i risultati ottenuti con il medesimo, esso può venir raccomandato come base per la determinazione delle probabilità di decesso.

La proposta austriaca permette di procurarsi un fondamento sicuro. Le investigazioni che essa comporta sono di doppia utilità: da un lato essa sostituirebbe con *osservazioni* le *ipotesi* del metodo *Blaschke*; dall'altro preparerebbe l'accettazione dei rischi pericolosi attualmente non ammessi, intanto che questa accettazione potrebbe farsi con l'applicazione di addizionali di premio da stipularsi pei rischi scadenti presi in osservazione.

In tal guisa si giungerebbe agli ultimi limiti, praticamente applicabili, dell'accettazione.

Il fatto che la prima investigazione ha già condotto ad una suddivisione della prima classe di rischio dimostra all'evidenza la bontà del sistema di classificazione stabilito dal *Dott. Barthelm*. E cioè la possibilità di sviluppo, che deve venir considerata come condizione essenziale d'un buon sistema scientifico.

In un'Appendice a questo rapporto il signor *Giulio Altenburger* espone come fu eseguito lo spoglio del materiale ed i risultati ottenuti. Il lettore troverà delle tavole indicanti le cause di decesso in rapporto alle cause della tara.

VI. — F₂.

Beitrag zur Versicherung minderwertiger Leben.

Von **Eduard Szancer**, Krakau.

Die Versicherung solcher Leben zu ermöglichen, bei denen der ärztliche Befund, die Anamnese oder die Heredität, eine kürzere Lebensdauer prognostiziert als bei einem normalen Leben, bildet schon seit vielen Jahren das Thema vieler wissenschaftlicher Abhandlungen, die wohl nur deshalb nicht zu greifbaren Resultaten geführt haben, weil es an einem einheitlich aufgebauten Beobachtungsmaterial mangelt, wie auch im Laufe der Zeit die Begriffe über „versicherbar und unversicherbar“ oftmaligen Änderungen unterliegen mußten.

Da die Abgelehnten naturgemäß sich der weiteren Beobachtung ihrer Lebensdauer entziehen, kann die Frage der Versicherung anormalen Leben, bis zur Erlangung eines zur Beobachtung geeigneten Materiales, nur durch die Versicherungstechnik allein gelöst werden, die auf Grund schon bestehender Sterbetafeln, die einen großen Abgang durch Sterbefall aufweisen, eine Prämie und Versicherungsart zu ermitteln hätte, welche die Versicherung solcher Leben ermöglicht, aber auch den Versicherer vor Verlusten schützt.

Es wäre daher nach meiner Ansicht eine derartige Kombination einzuführen, die dem Versicherungsnehmer im Todesfall die Auszahlung der bereits angesammelten Prämienreserve gewährleistet, das eigentliche Risikokapital dagegen, jedoch in voller Höhe, nur dann zur Auszahlung gelangen würde, falls der Sterblichkeitsverlauf im Rechnungsjahre in dieser Versicherungsgruppe es zuläßt.

Zu diesem Behufe müßten sich alle Gesellschaften, die derartige Risiken zu ihren Betrieb aufnehmen wollen, in einen, alle Risikoprämien und Schadenfälle kompensierenden Verband, nach Muster des bewährten Wiener Teilungsvereines, vereinen.

Als Rechnungsgrundlagen würden sich, da eine Einteilung für höhere und niedere Gefahren bestehen müßte, Prof. Dr. E. Blaschkes

„Sterbenswahrscheinlichkeiten rücksichtlich anormaler Risiken“, besonders eignen, welche die Versicherung solcher Leben, die zu normalen oder erhöhten Tarifprämien nicht angenommen werden können, ermöglichen.

Auf Grund dieser, oder je nach Übereinkommen nach anderen strengen Sterbetafeln, wären für alle Verbandsgesellschaften verbindliche Nettoprämientarife aufzustellen und nur die Höhe des Regiekostenzuschlages frei zu geben, von welchem die Verbandskosten zu bestreiten wären.

Die Nettoprämie würde demnach in ihre zwei Bestandteile und zwar in die eigentliche Risiko- und in die Sparprämie zerlegt werden.

Während die Risikoprämie zur Gänze an den Verband behufs Versicherung des eigentlichen Risikos abzuführen wäre, würden dagegen die Sparprämie und die Zinsen beim Hauptversicherer behufs Bildung der Prämienreserve verbleiben.

Über die Zuteilung in die betreffende Gefahrenklasse und über die Aufnahme überhaupt entscheidet auf Grund des Antrages des Gesellschafts-Chefarztes der aus Versicherungsärzten und Aktuaren zusammengesetzte Vorstand des Verbandes.

Im Schadenfalle nun gelangt die volle Prämienreserve sofort zur Ausbezahlung, während die Ausbezahlung des restlichen Versicherungskapitals zur vollen Höhe der versicherten Summe am Schlusse des Rechnungsjahres vom Sterblichkeitsverlauf im Rechnungsjahre abhängen würde. Reicht die eingenommene Risikoprämie zur Deckung aller im Verbande aufgenommenen fälliger Risikokapitalien aus, so werden dieselben den Gesellschaften zur Auszahlung überwiesen.

Ergibt sich ein Überschuß an Prämien, so wird derselbe zur Bildung einer Sicherheitsreserve verwendet, welche zur Ausgleichung von Sterblichkeitsschwankungen zu dienen hätte.

Würden dagegen die Sterblichkeitsergebnisse dem Verbande eine volle Auszahlung der Risikokapitalien nicht ermöglichen, so müßte eine Reduktion derselben im Verhältnisse der Deckungsmittel erfolgen und wäre die Gesellschaft somit nur weiters zur Auszahlung des ihr durch den Verband überwiesenen Betrages und nicht des ganzen Risikokapitals verpflichtet.

Mag diese Methode nicht einfach sein und auch im scheinbaren Gegensatze zu den heutigen bestimmten Leistungen der Gesellschaft stehen, die mit den Versicherungsbedingungen, wenn auch nicht für alle Fälle, gewährleistet sind, so sind dennoch die Vorteile erheblich, da den bisher gänzlich ausgeschlossenen Risiken doch die Wohltat der Versicherung ermöglicht wird. Es ist schwer anzunehmen, daß bei einem großen Material und zutreffender Gefahrenklassenzuteilung,

sowie bei richtiger Prämienbemessung auf Grund strenger Sterbetafeln, größere Abweichungen vorkommen werden, die eine sich konstant wiederholende Reduktion der Versicherungssummen zur Folge hätten.

In den Bedingungen, Tarifen und Polizzen wäre in leichtfaßlicher Weise dieses Versicherungssystem darzustellen, wie auch die Risikokapitalien ziffermäßig auszuweisen, welche im Todesfalle nicht unbedingt zur Auszahlung gelangen können, wobei auch auf die Bestimmungen des Verbandes hingewiesen werden müßte.

Sollte eine derartige Versicherungsart von mehreren in dieser Hinsicht vereinigten Gesellschaften, auf gleichen Grundlagen, durch mehrere Jahre betrieben werden, wobei jede Gesellschaft nur im Regiezuschlag unbeschränkt wäre, so würden die Gesellschaften auf Grund ihrer damit gemachten Erfahrungen wohl in die Lage kommen, diesen Versicherungszweig zu reformieren, zu verbessern, um sodann die freie Versicherungssumme auf das äußerst Notwendigste zu beschränken wie auch dann noch in weiterer Folge die Auszahlung des ganzen Risikokapitals gleich beim Eintritt des Versicherungsfalles zu ermöglichen.

Wie die weiteren schon definitiven Grundlagen zur Versicherung minderwertiger Leben zu gewinnen wären, würden uns die in dem proponierten Versicherungszweig gemachten Erfahrungen belehren, da in diesem die Versicherung aller Risiken ermöglicht wird.

Die bei den meisten gegenwärtigen Rückversicherungsverbänden und auch beim Wiener Teilungsvereine bestehende Verpflichtung, einen gewissen Teil des Risikos stets auf eigene Gefahr zu belassen, veranlaßt oft schon beim Hauptversicherer eine Ablehnung des Risikos, durch welchen Vorgang sich auch die schwache Anteilnahme, z. B. im Wiener Teilungsvereine, an der Versicherung minderwertiger Leben erklären läßt.

On Insurance of under-average lives.

By Edward Szancer, Cracow.

Many scientific investigations have proposed up to now to examine the problem of insurance of under-average risks. In default of uniform classification of the material for experience, they could not lead to practical results.

As evidently the declined risks escape further observation of their life time, the question of insurance of under-average lives can only be solved by actuarial science, until sufficient material for obser-

vation has been collected. In base of existing mortality tables, giving higher mortality rates, actuarial science should determine premiums and methods which allow to carry on insurance of under-average lives in a way consistent with safety on the part of the insurer.

From this point of view, the author suggests to organize on *Association* similar to the Viennese *Union* for distribution of risks (*Wiener Teilungsverein*). All under-average risks should be transferred to the association which had to decide on acceptance and classification of the same. Insurance Companies had to determine, for every class of risks, uniform net premiums calculated according to the principles of the mortality tables of *Professor Blaschke* (or other corresponding tables). No limitations should be imposed to the individual Companies as to the loadings for cost of administration.

From net premiums, the whole risk premiums of original contracts should be transferred to the Association.

Announced death claims should be settled by the Association to the interested Companies at the end of year, provided that risk premiums perceived during the whole year are sufficient to cover the totality of amounts at risk which have fallen due in consequence of losses; in the contrary case the amounts at risk to be paid by the Association should be subject to corresponding reduction.

Accordingly, the obligation of the direct insurer in case of death of the insured, should not extend to settlement of the whole insured amount, but only to the payment of the premium reserve, whereas the amount at risk had only to be adjusted at the years end, under limitation to the sum received by the Company itself from the part of the Association.

If mortality tables are chosen with precaution, considerable reductions of insured amounts will scarcely be necessary, particularly in the case of sufficient guarantee-reserves being accumulated from profits of mortality during favourable years.

The costs of the association should be sustained out of the loadings retained.

As the Association had to embrace all under-average risks of a great number of Companies, the said risks being classified according to a uniform scheme, the proposed system would give at the same time the opportunity of collecting the necessary material for reformation and development of the branch of insurance under discussion.

Note sur l'assurance des risques tarés.

Par Edouard Szancer, Cracovie.

Depuis des années, les investigations sur l'assurance de risques surélevés font l'objet de nombreux travaux scientifiques; jusqu'à présent, on n'a pas encore trouvé des solutions évidentes, vu l'absence d'observations suffisantes qui devraient être basées sur un matériel groupé d'après des principes uniformes.

Comme, évidemment, les risques refusés ne restent pas sous observation pendant la durée ultérieure de leur vie, c'est la science actuarielle seule qui pourrait donner une solution de notre question, en tant qu'on ne dispose pas de matériel suffisant pour procéder aux observations nécessaires. La science actuarielle pourrait établir, sur base de tables de mortalité en usage qui donnent de fortes annulations par suite de décès, des primes et des combinaisons d'assurances qui permettent la souscription de risques pareils, sans infliger des pertes à l'assureur.

A cet effet, l'auteur propose à créer un *Syndicat* d'après le modèle de l'Association Viennoise, ayant pour but la répartition de risques (Wiener Teilungsverein). Tous les risques tarés proposés à une Compagnie quelconque du Syndicat, devraient être transmis au bureau du Syndicat même qui aurait à décider sur l'acceptation de ces affaires et sur leur groupement dans les diverses catégories de risques. Pour chaque catégorie pareille, les Compagnies d'assurances devraient établir des primes nettes uniformes calculées sur base des tables de mortalité dressées par le Professeur *Dr. Blaschke* ou d'autres tables de mortalité convenables. Par contre il n'y aurait aucune restriction en ce qui concerne les chargements à appliquer par les diverses Compagnies en couverture de leurs frais d'administration.

Sur la prime nette de l'assurance principale, le montant total du risque devrait être cédé au Syndicat.

Quant aux sinistres annoncés, les capitaux réassurés (non convertis par la réserve accumulée) ne devraient être payés par le Syndicat aux Compagnies qu'à la fin de l'exercice et à la condition seulement que les primes de risque encaissées pendant l'année soient suffisantes pour faire face à tous les paiements devenus exigibles par suite de décès; dans le cas contraire, on procéderait à une réduction des capitaux réassurés par le Syndicat.

L'assureur principal devrait à son tour ne pas être obligé envers les détenteurs des polices au paiement immédiat des sommes totales assurées. Il faudrait que cette obligation soit limitée au paiement des

réserve de primes disponibles par suite de décès, tandis que le règlement des parties, non couvertes par les réserves, des capitaux assurés ne devrait se faire par les Compagnies qu'après clôture des comptes du Syndicat, moyennant le paiement des sommes qui auront été versées effectivement aux Compagnies de la part du Syndicat.

Pourvu que les Tables de mortalité soient bien choisies, il n'y a pas lieu de craindre des réductions considérables des capitaux assurés, notamment si le Syndicat prend soin d'accumuler des réserves suffisantes dans les années donnant une mortalité inférieure aux prévisions.

Les frais du Syndicat seraient à supporter par les Compagnies sur les chargements perçus pour frais d'administration.

Etant donné que, d'après les propositions précédentes, les risques surelevés, acceptés par un grand nombre de Compagnies, seraient réunis dans les mains du Syndicat et groupés d'après un système homogène, on aurait l'occasion en même temps de observer le matériel nécessaire pour pouvoir procéder à la réforme et au développement des bases actuarielles de cette gestion d'affaires.

Nota sull'assicurazione dei rischi scadenti.

Edoardo Szancer, Cracovia.

Le ricerche relative alla assicurazione di rischi scadenti formano da anni l'oggetto di numerosi lavori scientifici; ma fino ad oggi non si son trovate ancora delle soluzioni soddisfacenti evidentemente anche per la mancanza di osservazioni sufficienti basate su di un materiale raggruppato secondo un sistema di graduazione uniforme.

Siccome è evidente che i rischi rifiutati non rimangono sotto osservazione per tutta la durata ulteriore della loro vita, così è la Scienza Attuariale soltanto quella che potrebbe fornire una soluzione del nostro problema, fintantochè non si disponga di materiale sufficiente per procedere appunto alle osservazioni necessarie. La Scienza Attuariale potrebbe cioè stabilire, sulla base delle tavole di mortalità già in uso, che danno delle forti annullazioni in seguito a decessi, i premi e le combinazioni d'assicurazione che fossero per permettere l'accettazione di rischi simili senza infliggere delle perdite al l'Assicuratore.

A questo effetto l'Autore propone di creare un *Sindacato* secondo il modello dell'Associazione Viennese, avente per iscopo la ripartizione dei rischi (*Wiener Teilungs-Verein*). Tutti i rischi scadenti, proposti ad una Compagnia qualunque di quelle appartenenti al Sindacato,

dovrebbero venir trasmessi all'ufficio del Sindacato stesso, che avrebbe da decidere sull'accettazione di questi affari e sul loro raggruppamento nelle diverse categorie di rischio. Per ciascuna di queste categorie le Compagnie d'Assicurazione dovrebbero stabilire dei premi *netti* uniformi, calcolati sulla base delle tavole di mortalità compilate dal Prof. Dr. Blaschke, o di altre convenienti. All'incontro non dovrebbe sussistere alcuna restrizione relativamente alle addizionali da applicarsi dalle diverse Compagnie a copertura delle loro spese d'amministrazione.

Il montante totale del rischio dovrebbe venir ceduto al Sindacato sulla base del premio netto dell'assicurazione diretta.

Per ciò che è dei sinistri annunciati, i capitali riassicurati (non coperti dalla riserva accumulata) non dovrebbero venir pagati dal Sindacato alle Compagnie che alla fine dell'esercizio ed alla condizione soltanto, che i premi di rischio incassati durante l'annata siano sufficienti per far fronte a tutti i pagamenti divenuti esigibili in seguito ai decessi; in caso contrario si procederebbe ad una *riduzione* dei capitali stati riassicurati dal Sindacato.

L'Assicuratore principale o diretto dovrebbe a sua volta non essere obbligato verso i detentori delle Polizze al pagamento immediato delle somme totali assicurate. Occorrerebbe cioè che quest'obbligo fosse limitato al pagamento delle riserve di premi disponibili in seguito ai decessi, mentre la regolazione di quelle parti dei capitali assicurati *non coperte dalle riserve* non dovrebbe farsi dalle Compagnie che *dopo* la chiusura dei conti del Sindacato e precisamente mediante il pagamento delle somme, che saranno state versate effettivamente alle Compagnie dal Sindacato medesimo.

Purchè le Tavole di Mortalità siano ben scelte non vi è da temere cosiderevoli riduzioni dei capitali assicurati, segnatamente se il Sindacato si prenda la cura di accumulare delle riserve sufficienti nelle annate di mortalità inferiore alle previsioni.

Le spese del Sindacato sarebbero naturalmente da sopportarsi dalle Compagnie sulle addizionali state percepite per spese d'amministrazione.

Dato dunque che, secondo quanto proposto precedentemente, i rischi scadenti stati accettati da un gran numero di Compagnie verrebbero a trovarsi riuniti nelle mani del Sindacato in questione e raggruppati secondo un sistema omogeneo, si avrebbe così anche occasione e modo di procurarsi il materiale necessario per poter procedere alla riforma ed allo sviluppo delle basi attuariali per la gestione di questi affari.

VI. — G₁.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par **Karl Englund**, Stockholm.

Dans le programme scientifique du Congrès, le thème en question est commenté de la façon suivante: „Il s'agit de faire profiter du bénéfice de l'assurance les risques qui actuellement en sont exclus, ainsi que de remplacer par des augmentations de primes calculées scientifiquement les surprimes souvent arbitraires appliquées jusqu'à présent aux risques tarés.“ C'est surtout la dernière partie de cette remarque qui a donné lieu aux considérations suivantes.

Que faut-il entendre par une base *scientifique* pour l'assurance des risques tarés, ou pour l'assurance-vie en général, en se bornant à considérer la fixation des primes seulement en tant qu'elle dépend de la mortalité? On répondra en général: Cette base scientifique consiste en l'application de tables indiquant exactement la mortalité effective des diverses catégories d'assurés possédant la même mortalité. Jusqu'à quel point est-il possible de répartir la totalité des assurés en de telles classes, de manière à ce que chaque classe présente une mortalité qui diffère de celle de toutes les autres classes? Nous ne serons probablement jamais en état d'y répondre. Une différenciation hypothétique poussée à l'extrême finit par établir autant de groupes qu'il existe d'individus. La forme définitive des diverses tables de mortalité serait alors la suivante: l'individu A, âgé de x ans, meurt à l'âge de y ans. Ou, en d'autres termes, le taux de mortalité du groupe en question est de 0‰ entre x ans et y ans; à y ans il est de 1000‰ . Ceci posé, les versements de la personne A, concluant une assurance sur la vie entière de 1000 fr., doivent être fixés de manière à ce

qu'ils correspondent à un capital de 1000 fr. payable dans $(y-x)$ ans comptés depuis la conclusion du contrat d'assurance.

Il est vrai que nous sommes ici en présence d'un simple jeu d'imagination; mais il serait bien utile d'y accoutumer notre pensée. Car il me semble que l'on n'a pas en général assez clairement reconnu que notre science en matière de la mortalité des diverses catégories d'assurés subit un développement incessant. En effet, cette science ne s'arrêtera jamais à une limite définitive; elle progresse continuellement à mesure que l'investigation sur la mortalité se porte sur des catégories de risques de plus en plus restreintes.

La Science exige une différentiation des groupes de risques poussée le plus loin possible; et elle n'hésiterait pas à accepter comme base de calcul le groupement hypothétique précédemment mentionné: chaque tête constitue un groupe spécial. La solution qui serait donnée ainsi au problème posé serait évidemment contraire à l'idée même de l'assurance.

Il en résulte que la Science par elle-même ne fournit pas de solution définitive de notre problème. Il faut envisager ce problème comme essentiellement de nature pratique. Aussi il admet, à mon avis, plusieurs solutions satisfaisantes, suivant la manière dont on se figure le groupement des risques en classes spéciales. En procédant à ce groupement, il n'est pas possible d'éviter un certain arbitraire; et, comme il vient d'être montré, la Science ne fournit pas de réponse à la question de savoir jusqu'à quelle point il faut pousser la classification des risques.

Pour mieux faire concevoir l'existence d'une multiplicité de solutions de notre problème, je suppose que l'on détache une certaine classe de risques tarés, composée de telle manière qu'à chaque âge d'entrée correspond une courbe de mortalité qui va d'abord en descendant et plus tard en remontant.¹⁾ Il semble alors rationnel d'exiger une surprime temporaire pour ces risques-là ou d'appliquer quelque autre méthode tenant compte du caractère particulier des risques en question. D'autre part, si l'on se représente les groupes correspondant aux divers âges d'entrée agglomérés de façon à ne former qu'un seul groupe, il est probable que la mortalité calculée pour cette agglomération des petits groupes sera indiquée par une courbe de type ordinaire, c'est-à-dire par une courbe qui va toujours en remontant. On pourra tout aussi bien choisir la mortalité indiquée par cette dernière courbe comme

¹⁾ Quant aux courbes de mortalité de forme singulière, on consultera avec intérêt le rapport de *M. Burn*, présenté au 5:me Congrès International des Actuaires à Berlin en 1906 (Voir *Berichte etc. des Fünften Internationalen Kongresses für Versicherungs-Wissenschaft*, tome I, p. 205).

base du calcul des primes. Il est donc, au point de vue technique, admissible d'assurer tous les risques en question en supposant que le taux de mortalité va toujours en croissant, ce qui permet l'application d'une prime surélevée constante. On ne pourra pas condamner cette méthode comme erronée, bien qu'il soit vrai quelle est moins rationnelle que la première.

Etant donné que l'on ne peut pas parler d'une solution unique de notre problème, il me semble recommandable de procéder, en cherchant à établir des bases pour l'assurance des risques tarés, d'une manière assez sommaire.¹⁾ En fixant ces bases, il importe en premier lieu de veiller à ce que la solidité de l'entreprise d'assurances ne soit aucunement menacée. Cependant, il me semble convenable de procéder plutôt libéralement que rigoureusement en fixant les restrictions dont il s'agit. Car il faut avouer que nos expériences en ce qui concerne la mortalité des assurés en question fournissent une base de calcul bien hypothétique et incertaine; les progrès de l'hygiène et de la science médicale, entre autres, y contribuent évidemment beaucoup. Il serait désirable, dans l'intérêt même de la popularité de l'industrie d'assurances-vie, que les restrictions ne frappassent que les individus dont la tare est *manifeste*. Or, il faut sans doute renoncer à la réalisation complète de cette idée, dans l'intérêt de la solidité des Compagnies.

Bien qu'il ne soit pas recommandable de faire une application trop rigoureuse des expériences fournies par les recherches statistiques effectuées dans le domaine des risques tarés, il est évident que ces expériences possèdent une grande valeur, et que, dans la pratique des Compagnies, il est utile de les consulter. Aussi est-il de bonne politique que les Compagnies se livrent de temps en temps à des investigations statistiques en vue d'enrichir notre science sur ce sujet. En outre, il me semble désirable que toutes les Compagnies, ou au moins celles qui fonctionnent dans une même région s'entendent pour appliquer des règles uniformes en fixant les conditions restrictives pour les risques surélevés.

Je me suis en premier lieu occupé de la dernière partie de la question posée. Quant à la première partie, je me bornerai à y répondre tout brièvement: c'est le devoir des Compagnies d'assurances sur la vie de procéder successivement, tout en usant d'une certaine prudence, à l'assurance des têtes qui antérieurement en étaient exclues. Les bases adoptées pour l'assurance de ces risques seront de prime abord forcément

¹⁾ Au Congrès de Berlin en 1906, j'ai eu l'occasion de dire quelques mots au sujet de la forme qu'il conviendrait de donner à ces bases. (Voir *Berichte etc. des Fünften Internationalen Kongresses für Versicherungs-Wissenschaft*, tome III, p. 139).

peu rationnelles; mais à mesure que la mortalité de ces nouvelles catégories d'assurés deviendra connue, les Compagnies auront l'occasion d'améliorer les bases du calcul des surprimes correspondantes.

Les considérations précédentes on surtout visé à faire ressortir le caractère chimérique du but vers lequel on sera entraîné, si, dans la question posée, on consulte uniquement la Science; pour telle raison, on dira peut-être que ces considérations sont pessimistes. Je suis d'avis qu'elles sont plutôt optimistes. En effet, comme il a été montré, elles justifient un procédé assez sommaire et un certain opportunisme dans le traitement du problème de l'assurance des risques tarés, et elles nous dispensent de chercher trop anxieusement à établir des méthodes qui nous paraissent, au point de vue scientifique, plus satisfaisantes que celles auxquelles nous sommes actuellement parvenus.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahenden Falles die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von Karl Englund, Stockholm.

Der Autor gelangt zu den folgenden Schlüssen:

Die Wissenschaft an sich führt zu keiner endgültigen Lösung des Problems der Versicherung minderwertiger Leben. Dieses Problem muß als ein dem Wesen nach praktisches betrachtet werden. Auch gibt es nach Ansicht des Verfassers mehrere zufriedenstellende Lösungen, je nachdem man sich die Risiken nach verschiedenen Klassen gruppiert denkt. Bei dieser Gruppierung ist es unmöglich, eine gewisse Willkür zu vermeiden. Die Wissenschaft ist nicht imstande, die Frage zu beantworten, bis zu welchem Grade die Klassifikation der Risiken gehen muß.

Da es nicht eine einzige Lösung des Problems gibt, scheint es empfehlenswert, bei dem Bestreben, Grundlagen für die Versicherung minderwertiger Leben festzustellen, auf eine möglichst summarische Weise vorzugehen. Bei der Feststellung dieser Grundlagen muß man in erster Linie darauf bedacht sein, daß die Solidität der Versicherungsunternehmung in keiner Weise gefährdet sei. Dagegen scheint es billig, daß man bei der Feststellung der Beschränkungen, um die es sich handelt, eher liberal als zu streng vorgehe. Es wäre im Interesse der Popularität des Lebensversicherungswesens wünschens-

wert, daß die erschwerenden Bedingungen nur jene Personen treffen sollten, deren Minderwertigkeit außer allem Zweifel steht. Auf die vollständige Verwirklichung dieses Wunsches wird man allerdings im Interesse der Sicherheit der Unternehmungen verzichten müssen.

Is it desirable to divide "under-average" lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features, and, if so, in what way should they be classified?

By **Charles Englund**, Stockholm.

The report is summed up by the following conclusions:

Science does not lead by itself to any definite solution of the problem of insurance of under-average risks. This said problem must be considered as an essentially practical one. In the author's opinion, it admits several satisfactory solutions, according as risks are supposed to be classified into different groups. Of course, such classifications can never be made without a certain arbitrariness. It is impossible for science to determine, to what extent classification of risks must be carried on.

Since there is no exclusive solution of our problem, it seems advisable to procede, as far as possible, in a summary way, in establishing principles for insurance of under-average risks. First of all, it is necessary to take care that the security of the insurance Company may not be prejudiced in any case. On the other hand, it seems equitable to fix the limitations rather in a too liberal than in a too severe sense. It would be desirable, in the interest of popularity of the idea of life insurance, to place restrictions only on such risks, which must evidently be considered as impaired (under-average). However, this requirement will never be accomplished to full extent, in the interest of security of life offices.

È raccomandabile di assicurare le vite non ammesse attualmente all'assicurazione (rischi rifiutati) secondo classi speciali di rischio? Ed in caso affermativo come sono da stabilirsene le basi?

Carlo Englund, Stoccolma.

L'Autore arriva alle conclusioni seguenti:

La Scienza in sè stessa non fornisce una soluzione definitiva del problema dell'assicurazione dei „rifiutati“ dall'assicurazione normale. — Occorre considerare questo problema come un problema di natura essenzialmente pratica. Così l'Autore ammette diverse soluzioni, a suo avviso soddisfacenti, seguendo la maniera del raggruppamento dei rischi in classi speciali. Nel procedere a questo raggruppamento è impossibile però di evitare un certo arbitrio. La Scienza non fornisce risposta alla questione di sapere fino a qual punto occorra spingere la classificazione dei rischi.

Dato che non si può parlare di una soluzione unica del problema posto, sembra raccomandabile di procedere, nella ricerca delle basi per l'assicurazione dei „rifiutati“, in modo assai sommario. Fissando queste basi occorre in primo luogo di vegliare affinchè la solidità dell'impresa d'assicurazione non ne venga minacciata, neppur minimamente. — Cionondimeno sembra conveniente di procedere piuttosto liberalmente che rigorosamente nella fissazione delle restrizioni in parola. — Sarebbe desiderabile, nell'interesse stesso della popolarità delle assicurazioni sulla Vita, che le restrizioni non colpissero che gli individui di „tara“ manifesta. — Ma bisogna senza dubbio rinunciare alla realizzazione completa di quest'idea nell'interesse della solidità delle Compagnie.

Wirksamkeit des skandinavischen Komitees für Untersuchungen von nichtnormalen Risiken.

Von **Sven Palme**, Stockholm.

Das skandinavische Komitee für nichtnormale Risiken hat seit dem von mir, in meiner Eigenschaft als Vorsitzender dieses Komitees, dem Kongresse zu Berlin abgestatteten Berichte, ununterbrochen seine Wirksamkeit fortgesetzt.

In meinem Berichte an den Berliner Kongreß erwähnte ich, daß das Komitee seitens der skandinavischen Lebensversicherungs-Gesellschaften den Auftrag erhalten hatte, die Einwirkung von Tuberkulose auf die Lebensversicherung zu untersuchen, und daß das Komitee, ehe es zur Ausführung dieser großen Arbeit auf Basis der Statistik sämtlicher Gesellschaften schritt, sich zu einer Probenuntersuchung auf Grund des Materials einer einzigen Gesellschaft entschlossen hatte. Zu diesem Zwecke wurde das Material der Lebensversicherungs-Aktiengesellschaft „Thule“, Stockholm, als das größte gewählt.

Das Resultat dieser präliminären Untersuchung ließ erkennen, daß der Plan, den sich das Komitee in Bezug auf die Einsammlung und Bearbeitung der Primäraufgaben aufgestellt hatte, sich besonders gut auch für die beabsichtigte große Untersuchung eignen würde. Da indessen die Ausfüllung der Statistikkarten und die damit zusammenhängende, recht detaillierte Gruppierung des Materials eine Arbeit ist, welche sich schwerlich ohne den Beistand eines Arztes ausführen läßt, so ist es klar, daß diese Arbeiten viele Zeit erfordern werden; dieselben werden gegenwärtig mit aller Kraft betrieben, allein es ist nur wenig Aussicht vorhanden, daß dem diesjährigen versicherungswissenschaftlichen Kongresse definitive Resultate hiervon vorgelegt werden können.

Dies dürfte auch nicht — jedenfalls nicht in vollständiger Form — der Fall werden mit einigen anderen der Untersuchungen, welche zur Zeit Gegenstand der Wirksamkeit unseres Komitees bilden, und zwar die *Untersuchungen der Sterblichkeit unter freiwillig Ausgetretenen*.

Ich war in Berlin in der Lage, über diese schon damals geplante Arbeit sowie über die Zwecke, zu deren Erlangung diese keineswegs einfache Untersuchung bewerkstelligt wird, kurz zu berichten. Gleichzeitig wurde von Professor *Dr. Fredholm*, Aktuar der „Skandia“, welcher eines der Mitglieder unseres Komitees ist, über eine ähnliche unter seiner Leitung vor einigen Jahren in der Gesellschaft „Skandia“ vorgenommene Untersuchung berichtet.

Doch können unter allen Umständen einige wenige Mitteilungen dem Kongresse im Monate Juni zugänglich werden.

Untersuchung der Sterblichkeit unter lebens- versicherten Seelenten.

Für die Untersuchungen unseres Komitees wegen der Sterblichkeit unter Seeleuten ist Material von seiten 28 schwedischer, norwegischer, dänischer und finnischer Lebensversicherungs-Gesellschaften abgegeben worden. Das gesamte Material verteilte sich folgendermaßen.

	Anzahl Leben	Davon gestorben	%
Gesundheitszustand normal . . .	13.653	880	6.4
„ nicht normal .	652	53	8.1
Ganzes Material	14.305	933	6.5

Die *normalen Seeleute*, d. h. diejenigen Seeleute, welche bei der Annahme zur Versicherung von normalem Gesundheitszustande waren, wurden darauf mathematischer Behandlung unterworfen behufs Ausrechnung der Sterblichkeitskoeffizienten, welche dann mittels der Formel

$$\log(1 - q_x) = A + Dd^x$$

ausgeglichen wurden.

Da die Resultate indessen bei Anwendung dieser einfachen Formel sich nicht hinreichend genau den unausgeglichenen Koeffizienten an-

passen ließen, wurden sukzessive andere Termen in die Formel eingesetzt, so daß die definitive Ausgleichsformel wie folgt aussah:

$$\log(1 - q_x) = A + Bx + Cx^2 + Dx$$

Durch die Einsetzung in diese Formel von $x = 16, 17, 18, \dots, 75$ und durch die Summierung in Gruppen von je 12 Jahren erhielten wir ein Gleichungssystem, aus dem die folgenden Koeffizienten hergeleitet wurden:

$$\begin{aligned} A &= - 0.0133256 \\ B &= + 0.0006070 \\ C &= - 0.0000101 \\ \log D &= - 11.6101910_n \\ d &= 1.3656703 \end{aligned}$$

Diese Konstanten, welche sich bei angestellten Vergleichen als sehr zweckmäßig erwiesen, wurden beim Ausgleiche angewandt. Ich füge hier eine Liste über die ausgeglichenen Sterblichkeitskoeffizienten für normale Seelente bei

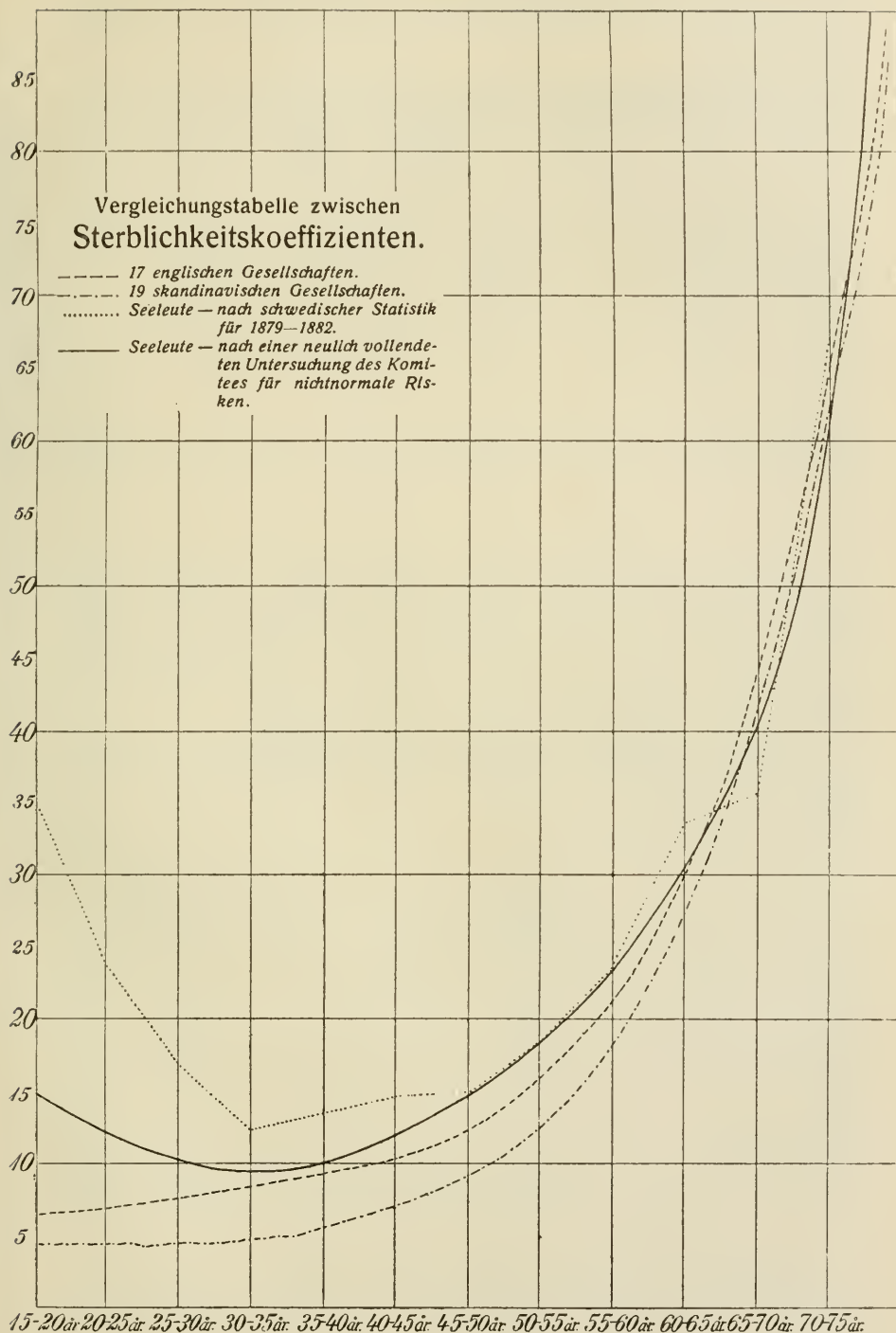
Alter, Jahre	Sterblich- keitskoeff- fizienten $\frac{0}{100}$	Alter, Jahre	Sterblich- keitskoeff- fizienten $\frac{0}{100}$	Alter, Jahre	Sterblich- keitskoeff- fizienten $\frac{0}{100}$
15	14.83	35	10.14	55	23.88
16	14.16	36	10.39	56	25.09
17	13.51	37	10.69	57	26.36
18	12.96	38	11.02	58	27.70
19	12.43	39	11.41	59	29.12
20	11.94	40	11.84	60	30.64
21	11.50	41	12.32	61	32.27
22	11.11	42	12.84	62	34.04
23	10.76	43	13.41	63	35.98
24	10.45	44	14.02	64	38.14
25	10.19	45	14.68	65	40.59
26	9.98	46	15.39	66	43.40
27	9.82	47	16.14	67	46.71
28	9.70	48	16.94	68	50.66
29	9.62	49	17.79	69	55.47
30	9.59	50	18.68	70	61.44
31	9.61	51	19.62	71	68.94
32	9.68	52	20.61	72	78.51
33	9.79	53	21.65	73	90.82
34	9.94	54	22.74	74	106.77

Aus beifolgendem Diagramme (Beilage A) sind diese Sterblichkeitskoeffizienten ersichtlich im Vergleich zu einer ähnlichen graphischen Darstellung, die ich im Jahre 1902 auf Basis einer offiziellen, aus gewissen Gesichtspunkten weniger zufriedenstellenden Untersuchung wegen der Sterblichkeit unter schwedischen Seeleuten im allgemeinen während der Jahre 1878—1882, ausgearbeitet habe. Die beiden Kurven in diesem Diagramme erweisen eine besonders charakteristische Form mit großer Sterblichkeit in früheren Jahren, sodann ein Minimum und schließlich ein langsames Steigen mit Tendenz zum Annähern an, oder vielmehr zum Heruntergehen unter entsprechenden Koeffizienten von sonst angewandten Sterblichkeitstafeln. Die Sterblichkeitskurve der 17 englischen Gesellschaften und daneben eine Kurve, welche die Sterblichkeit nach der Erfahrung 19 skandinavischer Gesellschaften darstellt, sind in das Diagramm vergleichshalber mit aufgenommen.

Nachstehende Liste über Todesursachen für Seeleute erweist mit Deutlichkeit die Hauptursache zu dieser eigentümlichen Form der Kurve. Die vom Komitee behandelten 880 Sterbefälle unter normalen Seeleuten verteilen sich auf folgende Todesursachen:

T o d e s u r s a c h e	Anzahl	%
Ertränken	333	37·8
Sonstige Unglücksfälle	40	4·6
Mord	1	0·1
Selbstmord	18	2·1
Infektionskrankheiten	99	11·3
Krankheiten im Gehirn und im Zentralnervensysteme . . .	47	5·3
Krankheiten im Herz- und Blutgefäßsysteme	61	6·9
Blutkrankheiten	7	0·8
Krankheiten in den Atmungsorganen	124	14·1
Magen-, Darm- und Leberkrankheiten	66	7·5
Krankheiten in den Nieren und in der Blase	24	2·7
Krankheiten in den Knochen und Gelenken	3	0·3
Sonstige angegebene Krankheiten	40	4·6
Nicht angegebene Ursachen	17	1·9
Summe	880	100·0

Hieraus ersieht man, daß 42·4% aller Sterbefälle auf Ertränken und andere Unglücksfälle entfallen. Nachstehende Tafel gibt die



Altersgruppierung der Unglücksfälle an, im Vergleich zu den gesamten Todesursachen.

Altersgruppe	Sämtliche Sterbefälle	Sterbefälle wegen Ertränkens oder anderer Unglücksfälle	Vorige Kolonne in Prozenten von sämtlichen Sterbefällen
15—24	142	85	59.9
25—34	297	150	50.5
35—44	213	92	43.2
45—54	172	39	22.7
55—64	46	7	15.2
65—74	6	—	—
75—79	4	—	—
15—79	880	373	42.4

Da hieraus hervorgeht, daß es in erster Linie weniger gewöhnte jugendliche Personen sind, die den Unglücksfällen zum Opfer fallen, läßt sich schon in diesem Umstande eine Erklärung der großen Sterblichkeit unter jungen Seeleuten erblicken. Hierzu kommt noch die starke Frequenz gewisser, besonders für junge Personen verhängnisvoller Krankheiten, speziell Lungentuberkulose.

Behufs Ermittlung des Sterblichkeitsverhältnisses in den verschiedenen Gruppen von Seelenten wurde das Material in folgender Weise zerstückelt:

Berufsgruppe	Anzahl Leben	won von gestorben	%	Anzahl Leben jeder Gruppe in Prozenten vom gesamten Material
Kapitäne und Steuerleute . .	5.524	514	9.3	40.5
Maschinisten und Heizer . .	1.900	82	4.3	13.9
Sonstige Mannschaften . . .	4.072	217	5.3	29.8
Fischer	1.383	22	1.6	10.1
Lotsen	580	38	6.6	4.3
Sonstiges Material	194	7	3.6	1.4
	13.653	880	6.4	100.0

Nach dieser Zerteilung des Materiales wurden die Sterblichkeitsverhältnisse einer jeden der gesonderten Berufsgruppen, eingeteilt in

Perioden von je fünf Jahren, untersucht, und ist das Resultat aus nachstehender Tafel ersichtlich:

Altersgruppe	Kapitäne, Steuerleute		Maschi- nisten, Heizer		Sonstige Mann- schaften		Fischer		Lotsen		Sonstiges Material	
	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle	Beobachtete Sterbefälle	Berechnete Sterbefälle
15—19	2	2	2	2	26	23	2	4	—	—	—	—
20—24	37	29	9	13	56	53	4	11	3	3	1	1
25—29	78	67	17	25	54	47	6	12	4	6	—	2
30—34	76	71	19	21	30	28	4	8	8	7	1	3
35—39	77	64	12	14	16	18	1	5	2	5	1	2
40—44	72	67	10	10	11	14	4	4	7	6	—	2
45—49	78	70	7	8	10	13	1	2	3	7	3	2
50—54	59	46	2	5	6	9	—	1	3	6	—	1
55—59	19	19	3	2	5	3	—	1	2	4	—	—
60—64	9	11	1	1	2	3	—	—	5	2	—	—
65—69	2	3	—	—	1	1	—	—	1	—	—	—
70—74	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—
75—79	4	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	514	455	82	101	217	212	22	48	38	46	7	13

Nun bestehen einige dieser Berufsgruppen aus so wenigen versicherten Personen, daß die Resultate, insofern diese Gruppen in Frage kommen, schwerlich als maßgebend gelten können. Dagegen dürften die Resultate für ein Paar der Gruppen eine ganz zuverlässige Richtschnur im Betreff der Sterblichkeit bilden. Bemerkenswert ist die recht erhebliche Übersterblichkeit unter „Kapitänen und Steuerleuten“, während „Sonstige Mannschaften“ dagegen eine Durchschnittssterblichkeit zu erweisen haben. Eine detailliertere Kritik der Ziffern ergibt, daß die Übersterblichkeit der ersteren Berufsgruppe mit der fünfjährigen Periode 50—54 aufhört, während schon nach 34 Jahren eine Untersterblichkeit unter „sonstigen Mannschaften“ zu konstatieren ist.

Um auf das gesamte Material wieder zurückzukommen, gestatte ich mir, die zu einem Zinsfuß von 3·5% berechnete Grundtafel hier zu wiedergeben:

Alter, Jahre x	Anzahl Leben- de l _x	Diskon- tierte Zahl der Lebenden D _x	ΣD_x	Vor- schuß- Leib- rente à K 1— a _x	Alter, Jahre x	Anzahl Leben- de l _x	Diskon- tierte Zahl der Lebenden D _x	ΣD_x	Vor- schuß- Leib- rente à K 1— a _x
15	100.000	59.689.17	1,220.766.10	20.452	52	63.008	10.531.75	137.547.58	13.060
16	98.517	56.815.49	1,161.076.93	20.436	53	61.710	9.965.92	127.015.83	12.745
17	97.122	54.116.88	1,104.261.44	20.405	54	60.374	9.420.48	117.049.91	12.425
18	95.809	51.580.20	1,050.144.56	20.359	55	59.001	8.894.95	107.629.43	12.100
19	94.568	49.190.08	998.564.36	20.300	56	57.592	8.388.89	98.734.48	11.770
20	93.393	46.935.99	949.374.28	20.227	57	56.147	7.901.85	90.345.59	11.433
21	92.277	44.807.96	902.438.29	20.140	58	54.667	7.433.39	82.443.74	11.091
22	91.216	42.794.17	857.631.03	20.041	59	53.153	6.983.06	75.010.35	10.742
23	90.203	40.887.86	814.836.86	19.929	60	51.605	6.550.43	68.027.29	10.385
24	89.233	39.080.27	773.949.00	19.804	61	50.023	6.134.99	61.476.86	10.021
25	88.300	37.364.06	734.868.73	19.668	62	48.409	5.736.24	55.341.87	9.648
26	87.400	35.732.52	697.504.67	19.520	63	46.761	5.353.60	49.605.63	9.266
27	86.528	34.179.53	661.772.15	19.362	64	45.079	4.986.44	44.252.03	8.874
28	85.678	32.699.52	627.592.62	19.193	65	43.359	4.634.05	39.265.59	8.473
29	84.847	31.287.40	594.893.10	19.014	66	41.599	4.295.61	34.631.54	8.062
30	84.031	29.938.49	563.605.70	18.825	67	39.794	3.970.21	30.335.93	7.641
31	83.225	28.648.55	533.667.21	18.628	68	37.935	3.656.79	26.365.72	7.210
32	82.425	27.413.69	505.018.66	18.422	69	36.013	3.354.15	22.708.93	6.770
33	81.627	26.230.36	477.604.97	18.208	70	34.016	3.060.96	19.354.78	6.323
34	80.828	25.095.33	451.374.61	17.986	71	31.926	2.775.75	16.293.82	5.870
35	80.025	24.005.63	426.279.28	17.757	72	29.725	2.496.99	13.518.07	5.414
36	79.213	22.958.57	402.273.65	17.522	73	27.391	2.223.14	11.021.08	4.957
37	78.390	21.951.70	379.315.08	17.280	74	24.903	1.952.88	8.797.94	4.505
38	77.552	20.982.75	357.363.38	17.031	75	22.244	1.685.38	6.845.06	4.061
39	76.697	20.049.69	336.380.63	16.777	76	19.408	1.420.78	5.159.68	3.632
40	75.822	19.150.65	316.330.94	16.518	77	16.411	1.160.75	3.738.90	3.221
41	74.924	18.283.95	297.180.29	16.254	78	13.305	909.23	2.578.15	2.836
42	74.001	17.448.05	278.896.34	15.984	79	10.192	672.92	1.668.92	2.480
43	73.051	16.641.55	261.448.29	15.711	80	7.230	461.24	996.00	2.159
44	72.072	15.863.19	244.806.74	15.432	81	4.622	284.91	534.76	1.877
45	71.061	15.111.82	228.943.55	15.150	82	2.566	152.81	249.85	1.635
46	70.017	14.386.41	213.831.73	14.863	83	1.175	67.63	97.04	1.435
47	68.940	13.686.00	199.445.32	14.573	84	415	23.04	29.41	1.276
48	67.827	13.009.74	185.759.32	14.278	85	102	5.50	6.37	1.159
49	66.678	12.356.86	172.749.58	13.980	86	16	0.81	0.87	1.078
50	65.492	11.726.66	160.392.72	13.678	87	1	0.06	0.06	0.982
51	64.269	11.118.48	148.666.06	13.371	88	—	—	—	—
					89	—	—	—	—

Um die Restriktionsmethode beurteilen zu können, welche an Hand der Komiteearbeiten den skandinavischen Lebensversicherungsgesellschaften zur praktischen Anwendung bei der Versicherung von Seelenten vorgeschlagen werden würde, berechneten wir zunächst einige aus den Untersuchungen hergeleitete Prämien. Diese sind zum Zinsfuß von 3·5%₀ ausgerechnet worden.

Eintritts- alter	Gewöhnliche Lebensversicherung				Gemischte Versiche- rung bis erreichte 60 Jahre	
	mit lebenslänglicher Prämie		mit Prämie in 20 Jahren			
	Komitee	17 engl. Ges.	Komitee	17 engl. Ges.	Komitee	17 engl. Ges.
20	15 : 62	13 : 79	23 : 43	21 : 03	365 : 01	344 : 90
30	19 : 30	17 : 97	26 : 98	25 : 52	440 : 23	431 : 18
40	26 : 72	24 : 84	34 : 04	32 : 09	561 : 54	553 : 73

Das Komitee hat von dem Gedanken, die Geschäftsordnung der Gesellschaften durch besondere, ausschließlich für Seeleute bestimmte Prämientarife zu komplizieren, Abstand nehmen wollen und deshalb eine andere Methode in Erwägung genommen.

Man fand, daß vom Alter von 25 Jahren ab die Sterblichkeit unter Seelenten um nur 5 bis 6%₀ diejenige übersteigt, welche aus den Ergebnissen der gemeinsamen skandinavischen (19 skandinavische Gesellschaften) Sterblichkeitsuntersuchungen hervorgegangen ist, und ferner, daß bei höheren Altersklassen dieser Unterschied allmählich abnimmt, um schließlich ganz zu verschwinden. Es wurde außerdem berücksichtigt, daß das Resultat der Komiteeuntersuchungen sich auf einen weit zurückliegenden Zeitraum bezieht mit wesentlich schlechteren hygienischen und anderen Lebensverhältnissen, und daß selbstredend alle derartigen Verhältnisse sich späterhin vielfach gebessert haben; mit diesen Gesichtspunkten vor Augen hat das Komitee einen Vorschlag in Erwägung genommen darauf ausgehend, daß bei Versicherung die Übersterblichkeit unter Seelenten durch eine gewisse, für alle gleiche Zuschlagsprämie von 5%₀ von der Versicherungssumme zu kompensieren sei. Diese Zuschlagsprämie wäre jedoch eventuell

teils nicht zu erheben von Seelenten, welche lediglich heimische Gewässer befahren und

teils gänzlich zurückzuziehen, sobald der Versicherte in anderen Beruf übergang, oder unter allen Umständen bei erreichtem 45. Lebensjahre.

Die oben angegebene Methode ist in ihrer praktischen Anwendung sowohl für die Arbeit der Agenten wie in den Bureaux der Gesellschaften sehr einfach und populär.

Die Behandlung nicht normaler Risiken nach System des Komitees.

Erfahrungen der Lebensversicherungs-Aktiengesellschaft „Thule“ in den Jahren 1903—1907.

Wie ich am Berliner-Kongresse erwähnte, sind mehrere der schwedischen Gesellschaften der vom Komitee im Jahre 1902 vorgeschlagenen Methode für die Behandlung gewöhnlicher nichtnormaler Risiken beigetreten.

Ich möchte daran erinnern, daß diese Methode sich auf einer Untersuchung basierte betreffend die Sterblichkeitsverhältnisse teils unter denjenigen, welche bei skandinavischen Lebensversicherungs-Gesellschaften Versicherung gegen erhöhte Prämien erhalten haben und teils unter solchen, deren Versicherungsantrag von denselben Gesellschaften abgelehnt wurde.

Es stellte sich heraus, daß ein 20%iger Zuschlag zu der Sterblichkeit nach der Tafel der 17 englischen Gesellschaften die Übersterblichkeit der ersteren Gruppe kompensierte und 50% Zuschlag die der letzteren. An Hand dieses Ergebnisses wurden zwei Paralleltarife zu dem von den älteren schwedischen Lebensversicherungs-Gesellschaften gewöhnlich angewandten Prämientarife aufgestellt. Die Restriktion gegenüber nichtnormalen Risiken erfolgt dann in der Weise, daß ein derartiges Risiko Versicherung erlangt, allein anstatt zu normaler Prämie, auf Grund entweder des niedrigeren oder des höheren Paralleltarifes, je nach dem Grade der Abnormität; dies nennt man Versicherung gegen „*niedrigere Erhöhung*“ beziehungsweise „*größere Erhöhung*“ erhalten. Bei Krankheitsanlagen und bei Kränklichkeit einer solchen Natur, daß sie voraussichtlich mit den Jahren aufhören werden, wird dem Versicherten außer der normalen Tarifprämie eine zehnjährige „*niedrigere*“ oder „*größere Zuschlagsprämie*“ auferlegt, entsprechend 20 beziehungsweise 50% von der zehnjährigen Prämie für Versicherung auf kurze Zeit (Temporäre Versicherung). Neben diesen Restriktionsformen werden auch Änderungen der Versicherungsart oder Versicherungsdauer praktiziert, so daß z. B. eine beantragte Kapitalversicherung auf den Todesfall als gemischte Versicherung oder eine gemischte Versicherung mit beantragter langer Versicherungs-

dauer mit Abkürzung der Versicherungszeit akzeptiert wird, oder man bedient sich einer Kombination der hier besprochenen Restriktionsformen.

Nachdem dieses System für die Behandlung nichtnormaler Risiken jetzt seit fünf Jahren von den Gesellschaften benützt wird, hat die Lebensversicherungs-Aktiengesellschaft „Thule“ eine Untersuchung bewerkstelligt bezüglich der Anwendung der hier besprochenen Restriktionsformen auf verschiedene Arten von nichtnormalen Risiken.

Die Anzahl der während der Jahre 1903—1907 eingegangenen Anträge ist 17.498.

Von diesen Anträgen wird ohne Restriktion

angenommen (80·89%) 14.155

mit Restriktion angenommen (13·74%) 2.404

und abgelehnt (5·37%) 939 17.498

Die mit Restriktion angenommenen Anträge verteilen sich wie folgt:

1. Niedrigere Erhöhung (L. f.).
2. Größere Erhöhung (H. f.).
3. Niedrigere Zuschlagsprämie (L. t. p.).
4. Größere Zuschlagsprämie (H. t. p.).
5. Veränderung der Versicherungsart (A. tab.).
6. Veränderung der Versicherungsart + andere Restriktion.
7. Alterserhöhung (Åldersförhöjning) + andere Restriktionen.
8. Andere kombinierte Restriktionen.

Schließlich lasse ich hier ein ausführliches Tableau folgen, wo die benützten Restriktionsformen im Verhältnis zu den verschiedenen Restriktionsursachen zusammengestellt sind.

Mit Restriktion bewilligte Anträge.

Krankheiten und Krankheitsveranlagungen	L. f.	H. f.	L. t. p.	H. t. p.	A. tab.	A. tab. + andere Restrik- tion	Alters- erhöhung + andere Restrik- tion	Andere kombi- nierte Restrik- tionen
	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>I. Angeborene Bildungs- fehler und angeborene Krankheiten.</i>								
Bruch	2	1	1	.
<i>II. Alterskrankheiten.</i>								
Alter	1	.	.
<i>III. Akute Infektions- krankheiten.</i>								
Gelenksrheumatismus . .	18	3	6	.	2	2	.	.
Übrige akute Infektions- krankheiten	2	.	1	.	1	1	.	.
<i>IV. Chronische Infektions- krankheiten.</i>								
Tuberkulose (erbliche Disposition für)	15	4	133	21	2	4	6	3
Lungentuberkulose (geheilt)	23	9	12	9	3	3	2	3
Übrige Tbc.-Fälle	32	6	23	1	3	5	1	.
Syphilis	51	9	.	1	3	4	180	.
<i>V. Konstitutionelle Krankheiten.</i>								
Glykosurie (voraus- gegangene)	12	2	.	.	6	5	2	.
Übrige konstitutionelle Krankheiten	80	18	23	9	56	9	10	1
<i>VI. Chronische Vergiftungs- krankheiten.</i>								
Alkoholmißbrauch	5	2	.	.	26	2	1	.
<i>VII. Geisteskrankheiten.</i>								
Geisteskrankheit (voraus- gegangene)	1	.	.	1	.	.	.
Geisteskrankheit in der Familie	8	1
Transport	248	56	198	41	103	36	203	7

Krankheiten und Krankheitsveranlagungen	L. f.	H. f.	L. t. p.	H. t. p.	A. tab.	A. tab. + andere Restrik- tion	Alters- erhöhung + andere Restrik- tion	Andere kombi- nierte Restrik- tionen
	1	2	3	4	5	6	7	8
Transport	248	56	198	41	103	36	203	7
VIII. Nervenkrankheiten .	8	.	1	.	8	1	.	.
IX. Augenkrankheiten . .	2	.	.	.	1	.	.	.
X. Ohrenerkrankungen . .	83	15	.	.	3	1	1	.
XI. Krankheiten der Zirkulation- sorgane	21	15	2	.	19	23	1	.
XII. Krankheiten der At- mungsorgane.								
Rippenfellentzündung (vorausgegangene) . .	3	4	4	2	.	1	2	.
Übrige Krankheiten der Atmungsorgane etc. . .	17	2	3	.	9	1	.	1
XIII. Krankheiten der Ver- dauungsorgane.								
Magengeschwür, Blut- erbrechung	6	3	1	1
Blinddarmrentzündung (vorausgegangene) . .	10	2	15	2	1	.	.	2
Übrige Krankheiten der Verdauungsorgane . .	12	2	1	.	5	1	1	.
XIV. Krankheiten der Harnorgane.								
Albuminurie	9	.	.	.	11	4	2	.
Übrige Krankheiten der Harnorgane	5	1	.	.
XV. Krankheiten der weib- lichen Geschlechtsorgane	1	1	1	.
XVI. Krankheiten der Be- wegungsorgane und des Beinensystems	8	3	1	.	4	.	.	.
XVII. Hautkrankheiten .	.	1	.	.	1	.	.	1
XVIII. Geschwülste . . .	5	.	1	.	2	.	1	.
XIX. Körperliche Beschä- digung	2	1	.	1
Transport	440	105	227	47	167	69	212	11

Krankheiten und Krankheitsveranlagungen	L. f.	H. f.	L. t. p.	H. t. p.	A. tab.	A. tab. + andere Restrik- tion	Alters- erhöhung + andere Restrik- tion	Andere kombi- nierte Restrik- tionen
	1	2	3	4	5	6	7	8
Transport	440	105	227	47	167	69	212	11
XX. Beruf.								
Seeleute	1	.	611	.
Personen, die mit Be- reitung, Handhaben oder Verkauf von alkoholi- schen Getränken sich beschäftigen	44	.	.	.
Arbeiter (körperl. Arbeit)	1	.	1	.	104	1	1	.
Handelsreisende	20	.	.	.
Verschiedenartiges :								
Disposition für Tbc. in Kombination mit an- deren Krankheiten . .	9	4	13	7	.	5	6	3
Vorausgegangene Tbc. in Kombination mit an- deren Krankheiten	2	1	5	.
Tuberkulose in der Familie in Kombination mit an- deren Krankheiten . .	9	3	46	12	1	.	2	1
Vorausgegangene Pleuritis in Kombination mit an- deren Krankheiten . .	1	1	1	.	1	1	.	.
Syphilis in Kombination mit anderen Krankheiten	2	10	1	.	4	8	38	1
Ohrenerkrankungen in Kombination mit an- deren Krankheiten . .	9	2	.	1	3	3	1	.
Vorausgegangene Albumi- nurie in Kombination mit anderen Krankheiten .	2	1	.	.	4	1	1	.
Verschiedenartige kombinierte Restriktions- ursachen	23	13	9	2	53	8	9	.
Summe	496	139	298	69	404	97	886	16

Zurückgewiesene Versicherungsanträge.

Verdacht der Lungentuberkulose oder Tbc.	149
" " " " " " in Kombination mit anderen Krankheiten	12
Erbliche Disposition für Tbc.	6
" " " " " in Kombination mit anderen Krank- heiten	22
Geheilte Lungentuberkulose	10
" " " in Kombination mit anderen Krank- heiten	4
Übrige Fälle von Tbc. in Kombination mit anderen Krankheiten	24
Tbc. in der Familie	—
" " " " in Kombination mit anderen Krankheiten . .	4
Übrige Lungenkrankheiten in Kombination mit anderen Krankheiten	36
Syphilis	9
" in Kombination mit anderen Krankheiten	43
Organische Herzfehler	88
" " in Kombination mit anderen Krankheiten	13
Übrige Herzkrankheiten in Kombination mit anderen Krankheiten	25
Albuminurie	163
" in Kombination mit anderen Krankheiten	27
Glykosurie	41
" in Kombination mit anderen Krankheiten	5
Arteriosklerose	5
" in Kombination mit anderen Krankheiten	1
Fettsucht (adipositas)	8
" " in Kombination mit anderen Krankheiten	10
Allgemeine Schwäche	13
" " in Kombination mit anderen Krankheiten	2
Alkoholismus	37
" in Kombination mit anderen Krankheiten	3
Ohrenkrankheiten in Kombination mit anderen Krankheiten . .	12
Epilepsie	4
" in Kombination mit anderen Krankheiten	1
Appendicitis	8
" in Kombination mit anderen Krankheiten	3
Nierensteinerkrankung	4
" in Kombination mit anderen Krankheiten	2
Magen- und Darmgeschwür	4
Übrige kombinierte Ursachen der Zurückweisung	65

Summe . . 863

Reassurancen:

a) *Einheimische:*

Unvorteilhafte Prämienbestimmung	3
Andere Ursachen	4

b) *Ausländische:*

Unvorteilhafte Prämienbestimmung	11
Andere Ursachen	32
	<hr/>
Summe	50

Aufgeschobene, und aufs neue während des Jahres behandelt	Summe	26
--	-----------------	----

Activity of the scandinavian Committee for investigations relating to under-average lives.

By **Sven Palme**, Stockholm.

The Skandinavian Committee constituted for examining the question of treatment of under-average risks, is at present occupied with two investigations, one of them referring to the mortality among voluntary withdrawals, the other dealing with influence of tuberculosis on life insurance.

Preliminary examination has been made on basis of the experience which was placed at the Committee's disposal by the Companies „Skandia” and „Thule”. The result of the said preliminary investigations have been submitted, in 1906, to the Congress at Berlin; more especially Professor *Fredholm* (now member of the above Committee) reported on the withdrawn risks of the „Skandia”, whilst Direktor *Palme's* report had reference to the experience of the „Thule” with regard to tuberculosis. Most regrettably, the Committee is not yet in a position to present to the Congress of 1909 any final results of their investigations.

The Committee has recently terminated an investigation on mortality rates among life-insured mariners. From the whole material including 14,305 persons whereof 933 (6·5%) deceased, the Committee has selected all persons of standard condition of health, i. e. 13,653, whereof 880 (6·4%) deceased. The latter have been submitted to examination. The mortality coefficients thus arrived at have been

compared with an older graphic symbolisation of mortality among sailors. Both curves show the same characteristic shape of high mortality rates at the younger ages. This individual fact is to be explained first of all by the frequency of deaths from drowning or other accident by the following table:

age class	total number of deaths	death from drowning or other accidents	Percentage of figures in column (3) to the total number of deaths (2)
15—24	142	85	59.9
25—34	297	150	50.5
35—44	213	92	43.2
45—54	172	39	22.7
55—64	46	7	15.2
65—74	6	—	—
75—79	4	—	—
15—79	880	373	42.4

For examination of mortality among the different groups of mariners, the material was subdivided in the following way:

Group of profession	Number of lives	Number of deceased	%	Percentage of number of risks in the respective groups to the total number of risks
Captains, mates	5.524	514	9.3	40.5
Machinists, stokers	1.900	82	4.3	13.9
Other crew	4.072	217	5.3	29.8
Fishers	1.383	22	1.6	10.1
Pilots	580	38	6.6	4.3
Remaining groups	194	7	3.6	1.4
	13.653	880	6.4	100.0

Passing to an examination of mortality conditions of the individual groups, it is to be observed that the class "captains, mates" shows considerable excess mortality which disappears only at the ages 50—54. The group "other crew" gives the average mortality rates of the whole stock of observation.

In order to establish a suitable method of restriction for sailors, fundamental tables, premiums and premium reserves have been computed. The Committee did not think it advisable to introduce special premium tariffs for mariners, as the excess mortality under the said risk could not be shown in an equitable way by charging extra-premiums of 5⁰/₀₀. The said extra-premium should only be payable up to age 45; it could be abolished in case of change of profession and should not be payable at all by mariners sailing only in home waters.

Further Mr. *Palme* submits statistical data based upon the experience of the Life Insurance Company "Thule" and referring to application of the system of restrictions for under-average risks which had been proposed to the meeting of life-insurers held at Stockholm, in 1902. (The said system had been expounded in detail by Mr. *Palme* in his report submitted to the Congress at Berlin). The examination recently terminated, including the years 1903—1907, has a double purpose: on the one hand it is to form a part of the whole mortality investigation made by the Committee, on the other hand it may serve — after further elaboration especially by the Company "Thule" — as a suitable basis for acceptance and classification of future risks.

L'activité du Comité scandinave pour les recherches sur les risques tarés.

Par *Sven Palme*, Stockholm.

Le Comité scandinave pour les risques tarés s'occupe actuellement surtout de deux enquêtes dont l'une concerne la mortalité de ceux qui ont quitté *volontairement* une assurance, et l'autre, l'influence de la tuberculose sur l'activité de l'assurance sur la vie. Des enquêtes préliminaires ont été faites sur la base d'un matériel fourni par les Compagnies „Skandia“ et „Thule“ et les résultats de ces enquêtes préliminaires ont été présentés au Congrès de Berlin en 1906 par le professeur *Fredholm*, à présent membre du Comité surdit, quant aux résiliants de la Skandia et, par le directeur *Palme*, quant à l'enquête de la „Thule“ sur la tuberculose. Malheureusement, le Comité n'est pas en état de présenter au Congrès actuel un résultat de ces enquêtes.

Le Comité vient de terminer une *enquête sur la mortalité des marins assurés sur la vie*. Du total du matériel, embrassant 14.305

personnes, dont 933 ou 6·5⁰/₀ morts, on a tiré toutes les personnes d'un état normal de santé, en tout 13.653, dont 880 ou 6·4⁰/₀ morts, et on a opéré sur cette partie du matériel. Les taux de mortalité calculés pour ce matériel sont réunis dans un diagramme (voir A) pour les comparer à un ancien tableau graphique de la mortalité des marins; les deux courbes montrent la même forme caractéristique de grande mortalité, surtout dans les bas âges. La forme singulière de ces courbes s'explique principalement par le grand nombre des noyés et des victimes d'autres accidents, comme il apparaît par la table suivante :

Classe d'âge	Total des décès	Nombre des noyés et des personnes qui ont péri par suite d'autres accidents	% du total des décès
15—24	142	85	59·9
25—34	297	150	50·5
35—44	213	92	43·2
45—54	172	39	22·7
55—64	46	7	15·2
65—74	6	—	—
75—79	4	—	—
15—79	880	373	42·4

Pour examiner la mortalité dans les diverses sections professionnelles des marins, on a divisé le matériel de la façon suivante ;

Section professionnelle	Nombre des assurés	dont morts	%	Nombre des assurés de cette section en % du matériel total
Capitaines, pilotes	5.524	514	9·3	40·5
Mécaniciens, chauffeurs . . .	1.900	82	4·3	13·9
D'autres personnes appartenant à l'équipage	4.072	217	5·3	29·8
Pêcheurs	1.383	22	1·6	10·1
Lamaneurs	580	38	6·6	4·3
Reste du matériel	194	7	3·6	1·4
	13.653	880	6·4	100·0

On a ensuite examiné les chiffres de mortalité de chacune de ces sections : ce qui frappe surtout dans les résultats obtenus, c'est la surmortalité considérable parmi les „capitaines et pilotes“ qui cesse cependant avec la classe d'âge 50—54. La section „d'autres personnes appartenant à l'équipage“ montre une mortalité moyenne correspondante à celle du reste du matériel.

Pour fixer une méthode convenable de restriction vis-à-vis des marins, on a calculé la table fondamentale, les primes et les réserves de primes ; cependant le Comité n'a pas jugé opportun d'établir des tarifs de primes spéciaux pour les marins, il est plutôt d'avis qu'il est recommandable de compenser la surmortalité des marins par une augmentation de la prime de $5\frac{0}{100}$ de la somme assurée. Il faut cependant retrancher cette augmentation à partir de l'âge de 45 ans ou dès que l'assuré a choisi une autre profession ; on ne peut pas non plus l'exiger des marins qui naviguent exclusivement sur les eaux du pays.

En outre, Mr. *Palme* présente une statistique, basée sur le matériel de la Compagnie d'assurance sur la vie „Thule“, concernant l'application du système de restriction pour des risques tarés qui fut présenté à la Conférence de l'assurance sur la vie de Stockholm en 1902 et sur lequel Mr. *Palme* a donné un rapport détaillé au Congrès de Berlin en 1906. L'enquête terminée maintenant, qui embrasse les années 1903 à 1907, fut faite, d'un côté pour former un membre de la série d'enquêtes sur la mortalité entreprises par le Comité sur la base de la statistique de toutes les compagnies d'assurances scandinaves qui ont adopté les méthodes de restriction en question, et d'un autre côté, pour servir, après son perfectionnement, spécialement à la Compagnie „Thule“ de matériel préjugé lors de la taxation et classification de risques futurs.

L'opera del Comitato Scandinavo per lo studio dei rischi scadenti.

Sven Palme, Stoccolma.

Il Comitato Scandinavo pei rischi scadenti si occupa attualmente soprattutto di due inchieste, di cui l'una concerne la mortalità di coloro che hanno abbandonato *volontariamente* un'assicurazione, e l'altra, l'influenza della *tubercolosi* sull'attività dell'assicurazione sulla Vita. Delle inchieste preliminari sono state fatte sulla base d'un materiale fornito dalle Compagnie „*Skandia*“ e „*Thule*“ ed i risultati di queste inchieste preliminari sono già stati presentati al Congresso di Berlino del 1906 dal Professor *Fredholm*, attualmente membro del Comitato summenzionato, per quanto era dei „*disdettanti*“ della „*Skandia*“ — e dal Direttore *Palme*, per quanto era dell'inchiesta della „*Thule*“ sulla tubercolosi. Purtroppo il Comitato Scandinavo non è in grado di presentare al Congresso attuale un risultato definitivo di queste inchieste.

Il Comitato ha potuto invece condurre a fine una *inchiesta sulla mortalità della gente di mare assicurata sulla Vita*. Dal complesso del materiale, abbracciante 14.305 persone, di cui 953 — cioè 6·5 % — decesse si sono separate tutte quelle persone di salute normale, in tutto 13.653, di cui 880 — cioè il 6·4 % — decesse, e si è lavorato su questa parte soltanto del materiale. I tassi di mortalità, stati calcolati per questo materiale, sono riuniti in un diagramma (vedi A), per compararli con una vecchia tavola grafica di mortalità della gente di mare. Le due curve mostrano la forma caratteristica della grande mortalità, soprattutto nelle età minori. La forma singolare di queste curve è da spiegarsi principalmente con il gran numero di annegati e di vittime di altri infortuni, come appare dalla tabella che segue:

Età	Totale dei casi di morte	Numero degli annegati e degli individui decessi in seguito ad altri infortuni	% sul totale dei decessi
15—24	142	85	59·9
25—34	297	150	50·5
35—44	213	92	43·2
45—54	172	39	22·7
55—64	46	7	15·2
65—74	6	—	—
75—79	4	—	—
15—79	880	373	42·4

Per esaminare la mortalità delle diverse classi di Gente di Mare, si è suddiviso il materiale nella maniera che segue:

Classi	Numero degli Assicurati	Numero dei decessi	‰	Numero degli Assicurati d'ogni Classe in ‰ sul totale
Capitani, Piloti	5.524	514	9.3	40.5
Macchinisti, Meccanici, Fuochisti	1.900	82	4.3	13.9
Altre persone dell' Equipaggio	4.072	217	5.3	29.8
Pescatori	1.383	22	1.6	10.1
Piloti costieri (<i>Lamaneurs</i>) .	580	38	6.6	4.3
Diversi	194	7	3.6	1.4
	13.653	880	6.4	100.0

Si sono poi esaminate le cifre di mortalità di ciascuna di queste classi. Ciò che soprattutto colpisce nei risultati ottenuti, è la elevata mortalità dei „capitani e piloti“, che viene però a cessare nella età 50—54. La classe „Altre persone dell' Equipaggio“ presenta una mortalità media corrispondente all' incirca a quella del restante materiale.

Per fissare un metodo di restrizione conveniente di fronte alla Gente di Mare, si sono calcolati la Tavola fondamentale, i premi e le Riserve di premio. Tuttavia il Comitato Scandinavo non ha creduto opportuno di stabilire delle tariffe di premi speciali per la Gente di Mare ed è piuttosto dell' avviso, che sia raccomandabile di compensare la mortalità più elevata della Gente di Mare con un soprapremio del 5 *per mille* sulla somma assicurata. È però equo, che questo soprapremio venga stornato a partire dalla età di 45 anni, o da quando l' assicurato si sia dato un' altra professione. Nello stesso ordine di idee il soprapremio in parola non è da esigersi da quei marinai, che navighino esclusivamente nelle acque del paese.

Il signor *Palme* presenta inoltre una statistica, basata sul materiale della Compagnia d' assicurazione sulla Vita „*Thule*“, concernente l' applicazione del sistema di restrizione pei rischi „scadenti“, che venne presentato alla Conferenza dell' Assicurazione sulla Vita di Stoccolma del 1902 e sul quale il signor *Palme* stesso ha diffusamente riferito al Congresso di Berlino del 1906. L' inchiesta, ormai condotta

a termine, abbraccia le annate dal 1903 al 1907 e fu fatta da un lato per formare un anello nella serie di inchieste sulla mortalità, state intraprese dal Comitato Scandinavo servendosi delle statistiche di tutte le Compagnie d'Assicurazione di Svezia e di Norvegia, che hanno adottato i metodi di restrizione in parola, — e dall'altro lato per utilizzarla, una volta perfezionata, a favore specialmente della Compagnia „*Thule*“ — quale materiale d'osservazioni per la tassazione e classificazione dei suoi rischi futuri.

Kurze Bemerkungen zur Versicherung minderwertiger Leben.

Von **Julius Altenburger**, Budapest.

Der Begriff der minderwertigen Leben wurde erst in den letzten Jahrzehnten in die Lebensversicherungspraxis eingeführt. Der Entwicklungsgang des Lebensversicherungswesens weist zwei gleichzeitig auftretende Strömungen auf, die einander diametral gegenüberstehenden Zielen zustreben. Die eine Strömung, welche durch die Unanfechtbarkeit der Lebensversicherungspolizze am besten charakterisiert wird, hat es sich zum Ziele gesetzt, möglichst alle Differenzierungen bei den versicherten Leben aufzuheben und, zum mindesten nach Ablauf einer gewissen Karenzzeit, die sämtlichen als vollkommen gleichwertig zu behandeln. Das ist der Standpunkt des praktischen Geschäftsmannes, der im vollen Bewußtsein dessen, daß eine jegliche Schwierigkeit, welche er der glatten Abwicklung der Schäden, wenn auch mit voller Berechtigung, entgegenstellt, sein Geschäft erschwert, aber auch eine jede Erleichterung, die den Versicherten die Aufrechterhaltung ihrer im Laufe befindlichen Versicherungen unter allen Wechselfällen des Lebens ermöglicht, seinem Renommé zugute kommt und ihm auch den Erwerb des neuen Geschäftes erleichtert.

Die andere Strömung kann vielleicht direkt als eine Reaktion gegenüber dieser liberalen Entwicklung der Versicherungsbedingungen betrachtet werden. Sie besteht darin, daß die Formalitäten der Aufnahme immer mehr und mehr erschwert wurden, daß die Auswahl der zur Versicherung zugelassenen Personen, wenigstens formal, nach immer strengeren und strengeren Prinzipien erfolgt. Während vor einem halben Jahrhundert die Antragspapiere sozusagen nur aus dem Antrag und einigen empfehlenden Worten des Agenten bestanden haben und der Antrag selbst sich nur auf die unbedingt notwendigen Fragen erstreckt hat, finden wir heutzutage, daß die Antragspapiere

in manchen Fällen ein ganzes Studium darbieten. Es ist demjenigen Organe, welches über die Annahme oder die Ablehnung des Antrages zu entscheiden hat, in einzelnen konkreten Fällen, die weder ausgewählt günstig noch absolut ungünstig sind, gar nicht leicht, eine richtige Entscheidung zu treffen. Die weitgehende Fragestellung seitens der Gesellschaft und seitens des Vertrauensarztes kann man wohl auch als einen Fortschritt betrachten, es ist aber nicht ohne weiteres sicher, ob dies tatsächlich ein Fortschritt ist. Wollte man nämlich nur diejenigen Antragsteller zur Versicherung zulassen, bei denen absolut gar keine erschwerenden Momente zu konstatieren sind, und zwar weder in ihren hereditären Verhältnissen noch in ihrer persönlichen Anamnese, noch im status praesens, aber auch nicht in den vielen anderen Momenten, auf welche sich die Fragestellung der Unternehmungen erstreckt, wo ich natürlich auch an die Fragen an den Hausarzt und an den Agenten denke, so müßte man das Gebiet der Aufnahmefähigkeit überaus stark begrenzen und wohl die Majorität der Antragsteller zur Versicherung nicht oder nur unter erschwerenden Bedingungen zulassen. Minderwertigkeitsmomenten begegnet man bei der Mehrzahl der zu normalen Bedingungen Versicherten und es präsentiert sich demnach die Frage nach der Minderwertigkeit viel mehr als eine quantitative, als als eine qualitative.

Eine Gruppierung der Minderwertigen nach Gefahrenklassen erscheint technisch allerdings möglich, wenn auch die richtige Gruppierung selbst mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden ist. Alle Minderwertigkeitsmomente sind nämlich nur einer persönlichen Appreciation zugänglich, objektiv feststellbar und meßbar sind die wenigsten Momente, trotzdem die Ärzte heutzutage ziemlich viel mit Zahlen operieren. Davon aber, daß man in der Versicherungspraxis denjenigen Zahlen, die von einem Arzte geliefert werden, eine ausschlaggebende Bedeutung beimessen sollte, kann wohl überhaupt nicht die Rede sein, weil es einesteils hinreichend erwiesen ist, daß die ärztlichen Statistiken niemals etwas wert sind und weil anderenteils diejenigen Zahlenwerte, die zur Feststellung gewisser physikalischer Eigenschaften der Individuen dienen, einesteils ziemlich unzuverlässlich, anderenteils aber auch ihrem biologischen Werte nach ziemlich zweifelhaft sind. Allerdings können gewisse Momente, die objektiv mit Sicherheit ermittelt werden können, bezüglich der einzelnen Individuen eine ungünstige Lebensprognose rechtfertigen und als minderwertige sollte man eben diejenigen Leben bezeichnen, bei denen eine dauernde Bedrohung des Lebens durch chronische Erscheinungen festgestellt werden kann. Diese chronischen Erscheinungen müssen aber nicht rein ärztlicher, dieselben können auch moralischer, wirtschaftlicher oder anderer

Natur sein, wie z. B. dauernder Aufenthalt in den Tropen, das Leben unter sehr gedrückten wirtschaftlichen oder moralischen Verhältnissen und dergleichen.

Es ist aber eine große Frage, ob man die minderwertigen Leben, die man als solche erkannt hat, die aber eine unmittelbare Todesgefahr nicht aufweisen, dem großen Stocke der Versicherbaren ohne weiteres einverleiben, oder aber separat für sich behandeln soll. Der historische Entwicklungsgang der Lebensversicherung würde dafür sprechen, daß man eine Spezialisierung in dieser Hinsicht ebensowenig eintreten lassen sollte, wie man auch den Gedanken einer Spezialisierung der Berufe aufgegeben hat. Der Arzt ist nur spät Mitarbeiter der Versicherungsunternehmungen geworden. Die Versicherungsgesellschaften haben sich ursprünglich nur vor der einen Gefahr schützen wollen, daß sich diejenigen Minderwertigen, die sich ihrer Minderwertigkeit bewußt sind, in allzu großer Menge zur Versicherung herandrängen. Die Erkundigungen über den Gesundheitszustand sollten eigentlich nur als eine Abwehr dieser Selbstauslese der Versicherten gelten, aus dieser Abwehr ist aber eine Auslese geworden.

Inwieferne diese Auslese der Ausbreitung des Versicherungsgedankens geschadet hat, kann ziffermäßig nicht festgestellt werden, es ist aber unzweifelhaft, daß die Abneigung sehr Vieler gegen die Versicherung nur darin begründet ist, daß sie befürchten, abgelehnt zu werden. Die Praxis der Versicherungsunternehmungen, die aus wohlervogenen Gründen dahin geht, daß sie den abgelehnten Antragstellern die Ursachen der Ablehnung nicht mitteilen, wird ebenfalls oft als sehr drückend empfunden, ja es ist auch vorgekommen, daß das Leben mancher Abgelehnten durch die Tatsache der Ablehnung vergiftet worden ist. Es ist dies ein moralisches Moment von gewiß nicht zu unterschätzender Bedeutung, welches dafür spricht, daß man die Ablehnungen wirklich nur auf die absolut unversicherbaren Fälle beschränken und die Grenzen der Versicherungsfähigkeit ohne irgend welche beschränkende Bestimmungen weit hinausschieben sollte. Theoretisch mag es unberechtigt erscheinen, belastete Leben zur Prämie der Gesunden, etwa nur auf abgekürzte Dauer anzunehmen, moralisch ist dies ganz gewiß berechtigt und bei der hohen ethischen Bedeutung, welche der Lebensversicherung vom Standpunkte des Versicherten aus zukommt, kann dieses moralische Moment meines Erachtens auch im Versicherungsgeschäfte nicht außer Acht gelassen werden.

Die Versichertensterblichkeit unterscheidet sich ganz bedeutend von der Volkssterblichkeit. Der Wert der Auswahl durch die Versicherungsunternehmung dokumentiert sich ganz bedeutend in der

niedrigeren Sterblichkeit in den auf die Auswahl folgenden Jahren und auch die Güte der Auswahl wird dadurch charakterisiert, daß die Zeit, innerhalb welcher diese Verminderung der Versichertensterblichkeit zu beobachten ist, eine wachsende Tendenz aufweist. Während aus den ersten Untersuchungen, die *Sprague* über die Sterblichkeit ausgewählter Leben angestellt hat, hervorging, daß die Auswahl sich höchstens 5 Jahre lang durch eine niedrigere Sterblichkeit bemerkbar machte, finden wir in den neueren Untersuchungen eine sieben- bis zehn Jahre lang andauernde Wirkung. Dies verweist gewiß auf eine Vervollkommnung des Lebensversicherungsbetriebes in aufnahmetechnischer Beziehung und dennoch glaube ich, daß die Lebensversicherung dieser Vervollkommnung selbst vom rein finanziellen Standpunkte ausgehend nicht bedarf. *Die Anzahl der Antragsteller wächst von Jahr zu Jahr; in je weitere Kreise der Lebensversicherungsgedanke eindringt, umso größer wird die Zahl derjenigen, die den Schutz der Lebensversicherung suchen und der Prozentsatz der Abgelehnten bleibt dennoch der gleiche. Immer mehr und mehr Personen werden somit der moralischen Gefahr ausgesetzt, die eine Ablehnung nach sich zieht.*

Es ist wohl richtig, daß die Versicherungsunternehmen durch die niedrigere Sterblichkeit in den ersten Jahren Gewinne erzielen, *es ist aber gar nicht ausgeschlossen, daß diese Gewinne zum Teile auch deshalb durch das Anwachsen der Abschlußkosten absorbiert werden, weil ein jeder Abgelehnte zum Feinde der Versicherungsinstitution wird, der in seinem, allerdings mehr oder minder beschränkten Kreise hemmend auf die Weiterentwicklung der Lebensversicherung einwirkt.*

Die Zulassung aller nicht unmittelbar gefährdeten Leben zur Versicherung zu einer nur vom Alter und der Versicherungsart abhängigen Prämie kann wohl durch einen Hinweis auf die Erfordernisse der Gerechtigkeit, nicht aber durch versicherungstechnische Gründe angefochten werden. Das letztere deshalb nicht, weil es bei der Messung der Sterblichkeit nur darauf ankommt, solche Gesamtheiten abzugrenzen, die Aggregate von konstanter Zusammensetzung sind, aber durchaus nicht homogen sein müssen. Trotz aller Spezialisierung und Differenzierung ist es auch der heutigen Praxis nicht möglich, homogene Gesamtheiten herzustellen, und auch die nach Gefahrenklassen eingeteilten Minderwertigen bilden aus heterogenen Elementen aggregierte Gesamtheiten. Wichtig ist hierbei nur die Zulässigkeit der Annahme dessen, daß die Gesamtheit trotz ihrer Heterogenität eine konstante Struktur aufweist.

Der Gerechtigkeitssinn würde es demgegenüber anscheinend wohl erfordern, daß ein jeder Versicherte diejenige Prämie bezahlt,

die dem durch ihn gebotenen Risiko entspricht, und man könnte somit die Meinung vertreten, daß also minderwertige Leben eine höhere Prämie zu bezahlen hätten. Diesem Einwande glaube ich aber durch die Konstatierung dessen begegnen zu können, daß es in der Lebensversicherung eine wirklich gerechte Prämie überhaupt nicht gibt. Der Versicherer ist nur ein einzigesmal in der Lage, einen Einfluß auf die Zusammensetzung seines Geschäftsstockes auszuüben, der Versicherte hingegen kann während der ganzen Dauer seiner Versicherung verschlechternd auf dieselbe einwirken, sei es dadurch, daß er im Bewußtsein seiner vollständigen Gesundheit seine Versicherung fallen läßt, sei es dadurch, daß er sich einem der Gesundheit unzuträglichen Berufe zuwendet oder Krankheiten zuzieht, indem er sich einem ausschweifenden Lebenswandel ergibt u. s. w.

Die gerechte Prämie erscheint somit nur als ein Ideal, welches in der Wirklichkeit nicht existiert. Tatsächlich müssen kurz nach Abschluß der Versicherung die Gesunden für die Kranken bezahlen. Das Versicherungsprinzip kommt eben nicht nur dadurch zur Geltung, daß die Überlebenden für die Absterbenden bezahlen müssen, sondern auch dadurch, daß die Gesunden für die Kranken eine Mehrprämie aufzubringen haben. Ist dies nach Abschluß der Versicherung auch heute so, so wird der Gerechtigkeit auch dann nicht mehr besonders Abbruch getan, wenn man dies auch für die Zeit des Abschlusses zuläßt. Würde man die Ausbreitung des Versicherungsgedankens in diesem Sinne auffassen, so würde dadurch einesteils eine ganz wesentliche Vereinfachung des Versicherungsbetriebes eintreten, anderenteils aber würden der Ausbreitung der Versicherungsidee manigfaltige Hindernisse aus dem Wege geräumt werden.

Ich bin auch der festen Überzeugung, daß die einheitliche Prämie nicht wesentlich höher wäre, als die jetzige normale es ist; die bisherigen Erfahrungen, die mit der separaten Versicherung Minderwertiger gemacht wurden, sprechen für keine allzugroße zu erwartende Sterblichkeit, es muß auch eine Nivellierung derselben im entgegengesetzten Sinne, wie bei den Auslesetafeln eintreten und — last, not least — werden die Ersparnisse an Kosten einen bedeutenden Teil der zu erwartenden größeren Schadensummen decken.

Auf Grund all dieser Erwägungen glaube ich somit die zu Thema 6 gestellte erste Frage verneinen zu sollen. Meines Erachtens empfiehlt es sich nicht, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, es empfiehlt sich hingegen, die Aufnahmefähigkeit derart zu erweitern, daß man einfach alle Antragsteller annimmt, die nicht charakteristische Merkmale einer unmittelbaren oder ganz be-

deutend erhöhten Todesgefahr aufweisen. Zu dem Zwecke würde meines Erachtens eine Rückkehr zu dem alten Systeme genügen, wonach der Agent, der freilich eine wirkliche Vertrauensperson der Unternehmung sein müßte, eine Erklärung darüber abgibt, daß der Antragsteller weder akut krank ist, noch aber unter solchen Umständen lebt, die eine bedeutende Gefahr für sein Leben mit sich bringen. Der Versicherungsantrag selbst wäre in diesem Sinne entsprechend abzuändern. Die Versicherungsbedingungen könnten aber für eine kurze Zeit nach der Aufnahme, etwa auch durch Einführung einer Karenzfrist, verschärft werden und es sollte die, allerdings auch nur flüchtige ärztliche Untersuchung nur jenen auferlegt werden, die von dieser Karenzfrist befreit werden wollen. Insbesondere wäre aber darauf hinzuwirken, daß die Gerichte, welche in den Streitfällen zu entscheiden haben, im großen moralischen Interesse aller Versicherten in denjenigen Fällen, wo eine Erschleichung der Versicherung erfolgt ist, unnachsichtig und ohne sich durch falsche humanitäre Motive bewegen zu lassen, auf die Abweisung der gegen die Versicherungsunternehmungen erhobenen Klagen erkennen sollen. Denn die wahre Humanität besteht eben darin, daß man die Segnungen der Lebensversicherung möglichst weiten Kreisen zugänglich macht, nicht aber darin, daß sich jemand auf Kosten der Allgemeinheit auf unrechtmäßigem Wege diese Wohltaten erstiehlt.

Wird die Frage auf diese Weise gelöst, so entfällt der Versicherungstechnik wohl eine hochinteressante Aufgabe, der Versicherungsgedanke wird aber einen Triumph feiern. Und dies muß entscheidend sein, weil die Technik die Praxis fördern und nicht hemmen soll.

On the insurance of under-average lives.

By **Julius Altenburger**, Budapest.

The author considers the question under discussion not so much from an actuarial standpoint as with reference to moral of insurance. He observes it would seem advisable to extent the limits of admission of risk in a measure as to exclude from the benefit of insurance only persons affected with such acute or chronical diseases which influence seriously the duration of life. According to the author's opinion it is useless both to divide under-average lives into special classes and to establish different groups according to professions; there is no danger that insurance Companies could be exposed to a great financial risk by an extension of the limits of accep-

tation. Every refused person becomes an adversary of insurance who in his sphere checks the development of our institution. Indirectly, it results therefrom an increase of costs of new business, absorbing partly the profits realized by favourable course of mortality. Again from considerations of justice, nothing is to be objected against the author's standpoint. First of all, it must be considered that an absolutely equitable valuation of risks is quite impossible as selection by the insurer can be exercised only once. The author answers therefore in a negative sens the question, if it is desirable to divide under-average lives for the purpose of insurance into special classes.

Sur l'assurance des risques tarés.

Par **Jules Altenburger**, Budapesti.

L'auteur envisage la question énoncée au programme non du côté purement actuariel, mais plutôt au point de vue de la morale des assurances. D'après son opinion, il est opportun d'étendre les limites de l'admission de risques de manière à n'exclure de l'assurance à primes normales que les personnes atteintes de maladies ou infirmités aiguës ou chroniques qui menacent sérieusement la longévité. L'auteur juge l'établissement de classes spéciales de risques surélevés aussi inutile que la classification d'après les professions; et il ne craint non plus que les Compagnies soient exposées à des grandes pertes matérielles par suite d'une extension des limites d'acceptation. Chaque personne refusée devient un adversaire des assurances qui, dans son milieu, porte préjudice au développement de notre institution. Il en résulte indirectement une augmentation des frais de production, consommant une partie des bénéfices réalisés par le cours favorable de la mortalité. Le point de vue occupé par l'auteur, n'est enfin pas en contradiction avec des considérations de justice et d'équité, car tout d'abord, il faut admettre que l'application de primes absolument justes est impossible, étant donné que la sélection par l'assureur ne peut avoir lieu qu'une seule fois. L'auteur répond donc dans un sens négatif à la question s'il est recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques.

Sull'assicurazione dei rischi scadenti.

Giulio Altenburger, Budapest.

L'Autore considera la questione enunciata in programma, non dal lato puramente attuariale, ma piuttosto dal punto di vista della morale delle assicurazione. Egli è d'avviso che sia opportuno di estendere i limiti dell'accettazione dei rischi, in guisa da non escludere dall'assicurazione a premio normale che coloro i quali sono effetti da malattie acute o croniche, che ne minaccino seriamente la longevità. L'Autore ritiene la formazione di classi speciali pei rischi scadenti tanto inutile, quante lo è la classificazione per professioni. Egli non ritiene neppure che le Compagnie abbiano a trovarsi esposto all'eventualità di grandi perdite materiali in seguito ad un allargamento dei criteri d'accettazione. Ogni „rifiutato“ diviene sempre e senza eccezione un avversario accanito delle assicurazione e, nel suo ambiente, porta un pregiudizio non indifferente allo sviluppo ed al progresso delle istituzioni nostre. Indirettamente ne risulta quindi un aumento nelle spese di acquisizione, che va a consumare una parte degli utili realizzati in seguito al decorso favorevole della mortalità effettiva. Il punto di vista sostenuto dall'Autore non è infine in contraddizione con considerazioni di giustizia e di equità, poichè bisogna pur ammettere che l'applicazione di premi perfettamente giusti è impossibile, dato che la selezione a mezzo dell'Assicuratore non può verificarsi che una volta sola. L'Autore risponde dunque in senso *negativo* alla questione posta, se sia da raccomandarsi di assicurare le persone non ammesse attualmente all'assicurazione (rischi scadenti) secondo classi „speciali“ di rischio.

Treatment of under-average lives — suitable plans for their insurance.

By **Arthur Hunter**, New-York.

It does not seem necessary to discuss the question whether or not it is advisable to divide under-average lives for the purpose of insurance into special classes according to their distinguishing features, as there would be little difference of opinion on that score. I shall therefore proceed to discuss the best manner in which such lives should be classified or treated.

In determining in what way under-average lives should be classified, it is necessary to consider the problem from two standpoints:

- a) What system is most suitable for the classification of the various under-average lives according to the degrees of impairment?
- b) What is the best system for making provision to meet the extra mortality of the various groups?

The first question involves the determination of a method of placing a mortality valuation upon each group of risks, or upon each risk which enters into the group. A system has been jointly devised by *Dr. Oscar H. Rogers*, Medical Director, New-York Life Insurance Company, and by myself, which has recently been described by the former in a paper delivered before the Association of Life Insurance Medical Directors. It is the first successful attempt (so far as I know) to place a numerical value on each applicant, such valuation being based upon actual experience among groups of similar lives. This numerical system can best be explained by an illustration. If we assume that 100 represents the mortality experienced by a company on a group of lives which has been accepted by it in the past as standard lives — that is, that the build and family history of the indi-

viduals of the group vary within narrow limits from a normal standard and that they do not have any impairments of moment — we have the basis for our numerical rating. Assuming, now, that we desire to rate an applicant who is a clergyman, our statistics will show that the mortality among clergymen is lower than the average, say, by 20 points, so that the numerical rating of this applicant would be 80. Should we find, however, that the clergyman has a mitral regurgitant heart murmur, an impairment which shows on the average an extra mortality of 125% of the normal, then the numerical value of the risk is $100 - 20 + 125 = 205$, which might be decreased by his having an excellent family history. Other factors are similarly treated, so that habits, moral hazard, physical condition, personal history, etc., are covered. As all the factors which go to make up the value of the risk have numerical equivalents in terms of the given standard, their summation expresses the value of the risk with probably greater accuracy than would be attained by the medical director weighing each factor in his mind. By such a system the impressions of the medical director and the actuary are replaced by the facts based upon a comprehensive study of the various groups. The new method eliminates the personal equation, thereby dispensing with bias of judgment and with prejudice. It can readily be seen that there are limitations to this system, as there will allways be exceptional cases which require the expert opinion of the medical director or the actuary.

The foregoing system does not divide the lives into groups with distinguishing features, but by placing a value on both major and minor features, divides the applicants according to their numerical rating. For example, there would not be a group of people with mitral regurgitant heart murmurs, because the other distinguishing features of individuals with that impairment might be different. A group of clergymen, with first-class family and personal histories, living in an excellent climate, would be much better risks than a group of laborers, with average family histories, living under unsanitary conditions — both groups of men having mitral regurgitant heart murmurs. To put this in numerical values, the average mortality of all men with mitral regurgitation might be 225, while the group of clergymen might have a valuation of 175, and the other group 300.

Having obtained the numerical value of each risk, it might be decided by one actuary that every risk should be treated strictly in accordance with its merits, so that, for example, all those rated 75 or better should be accepted as first-class lives, those rated 80 should be classified in *somme* manner or charged an extra premium, those rated 90

should be classified differently from those rated 85, and so on. Another actuary might take the view that those rated 100 and less should be considered as standard or firstclass lives, those rated from 105 to 150 should be put in another group and should be classified as to dividends, or an extra premium should be charged depending upon the expected mortality for the average of that group, and so on. Where there is a system of charging an extra premium, the principal question which arises is, what is the highest numerical valuation which should be accepted without an extra premium. If this limit were placed at 100, then any actuary could determine what advance in age or extra premium should be charged for a risk rated 105, 110, 115, etc. If the policies were placed in special dividend classes under which the dividends depended on the mortality in each class, then broader groups would probably be taken. For example, it might be decided that all those rated above 100 and below 130 should be put in one group, those rated above 130 and below 150 in another group, and so on. That, however, leads us into the second part of the problem, i. e., what system is best adapted for making provision to meet the extra mortality of the various groups.

How extra mortality may be met.

The extra mortality may be met in many ways, of which the following are the principal:

1. By charging an extra premium, or by making an equivalent advance in age.
2. By charging a lien against the policy, such lien being deductible in event of death within a certain period.
3. By placing each group of policies in a special dividend class according to their distinguishing features, or according to the numerical valuation.

As all actuaries are familiar with the ways of calculating extra premiums or advances in age when the expected mortality of a group of risks is known, it is not necessary to deal in detail with that method.

The same remarks apply to the second method as to the first namely that the manner of calculating the lien is well known, being described in the actuarial text-books.

With regard to the third method, the groups of lives may be divided according to their numerical value, or according to their distinguishing features, so as to provide for a dividend depending upon the mortality actually experienced. Dividends are generally paid annually or at the end of a specified period of years, but we shall con-

sider only the suitability of the latter method of distribution (deferred dividend) for the insurance of under-average lives, because the former has not been put into practical operation so far as I am aware.

Special classes for under-average lives on the deferred dividend plan.

In dealing with the deferred dividend plan reference is especially made to cases in which the dividends are not payable unless the policy has been in existence ten or more years, such period being stipulated in the policy, the most common being 20 years.

It is assumed that the same premium is charged for both average and under-average lives, such premium being sufficient under normal conditions to provide considerable sums as deferred dividends. It will naturally be expected that the dividends to under-average lives will be less than those to normal lives. In order that the extra mortality shall not entirely consume the surplus earnings, the mortality among the under-average lives must be approximately known in advance.

Before taking up the treatment of under-average policies on the deferred dividend plan, we will first consider the various types of under-average lives:

Types of under-average lives.

Under-average risks may be broadly divided into the three following types:

1. Those whose occupation entails an extra hazard;
2. Those who have at the present time, or have had in the past, a physical impairment;
3. Those who have a family history containing unfavorable features.

From the foregoing have been omitted those whose longevity is not up to the average on account of their habitat not being healthful, as such cases are usually covered by a special premium and need not be considered here.

There are many subdivisions of the foregoing types of under-average risks as to which the companies in general have not reliable statistics; there are, however, a few companies which have made a speciality of insuring under-average lives for a number of years, and have thus accumulated sufficient data on a large number of groups. It has been entirely through the deferred dividend system that the principal companies doing under-average business in the United States have been enabled to obtain such reliable data, the company with which I am connected (The New York Life Insurance Company), having

carried on this plans of that company, which has now over 125,000 policyholders on its under-average plans.

Before the year 1894, under-average risks were seldom taken by the New York Life, and, if accepted, were charged an extra premium which the Officers of the Company felt reasonably confident would cover the mortality anticipated. Where there were few statistics to guide them, the only safe course was to charge an extra premium which was ample for the risk. The cases thus accepted were principally those on which the extra-hazard was limited to that arising from occupation. In 1894 it was determined to form a number of "occupation" classes, in which the dividends were deferred for fifteen or twenty years, and in which the risk should be treated in all respects the same as an average risk, with the exception that in determining the profits at the end of the deferred dividend period the actual mortality experienced in the group of lives in the occupation class should be used.

Occupation classes.

The occupation classes consisted of the following:

- A. Miners.
- B. Liquor dealers and those engaged in the manufacture and retail of alcoholic beverages.
- C. Army officers and men.
- D. Navy officers and men.
- E. Policemen.
- F. Firemen (those engaged in putting out fires).
- G. Mariners, and those engaged in seafaring occupations.
- H. Electricians and those engaged in electrical pursuits.

In none of these classes were there satisfactory statistics in the United States. The statistics of foreign countries, combined with the meagre statistics then available in the United States enabled us to forecast that the dividende which would have been earned had the policies been in the normal class during the fifteen or more years would be much more than sufficient to offset the extra mortality expected, and where the margin was relatively small, those engaged in certain of the foregoing occupations were limited to 10 and 15 Years Endowment Insurances. In this connection I assume that no demonstration is needed of the fact that a larger relative mortality can be safely borne *on the deferred dividend plan* under short term Endowment Insurances than under Whole Life or Limited Payment Policies; or, putting it in another way, that it requires a larger ratio of extra mortality to use op the normal surplus or deferred dividends on

Endowment Insurances than on Life or Limited Payment Policies covering the same period of years.

The fourteen years which have elapsed since these "occupation" classes were instituted have resulted in a large amount of reliable data being accumulated, to which reference will be made only in the briefest way, in order to show the advantage of such classes from the standpoint of the company. The mortality in one class which was expected to be at least 50% in excess of the normal mortality among average lives in non-hazardous occupations turned out to be only 15% in excess of that standard, largely because the insured were limited to 10 and 15 Year Endowment Insurances, which resulted in eliminating the thriftless element in that occupation. The dividends will therefore be only slightly less than among average risk, as such extra mortality has little effect on surplus earnings under short term Endowment Insurance; whereas, if an extra premium had been charged such as would have been called for by the impressions of the medical director and the actuary, it would have resulted in the insured paying an extra premium which would have been much larger than necessary, as a margin for safety would naturally have been added to the extra premium called for by their impressions.

In another „occupation" class, the mortality was distinctly in excess of what was anticipated, though not so large as to use up all the dividends that would have been earned had the policies been in the normal class. The high mortality was due solely to accidents, which appeared to be in much larger proportion among workmen in that occupation in the United States than among those in a corresponding occupation in Britain, from which country the statistics had been drawn. The extra premium, therefore, based upon the statistics available in 1894 would have resulted in the company charging a lower extra premium than necessary to cover the additional mortality. The justice of the deferred dividend plan is seen in this case, as the company is a mutual one, and the loss does not fall upon all the policyholders, as would have been the case if an inadequate extra premium had been charged, but upon the members of the "occupation" class alone by the reduction of their dividends.

In these classes the occupation was considered to be the distinguishing feature, provided the insured was otherwise an average or normal risk. An analysis of the mortality in these classes therefore, enabled the company to make a more accurate valuation of risk according to their occupation or the subdivision of each occupation so that at the present time greater justice may be done by taking account of the various degrees of hazard under some of the occupations.

It was, for example, found that there was a large difference in the mortality among different types of those engaged in the manufacture and retail of alcoholic beverages, several classes having been differentiated from the original occupation class. Deferred dividend business is no longer permitted to companies chartered in the State of New York but these occupation classes have furnished statistics whereby an extra premium may be computed which is likely to be very close to the amount necessary — far more accurate than would have been the case had the occupation classes never been in existence.

Looking at the problem from the standpoint of the agent, little difficulty was experienced in proving to the applicant for insurance that it was fair to put all the men in his particular occupation into a special class, the dividends to be determined in accordance with the mortality in that class.

Risks impaired on account of physical disability family or personal history.

There are a large number of risks which are under-average on account of some defect in their physical condition or on account of an unfavorable personal or family history. Such risks were accepted by the New York Life Insurance Company, beginning with the year 1896, on the deferred dividend plan in a special class. In that class was put nearly every type of under-average risks, all of them being accepted on condition that the extra mortality would be a charge against the deferred dividends, the more hazardous types having liens imposed to equalize the risk. These liens ranged from \$200 per \$1000 to \$900 per \$1000, and were reducible by the annual premiums paid. As the Endowment Insurances could stand a relatively larger mortality than the Ordinary Life policies, a wide variety of risks could be taken, ranking from an Ordinary Life policy which was merely placed in the under-average class as to dividends, to a 10 Year Endowment Insurance with a lien of \$900 per \$1000., plus, of course, the charge against the dividends on account of being in the under-average class. The statistics necessary to place a mortality rating on these classes of business were obtained from the risks declined by the Company in the previous twenty years. The history of these declined cases after the date of declination was obtained through inquiries addressed to the applicant, the medical examiner, the family physician, the agent, or to the friends mentioned in the application. In some cases the history of the applicant was known through subsequent or prior applications under which policies were issued. It was, however, recognized

that the mortality experienced on under-average risks accepted by the company might be greater than the mortality in a corresponding group of declined risks, as the former had been in a position to exercise a selection against the company. This can be most readily seen by considering a group of lives in which there was evidence of intemperate habits. If the information obtained by the insurance company, to the effect that the applicant became intoxicated once a month, materially overstated the number of times in which the applicant drank to excess, then he would not be likely to accept the policy offered; but if he became intoxicated much more frequently than once a month, then he would be eager to take the policy. Such a selection exercised by these applicants would result in a group of lives being insured which would be worse than a group of declined risks all of whom were said to become intoxicated once a month on the average. The officers of the company, therefore, determined that, while the research into the mortality among declined risks enabled them to determine the approximate mortality, there should be ample protection against adverse selection. This was accomplished in two ways: first, by adding a margin or percentage to the mortality experienced under the declined cases; and, second, by providing for an anticipated extra mortality on the under-average risks whose cost should not exceed the value of one-half of the dividends expected under policies on average risks, the margin for safety being thus equal to one-half the anticipated dividends on corresponding policies in the normal class.

Advantages of the deferred dividend plan for under-average lives.

That the foregoing plan was popular may be seen from the fact that over \$250,000,000. of such insurance was issued within ten years. The insurance so placed was of advantage to the company, the insured, and the agent. It was an advantage to the company because of obtaining a large amount of insurance which in previous years had been declined, and had therefore been a loss to the company in the expense of medical fees, in the expenditure of time in soliciting the business and in passing upon the risks in the various departments. It was also advantageous to the company (the body of policyholders in a mutual company) because it decreased the fixed charges upon all policyholders. It was not disadvantageous to the body of policyholders on the average or standard plan, as the extra mortality is chargeable against the class experiencing such mortality.

The advantage to the insured of a policy in the deferred dividend class as against a policy charged with an extra premium

is that he will ultimately receive justice in the adjustment of his dividends. An extra premium may be calculated which would be equivalent to placing the policy in a dividend class according to its distinguishing features; but if the special body of risks improves through advance in the knowledge of medicine and of sanitation, no return would be made in most companies of the excess premium paid, whereas the actual mortality would be taken into account in the deferred dividend class, whether it were better or worse than anticipated. A company doing business on the extra premium plan would naturally be sufficiently conservative to provide for a larger mortality than anticipated, so that the insured would be better off under a classified policy than if he had paid an extra premium.

The deferred dividend plan for under-average lives is advantageous to the agent because it extends the field within which he may work. It also enables him to „place“ a larger proportion of policies than if they were issued with an extra premium because the applicant can appreciate his being put in a class with other men in like conditions to himself, and recognizes, therefore, the propriety of charging any additional mortality against the dividends or the surplus of each separate class.

But those to whom the under-average plan is the greatest advantage, and who should have the highest consideration, are the widows and orphans. Where insurance in under-average dividend classes is allowed and carried on, many more of the population are protected by insurance than where such insurance is forbidden. It is harder for under average lives to get insurance than for average lives, and therefore as little difficulty as possible should be thrown in the way of their getting insurance for the sake of their dependents.

It may be well to state that the mortality actually experienced has been less than 90% of the amount anticipated and provided for. That does not, however, mean that it was 90% of the standard mortality table, or of the mortality experienced on average lives, but 90% of the mortality anticipated by the medical directors and actuaries in the rating of the risks. As already explained, the rating, or valuation, of the risks was originally based upon the mortality on the declined lives, plus a margin for safety; but these ratings have been gradually modified to conform to our experience of the various groups of under-average risks. The mortality anticipated and provided for among under-average lives will eventually be based solely on the Company's experience.

The Company, being now forbidden to transact deferred dividend business, insures under-average lives by advancing the age. Had it

been for the experiment with under-average risks on the deferred dividend plan, the company would not now be able to determine with any such degree of accuracy the extra premium or advance in age which should be charged for practically every form of hazardous occupation, of physical defect, or of unfavorable family or personal history.

The under-average business should not only be considered from the standpoint of under-average risks who need insurance, but from the standpoint of the standard or average risks. In companies which do not have an under-average plan, the number of cases declined is about 15%, and this represents so much waste a part of the expense of which has to be borne by the lives accepted for insurance. The company has expended money in advertising, has been to expense in considering the merits of each declined case, and has paid the medical examiner his fee, which has to be borne by the „average“ policyholder, while the agent has spent his time in canvassing for the business. The main part of this waste is avoided by the company which insures under-average lives on suitable plans, because the medical examiners' fees, and the expenses of the home office are no larger if policies are issued on such lives. The sub-standard business may be looked upon, in fact, as similar in effect to the savings in a manufactory through the utilizing of by-products.

Conclusion.

It is the boast of some insurance companies that their mortality rate is very low compared with that of the standard table upon which their premiums are based. If this is due to the exclusion of all but lives without blemish, it ought to be a reason for reproach instead of commendation, as such companies are not properly carrying on the work of insuring the public. That company is most truly successful which insures the largest number of lives at the lowest ultimate cost to the policyholder, consistent with safety; and that company is failure, from the point of view of public welfare, which, after many years in existence, can boast of paying the largest dividends but has only a small body of policyholder to receive these dividends. It is easy to obtain a low average death rate, because that can be produced by the simple process of excluding everyone except lives without blemish; but it is a difficult task to prepare plans for the insuring of practically all sorts and conditions of men and women, as such an undertaking requires a large amount of research and of good judgment on the part of the officers of the company. Any plan, therefore, which will induce insurance companies to accept lives on

the broadest possible basis, consistent with safety and with equity is of advantage to the State, and in that category the deferred dividend system of treating under-average lives must surely find a place.

Die Behandlung minderwertiger Leben — zu befolgende Wege bei deren Versicherung.

Von Arthur Hunter, New-York.

Der Autor erörtert ein System der Versicherung minderwertiger Leben, welches der Hauptsache nach in der Einreihung in eine besondere Dividendenklasse und in der Auflage von Rücklassen (lien) bei mit erhöhter Gefahr verbundenen Risiken besteht. Die Prämien, welche für diese minderwertigen Risiken bedungen werden, sind mit jenen für normale oder durchschnittliche Risiken identisch. Weiters wird eine numerische Methode der Tarifierung dargestellt, wobei jedes Einteilungsmoment mit einem bestimmten ziffermäßigen Werte ins Gewicht fällt; hiedurch wird es ermöglicht, bei der Tarifierung neben besonders wichtigen Momenten auch solche von geringerer Bedeutung zu berücksichtigen.

Das System der Einführung besonderer Gruppen für erhöhte Risiken wurde seitens der Lebensversicherungs-Gesellschaft „New-York“ im Jahre 1894 zunächst auf Personen mit erhöhter Berufsgefahr angewendet; besondere Dividendenklassen wurden für Bergleute, Brantweinschenker, Offiziere der Armee und der Marine, Feuerwehrleute, Polizeiwachleute, Matrosen und Elektriker errichtet. Im Jahre 1896 wurde das System auf Minderwertigkeitsursachen jeglicher Art ausgedehnt.

Der Verfasser teilt mit, daß bei der Gesellschaft, welcher er angehört, mehr als 250 Millionen Dallars auf minderwertige Leben nach dem aufgeschobenen Dividendensystem versichert sind. Die beobachtete Sterblichkeit erreichte nicht einmal 90‰ des nach den Einschätzungen erwarteten und durch die Rechnungsgrundlagen bedeckten Ausmaßes.

Les risques tarés, desseins à suivre dans leur assurance.

Par Arthur Hunter, New-York.

L'auteur expose un système d'assurance de risques surélevés qui est basé en principe sur la constitution de classes spéciales de repartition des bénéfices et sur l'application de certaines retenues (lien) aux risques particulièrement surélevés. Les primes stipulées pour les risques élevés sont indentiques avec celles du tarif en vigueur pour les risques normaux ou moyens. L'auteur donne en outre des renseignements sur un système numérique de tarification, attribuant à chaque élément du risque une certaine valeur numérique et permettant ainsi de tenir compte, lors de la classification, non seulement des facteurs préponderants, mais aussi des circonstances d'ordre secondaire.

Le système d'établir des classes spéciales de risques surélevés a été introduit par la „New-York“, en 1894, en vue de proposant, présentant à la suite de leur profession un risque supérieur. Ainsi des classes spéciales de repartition ont été créées pour les mineurs, les boutiquiers d'eau-de-vie, les officiers de l'armée de terre et de mer, les pompiers, les gendarmes (sergeants de police), les marins et les électriciens. En 1896, ce système fut étendu aux risques surélevés de toute categorie.

L'auteur fait part que le Compagnie avec laquelle il est en relation, a souscrit plus de \$250,000.000— sur risques surélevés d'après le système de participation a forme tontinière. La mortalité observée jusqu'à présent n'a guère atteint le 90⁰/₀ de celle qui a été prévue d'après la tarification et couverte par les calculs.

I rischi scadenti — sistemi da seguirsi per la loro assicurazione.

Arturo Hunter, Nuova-York.

L'Autore espone un sistema d'assicurazione dei rischi anormali che si fonda sul principio della costituzione di classi speciali di ripartizione degli utili e sull'applicazione di certe ritenute particolari (lien) ai rischi anormali. I premi stipulati per quest'ultimi sono identici a quelli in vigore pei rischi normali o medii. L'Autore fornisce poi delle informazioni su un sistema numerico di tariffazione, attribuite a ciascun elemento del rischio un certo valore numerico permettente così di tener conto, al momento della classificazione, non

soltanto dei fattori preponderanti, ma anche delle circostanze di ordine secondario.

Il sistema di stabilire delle classi speciali di „soprarischi“ è stato introdotto dalla „*New-York*“ nel 1894, per quei proponenti che presentavano un rischio maggiore in seguito alla loro occupazione. Vennero così create delle classi speciali di ripartizione per i minatori, pei venditori d'acquavite, per gli ufficiali dell'Esercito e dell'Armata, pei pompieri, pei gendarmi (sergenti di polizia), pei marinai e per gli elettricisti. E nel 1896 questo sistema veniva esteso a *tutti* i „soprarischi“ in generale.

L'Autore comunica, che la Compagnia con la quale egli si trova in rapporti ha sottoscritto più di Dollari 250.000.000.— in „soprarischi“, secondo il sistema della partecipazione a forma tontinaria. La mortalità stata osservata sin qui non ha raggiunto neanche il 90% di quella preveduta nella tariffazione e coperta dai calcoli.

VI. — 12.

Is it desirable to divide “under-average” lives for the purpose of assurance into special classes according to their distinguishing features and if so in what way should they be classified?

By **H. J. Messenger**, Hartford, Conn.

As the Travelers Insurance Company has made a practical trial of nearly all the generally recognized methods of dealing with sub-standard lives I have thought in connection with the discussion of the subject of the desirability of dividing “under-average” lives into classes it might be worth while to briefly describe the various methods which the Travelers has used from time to time and the results.

Previous to 1899 the Travelers Insurance Company had no general plan for dealing with risks which were in any way sub-standard; but in an unsystematic way, subject to considerable variation, the company rejected a great majority of risks which were sub-standard, accepted a few on endowment forms if they were slightly sub-standard and charged an extra premium, based more or less on the company's accident experience, where the extra hazard was mainly one of accident. For a very short period sub-standard risks were rated up a certain number of years by the Medical Examiners and then a corresponding extra premium was fixed by the Actuary. The total number of risks taken under these circumstances was small and there was no separate record kept of the experience.

In 1899 the company commenced accepting sub-standard risks on a policy with a lien — decreasing annually by a fixed amount and in most cases running off in twenty years, the risks being first rated up a certain number of years by the Medical Examiner and the initial amount of the lien being then fixed by the Actuary according to the rating. Theoretically I have always believed this to be the best form of a sub-standard policy. In by far the greater number of cases of

sub-standard risks there is a difference of opinion between the insured and the company as to whether the risk ought to be rated up. If the insured is correct in his opinion the probabilities are that he will live out his expectation — in which case the lien will run out or be reduced to a very small amount when the policy becomes a claim and, consequently, no injury has been done the insured by putting him in the sub-standard class. If the company is right the probabilities are that the insured will not live very long — in which case the amount paid is considerably reduced by the lien as it ought to be. Notwithstanding the fact that logically this contract seemed to exactly fit into the situation practically it was not a success. Those who had applied for standard policies and were given sub-standard contracts of this kind were, to a very large extent, dissatisfied and complaints from the field were general.

Aside from the fact that this policy was not much of a success practically it was not theoretically adapted to all cases. The underlying theory in case of the decreasing lien contract for sub-standard risks is that the experience will show a tendency to approach a standard experience as the business grows older. In certain cases, however (as for instance in the case of decided overweight) the risk might be practically standard for a few years but with a strong probability of becoming decidedly sub-standard later on.

To cover these cases the company a little later adopted a policy with a lien of a fixed amount, continuing during the life of the policy or in some cases for a fixed period — frequently twenty years. This was no more successful than the policy with a decreasing lien — in fact a little less so from a practical standpoint because the insured made all the objections as in the case of a decreasing lien and the additional objection that provided he showed he was a good risk by living fifteen or twenty years he received no special benefit from that fact.

In 1903 the company, which up to that time had been confining its business to non-participating policies, commenced doing a participating business and soon after placed upon the market three participating contracts intended to provide for its sub-standard business — first, what was called an intermediate dividend policy for risks given an extra mortality rating of about 25⁰/₀; second, a graduated dividend policy for risks given an extra mortality rating of about 50⁰/₀; third, a graduated dividend policy with a lien for risks given an extra mortality rating of 75⁰/₀ to 100⁰/₀. As a rule risks which would be given an extra mortality rating of more than 100⁰/₀ were declined. All of these three contracts were deferred dividend policies with a

dividend period of twenty years unless the policy terminated before that time. Thus, we had three special deferred dividend sub-standard classes and each sub-standard risk accepted was put in one of these three classes. In all cases the regular participating premium for the corresponding standard policy was charged. The trouble with this plan was that the insured quite generally objected to being put in a special dividend class with too much indefiniteness and vagueness in regard to the general character of the risks with which he was classed and too much indefiniteness in regard to the probable amount of the deferred dividend. Complaints were quite general and a large percentage of such policies could not be placed.

Commencing with 1907, partly as the result of the legislation of the preceding year in the State of New York, the Travelers stopped issuing participating business and again confined its new business entirely to non-participating policies. This put an end to the deferred dividend special class policies for sub-standard risks and it was necessary to devise some new plan. In those cases where the extra hazard was mainly one of accident an extra premium was charged based upon the Travelers' extensive accident experience — which gives a mortality rate from accident according to occupation. For the cases of general physical impairment a system of mortality ratings was adopted based upon the American Experience with $3\frac{1}{2}\%$ interest and the net premiums and, to a large extent, the reserves were calculated for the ordinary life, the ten, fifteen and twenty payment life and the ten, fifteen and twenty year endowment forms for $112\frac{1}{2}\%$, 125% , $137\frac{1}{2}\%$, 150% , 175% and 200% mortality.

The skeleton table which follows gives a general idea of the results of these calculations on the ordinary life, twenty payment life and twenty year endowment for 125% , 150% and 200% mortality.

Sub-Standard net premiums and terminal reserves

American Experience $3\frac{1}{2}\%$.

Ordinary life \$ 1000.

125% mortality.

Age	Net Prem.	3rd Yr.	5th Yr.	10th Yr.	15th Yr.	20th Yr.
20	\$ 15.62	20.13	34.78	76.30	125.65	183.86
30	19.71	30.97	53.43	116.45	189.86	273.53
40	26.76	48.40	83.09	177.79	281.11	388.84
50	39.86	74.44	125.67	256.72	386.89	509.02
60	65.32	105.83	175.20	339.63	485.05	618.44

150⁰/₀ mortality.

20	17.70	20.80	35.96	79.01	130.33	190.99
30	22.12	32.29	55.73	121.59	198.38	285.81
40	29.86	50.90	87.41	186.95	295.02	406.66
50	44.50	78.84	132.91	270.23	405.00	529.62
60	73.51	111.87	184.68	355.44	503.47	634.72

200⁰/₀ mortality.

Age	Net Prem.	3rd Yr.	5th Yr.	10th Yr.	15th Yr.	20th Yr.
20	\$ 21.71	21.71	37.58	82.83	136.99	201.34
30	26.72	34.17	59.06	129.22	211.17	304.48
40	35.71	54.84	94.11	201.26	316.60	434.08
50	53.22	85.90	144.40	291.49	432.93	560.46
60	89.03	121.40	199.63	379.62	530.11	658.77

Twenty payment life.

125⁰/₀ mortality.

20	23.36	45.51	79.07	176.03	295.11	441.72
30	27.50	56.57	98.16	217.63	363.11	540.94
40	33.92	72.01	124.47	272.53	447.50	658.69
50	45.14	92.09	156.89	331.21	528.50	774.26
60	67.57	113.63	189.41	377.94	576.27	869.84

150⁰/₀ mortality.

20	25.82	47.55	82.74	184.97	311.59	468.95
30	30.09	58.59	101.78	226.44	379.40	568.23
40	36.87	74.15	128.25	281.29	462.98	684.91
50	49.25	91.80	161.30	339.22	540.28	796.91
60	75.15	117.66	195.37	385.57	581.56	884.91

200⁰/₀ mortality.

20	30.36	50.42	88.00	198.43	337.44	513.59
30	34.83	61.16	103.57	238.87	403.70	611.49
40	42.29	76.87	133.09	293.04	484.59	724.73
50	56.98	98.74	167.49	349.70	554.59	829.24
60	89.87	124.52	205.41	397.52	585.72	905.48

Twenty year endowment.

125⁰/₀ mortality.

20	40.12	100.46	174.97	391.95	662.00	1000.00
30	40.88	100.55	174.97	391.34	660.53	1000.00
40	42.98	101.90	176.82	392.36	657.95	1000.00
50	49.64	107.10	183.45	394.60	649.01	1000.00
60	68.73	117.66	196.78	397.77	623.50	1000.00

150⁰/₀ mortality.

20	41.34	98.67	172.13	387.43	657.90	1000.00
30	42.27	98.79	172.18	386.74	656.15	1000.00
40	44.81	100.46	174.48	388.12	653.18	1000.00
50	52.85	106.94	182.87	391.64	643.06	1000.00
60	75.90	120.33	200.29	399.43	617.49	1000.00

200% mortality.

20	43.83	95.14	166.56	378.50	649.67	1000.00
30	45.09	95.33	166.70	377.64	647.36	1000.00
40	48.52	97.75	170.01	379.95	643.68	1000.00
50	59.37	106.91	182.17	386.70	631.89	1000.00
60	90.19	125.69	207.64	404.37	607.01	1000.00

This plan has now been used by the company since the beginning of 1907 and practically it has been by far the most successful. It is impossible to put into operation any plan of sub-standard insurance which will not result in a great many complaints from the applicants and in failure to place quite a number of the policies — because the great majority of applicants look with disfavor upon the idea of being placed in a sub-standard class under any conditions. Nevertheless, the plan now used by this company has materially reduced the number of complaints and materially increased the number of policies placed. When the hazard is one of accident the application comes to the Actuarial Department where the extra premium is determined according to the company's accident experience for death only. Where the hazard is some form of physical impairment the application goes to the Medical Department and the Medical Examiner estimates the excess mortality according to his best judgement — placing the risk in the 112½%, 125% or whatever class he thinks is the right one.

In working up the experience on these various sub-standard risks the policies have been divided into three classes based upon the mortality rating — without regard to the particular methods of handling this class of business which were in practice from time to time. In the first class were placed all sub-standard risks which were rated over 100% and less than 125%, in the second class were placed all rated 125% or more but less than 150% and in the third class were placed all rated 150% or more. The experience was then worked up for these three classes using the regular American Experience as a standard of comparison and the probable mortality was calculated on the basis of the amount of insurance in force — not upon the net amount at risk plan. Although the experience as thus far worked up has not been very extensive and is still comparatively new, yet, as far as it goes the result has been favorable when the rated mortality has been taken into consideration: — that is, upon the basis of the rated mortality the mortality savings have been fully as great as in case of standard business of the same age. Of course, if we take an actual experience and raise the mortality rate throughout the table 25% or 50% or 100% the result is a mortality table which

cannot represent any possible experience. Consequently, the method here used is somewhat artificial and theoretically, at least, it would be much more scientific in working up this experience to use some actual sub-standard experience for comparison. However, the method which this company has used has the great advantage of being simple and practical and I do not hesitate to say that in working up a company's life experience I look with considerable favor upon the idea of having one standard table — and to work up all experiences, however varied their character, by comparison with this one standard experience. I admit that this will not be generally regarded as scientific; but I have always had a strong tendency to believe the principal object of an investigation into a company's experience is to discover how any particular experience differs from various assumptions and expectations and what are the tendencies shown by the experience — and from this standpoint one single standard is of the greatest value while half a dozen different standards simply lead to confusion.

In regard to reserves, after the company had adopted the mortality rating with the corresponding extra premiums and put this plan into general practice the reserves were calculated according to the various ratings; and in each case the proper reserve was set aside. It was soon found that as the total amount of this business was not large, the work of making the valuation, on account of the various sub-divisions of mortality ratings, policy forms, age and so on, was altogether too great considering the amount of business. It was also found, after the plan had been working for a short time, that the average rating was a little under 150% and that if for valuation purposes all sub-standard risks were regarded as rated 150% and valued accordingly the result would be on the safe side and would not be greatly in excess of the result if the policies were valued each according to its exact rating. This plan of valuing all of the sub-standard risks on the basis of a 150% rating showed that so much time would be saved that it was adopted and has been used by the company ever since.

As far as dividing "under-average" lives for the purpose of insurance into special classes according to their distinguishing features is concerned this paper has considered only two general classes.

First — Those cases where the extra hazard was one of accident; and in dealing with such risks the Travelers' accident experience for death only has been taken as the guide.

Second — Those risks which have shown some kind of physical impairment classified according to the mortality rating without regard to the nature of the impairment.

Undoubtedly there are cases of special occupations, cases of special forms of physical impairment and other kinds of special extra hazards concerning which it would be very desirable to have reliable information in regard to the experience. Whether or not in the case of a particular company it would be desirable to make the corresponding classifications would be determined largely by the amount of experience. The larger the amount of this business the greater the number of sub-divisions which can profitably be made; but in the case of the average single company the division of sub-standard business into a large number of classes would result in such a small amount of exposure in each class that, as far as experience is concerned, the result would be of very little value while the amount of work involved would be far beyond what the business would justify.

Empfiehl es sich, die in der normalen Versicherung derzeit unversicherbaren (minderwertigen) Leben nach besonderen Gefahrenklassen zu versichern, und wie sind bejahendenfalls die Unterlagen hiefür zu gewinnen?

Von H. J. Messenger, Hartford, Conn.

Die Travelers Insurance Company hat fast sämtliche allgemein anerkannte Methoden der Behandlung minderwertiger Leben praktisch erprobt, so insbesondere Alterserhöhung, fallende oder gleichbleibende Rücklässe von der Versicherungssumme, Einreihung minderwertiger Leben in besondere Dividendenklassen bei aufgeschobenen Gewinnverteilungs-Systemen, endlich Tarifierung dieser Risiken auf Grundlage erhöhter Sterblichkeit.

Die meisten dieser Systeme führten zu mannigfachen Beschwerden und die Annahme zahlreicher Polizzen wurde verweigert, sobald die Versicherungswerber erfuhren, daß sie nicht zu normalen Bedingungen angenommen worden waren. Als die weitaus beste hat sich die Methode der Prämienbemessung auf Grundlage erhöhter Sterblichkeit erwiesen, welche denn auch jetzt seitens der Gesellschaft allgemein angewendet wird. Nach diesem Systeme wird den Risiken eine Sterblichkeit von $112\frac{1}{2}\%$, 125% , $137\frac{1}{2}\%$, 150% , 175% oder 200% im Verhältnis zur „American Experience“-Tafel zugrunde gelegt; dementsprechend werden die Prämien berechnet und die Reserven zurückgestellt.

Was die Reserven anlangt, so hat sich in der Praxis gezeigt, daß man das Auslangen findet, wenn eine durchschnittliche Sterblich-

keit von 150⁰/₀ zugrunde gelegt wird, so daß durch eine solche einheitliche Sterblichkeitsannahme für die Berechnung der Reserven aller minderwertigen Risiken viel Arbeit erspart werden kann. Bei Verarbeitung der gewonnenen Erfahrungen wurden die minderwertigen Risiken in drei Klassen geteilt, je nachdem sie mit 100—125⁰/₀, mit 125—150⁰/₀ oder mit mehr als 150⁰/₀ eingeschätzt worden waren. Als Vergleichsbasis wurde die normale „American Experience“ angenommen. Wenn auch das Material kein sehr umfangreiches war und nicht einmal auf zehn Jahre zurückreichte, so kann doch nach den bisherigen Ergebnissen gesagt werden, daß gegenüber der erwartungsmäßigen Sterblichkeit der Verlauf nicht minder günstig war als bei der Gruppe der normalen Risiken.

Ein Auszug aus einer Tafel, welcher die Nettoprämien und die Reserven am Ende des 3., 5., 10., 15. und 20. Jahres für Sterblichkeitsannahmen von 125, 150 und 200⁰/₀ bei Todesfallversicherungen mit lebenslänglicher und mit 20 jähriger Prämienzahlung sowie bei Ab- und Erlebensversicherungen mit 20 jähriger Dauer enthält, ist in dem Berichte abgedruckt.

Est-il recommandable d'assurer les têtes non admises actuellement à l'assurance (risques tarés) d'après des classes spéciales de risques; dans l'affirmative, de quelle manière faut-il en établir les bases?

Par H. J. Messenger, Hartford, Conn.

La Traveler's Insurance Company a éprouvé pratiquement tous les systèmes généralement reconnus du traitement des risques surélevés, notamment le calcul de la prime sur base d'un âge d'entrée plus élevé, la stipulation de retenus sur le capital (lien), décroissante ou permanent, le groupement des risques surélevés dans des classes de répartitions spéciales en cas de systèmes de participation à forme tontinière, enfin le calcul de primes pour risques surélevés sur base de la prévision d'une mortalité supérieure.

En général, ces systèmes ont amené à des nombreuses réclamations de la part des proposants dont la plupart refusèrent la régularisation de leurs contrats, en apprenant qu'ils n'ont pas été acceptés à conditions normales. Les meilleurs succès ont été obtenus par le système du calcul des primes sur base d'une mortalité supérieure. D'après ce système qui, à présent, est généralement introduit par la Compagnie, les calculs pour les diverses catégories du risque surélevé sont basés

sur une mortalité de $112\frac{1}{2}\%$, 125% , $137\frac{1}{2}\%$, 150% , 175% ou 200% par rapport à la mortalité normale résultant de la „American Experience“; c'est d'après ces prévisions que la Compagnie a établi le calcul des primes et des réserves.

En ce qui concerne les réserves, la pratique a démontré qu'on obtient des résultats satisfaisants, en se basant sur une mortalité moyenne de 150% : il va sans dire qu'une unification pareille simplifie considérablement le calcul des réserves pour le portefeuille total des risques tarés. Aux effets des investigations faites sur base du matériel recueilli, les risques surélevés ont été divisés en 3 classes, le première réunissant les risques évalués entre $100-125\%$ de la mortalité normale, la seconde ceux entre $125-150\%$, la troisième ceux au-dessus de 150% ; la table normale „American Experience“ a servi de base aux comparaisons. Il est vrai que le matériel n'a pas encore été très important et que la durée de l'observation ne comprend qu'à peine 10 ans; mais il résulte pourtant des expériences faites jusqu'à présent que le cours de la mortalité actuelle, par rapport aux prévisions, n'a pas été moins favorable que dans la groupe des risques acceptés à conditions normales.

Le rapport contient l'extrait d'une table indiquant les primes nettes et les réserves à la fin de la 3^e, 5^e, 10^e, 15^e et 20^e année pour assurances en cas de décès à primes viagères et à primes temporaires de 20 ans ainsi que pour assurances mixtes d'une durée de 20 ans.

È da raccomandarsi l'assicurazione a classi di rischio speciali delle vite attualmente non assicurabili dall'assicurazione normale (vite „rifiutate“) ed in caso affermativo come sono da ottenersi le basi scientifiche relative?

H. J. Messenger, Hartford, Conn.

La *Travelers Insurance Company* ha sperimentati pressochè tutti i metodi più noti per il trattamento dei rischi vita „mediocri“ e specialmente quello dell'aumento dell'età, quello dei diffalchi scalari o fissi dalla somma assicurata, quello del raggruppamento delle vite mediocri in speciali classi di dividendo col sistema della ripartizione differita degli utili, e quello della tariffazione di questi rischi sulla base di una mortalità aumentata.

La maggior parte dei sistemi condusse però a reclami di diverso genere e l'accettazione di molte polizze venne rifiutata tostochè gli assicurandi venivano a sapere che essi non erano stati assunti a con-

dizioni normali. Il metodo che si è decisamente rivelato migliore è in ogni modo quello della commisurazione dei premi sulla base di una mortalità aumentata ed è appunto questo il metodo che viene universalmente applicato anche oggidi dalla Compagnia. In base a tale sistema viene attribuita ai rischi mediocri una mortalità del 112·50‰, del 125‰, del 137·50, del 150‰, del 175‰ o del 200‰ di quella preveduta dalla tavola „*American-Experience*“ ed i premi e le riserve vengono calcolati di conformità.

Per ciò che riguarda le riserve, la pratica ha dimostrato che basta applicare una mortalità media del 150‰ per la calcolazione delle riserve di tutti i rischi mediocri e con questa mortalità unitaria si risparmia tempo e lavoro. Nella elaborazione delle esperienze e dei risultati ottenuti questi rischi mediocri vennero ripartiti in tre classi, a seconda cioè se erano stati preventivati con il 100—125‰, o con il 125—150‰, o con più del 150‰ della mortalità della „*American-Experience*“.

Quantunque il materiale a disposizione non fosse molto abbondante e non comprendesse neanche il decennio, si può pur dire, dalle risultanze verificatesi, che la mortalità *effettiva* non fu di fronte alla mortalità *preveduta* meno favorevole che nel gruppo dei rischi normali.

La relazione riporta infine l'estratto di una tavola contenente i premi netti e le riserve alla fine del 3^o, 5^o, 10^o, 15^o e 20^o anno, data una presupposta mortalità del 125, 150 e 200‰, per assicurazione „in caso di morte“ con pagamento del premio a vita intiera e per 20 anni, come pure per assicurazioni „miste“ con durata parimente di 20 anni.

VII.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur
Volkswirtschaft und Soziologie.

Actuarial science in its relation to economics and
sociology.

La science actuarielle dans ses rapports avec
l'économie politique et la sociologie.

La tecnica dell'assicurazione nei suoi rapporti con
l'Economia Politica e la Sociologia.

VII. — A₁.

La science actuarielle dans ses rapports avec l'économie politique et la sociologie.

Par Ch. **Lembourg**, Bruxelles.

Cette question a été posée par l'Association des Actuaires Belges à laquelle j'ai l'honneur d'appartenir. Néanmoins je crois devoir présenter quelques observations relativement à son interprétation. Ceci n'est donc pas tout un rapport. Je me borne en effet à noter quelques réminiscences et quelques suggestions.

I. Quand de semblables questions ont été abordées au sein de l'Association, je n'avais pas dans l'esprit l'idée que la science actuarielle, telle qu'elle est constituée actuellement, pouvait s'appliquer immédiatement à l'étude des problèmes économiques et sociologiques, mais je pensais que les Actuaires ont une discipline mathématique un peu spéciale, des méthodes à eux, des procédés particuliers, et que cela les rendait particulièrement aptes à discuter les questions d'ordre sociologique et d'ordre économique.

Cependant le concours que la science actuarielle pure pourrait apporter, sinon à l'économie politique et à la sociologie, du moins à la solution des problèmes sociaux, est déjà fort important; il est superflu de citer des exemples.

II. Il importe surtout d'attirer l'attention sur l'aide très efficace que les Actuaires professionnels peuvent apporter à tous ceux — biologistes, économistes, sociologues — qui doivent, pour la précision de leurs recherches et la mise en oeuvre de leurs résultats, déterminer des lois de fréquence, ou des représentations analytiques de phénomènes généraux.

L'ajustement, l'interpolation, la sommation sont en effet le fondement de la discipline actuarielle ainsi que la recherche mathématique,

des rapports de causalité par l'étude des variations simultanées, or, cela c'est précisément la statistique. Et que feraient la sociologie et l'économie politique sans la statistique?

Je note en passant que l'Actuaire porte volontiers aux Etats-Unis le nom de *Statisticien*.

III. Ce qu'il est encore bon de faire remarquer c'est que l'économie politique et la sociologie peuvent être abordées par les mathématiques. En partant d'hypothèses que certaines inductions auraient pu légitimer, la méthode mathématique pourra conduire plus rapidement à des résultats utiles, ou à des constatations scientifiques nettes, que la simple observation. Les mathématiques, en effet, ont des cadres tout faits, leur développement est très avancé; leur emploi permet donc d'avancer rapidement du moment qu'elles peuvent s'appliquer.

Mais, en raison de la méthode même des mathématiques, il est nécessaire qu'il y ait à l'origine des hypothèses nettes.

Le plus souvent on pourra poser à l'origine quelqueune de ces hypothèses nettes. Elle ne sera peut être que transitoire, cela n'est rien du moment qu'elle est utile et que, partant de cette hypothèse, faite d'ailleurs à propos de choses mesurables, on peut appliquer les mathématiques. Ce sur quoi j'insiste, c'est que, grâce à l'application des mathématiques on procédera infiniment plus vite et avec infiniment plus de certitude que par les procédés purement empiriques que l'on emploie actuellement.

Quant aux hypothèses elles-mêmes il importe particulièrement qu'elles soient fécondes. Ce qu'elles ont en elles de vrai, le développement ultérieur de la science le précisera; si elles sont fausses, le temps les infirmera: la déduction mathématique appliquée aux hypothèses que l'aspect actuel des choses a permis de poser, permettra. Souvent, d'ailleurs, d'en reconnaître le bien ou le mal fondé.

On sait aussi que les hypothèses, si complexes qu'elles soient ne représentent jamais que l'expression approchée de phénomènes généraux; lorsque ces hypothèses se trouvent fondées les mathématiques permettront a priori une évaluation approchée et simple des résultats. Si l'on s'aperçoit qu'il faut introduire de nouvelles conditions dans les hypothèses, les mathématiques, appliquées aux hypothèses ainsi complétées, permettront une approximation plus grande des résultats, bien qu'on ne puisse pas dire que l'expression en restera toujours aussi simple.

IV. Je tiens à faire remarquer aussi, au point de vue pratique, qu'il est certaines choses qu'il faut seulement apprécier, et qu'on ne peut pas mesurer directement. Si ces choses forment un groupement dont on peut déterminer a priori la loi de répartition, l'ensemble des

cotes rapporté à la loi de répartition permettra d'établir la valeur du système de cotes, base d'appréciation.

V. J'ai dit précédemment, et à diverses reprises, que l'ambition scientifique de l'Actuaire porte sur bien des domaines: il fera la physique mathématique des phénomènes de masse; il appliquera les formules de cette physique à la multitude des faits économiques d'un même ordre, mais à cette multitude en tant que multitude. Dans une foule il pesera l'individu; s'il le peut, il l'affectera des paramètres que cette pesée révèle, mais calculera en effet d'ensemble, car pour lui c'est l'action de l'ensemble qui compte; sa pesée sera plus ou moins précise, et pour l'examen de l'élément dont il compose sa foule, il aura besoin de l'aide de toutes les sciences d'observations. En revanche il leur fournira des lois que seul un ensemble révèle et qui préparent une synthèse.

VI. Je le répète, je n'ai voulu exprimer que quelques idées d'ordre général, je ne cherche pas à les éclairer par des exemples concrets.

J'espère toutefois que les loisirs de ma profession me permettront d'étudier la question de plus près et surtout de me familiariser davantage avec les phénomènes que l'on qualifie généralement d'économiques et sociaux. Je pourrai ainsi présenter à un prochain Congrès une note correspondant à l'ambition de l'Actuaire telle que je viens de l'esquisser à grands traits.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie.

Von Ch. Lembourg, Brüssel.

Nicht die Ergebnisse der Versicherungstechnik sind auf die Soziologie und Volkswirtschaft anzuwenden, wohl aber ihre Methoden. In gewissem Sinne hat sogar die gesamte Mathematik auf Soziologie und Volkswirtschaft Anwendung zu finden; zu dieser Anwendung sind in erster Linie die Versicherungstechniker berufen.

Der wissenschaftliche Ehrgeiz der Versicherungstechniker soll dahin gehen, daß sie es sind, welche die mathematische Physik der Aggregate schaffen werden.

Actuarial science in its relations to economics and sociology.

By Ch. Lembourg, Brussels.

Not the results but the methods of actuarial science must be applied to economics and sociology. Even the whole of mathematics has in some way to find such application and nobody is better qualified than the actuary to cultivate the same.

Scientific ambition of actuaries should aim to create mathematical physics of aggregates.

La scienza attuariale nei suoi rapporti con la economia politica e la sociologia.

Ch. Lembourg, Bruxelles.

Non i *risultati* della Scienza Attuariale occorre applicare alla Economia Politica ed alla Sociologia, ma bensì i suoi *metodi*. Occorre applicare ad esse anche la Matematica tutta intiera e per una tale applicazione gli Attuari sono più idonei di qualsiasi altro.

L'ambizione scientifica dell'Attuario è d'essere colui che creerà la fisica matematica degli aggregati.

VII. — A₂.

La science actuarielle dans ses rapports avec l'économie politique et la sociologie.

Par **L. Maingie**, Bruxelles.

Lorsque, dans le courant de 1908, j'ai demandé à l'Association des Actuaires Belges de soumettre cette question au Comité organisateur du Congrès de Vienne, j'ignorais que les rapports dussent être déposés dès le mois de Janvier. Il m'eût fallu pouvoir disposer d'un temps sensiblement plus long, pour faire, en dehors d'occupations professionnelles assez absorbantes, une étude suffisante des diverses faces de la question, laquelle est, en effet, intéressante à plus d'un titre.

Il eût fallu pouvoir relire les diverses oeuvres de Quételet, en présenter les aspects principaux, prendre une connaissance suffisante d'une littérature mathématique déjà abondante relative à la statistique mathématique, à la sociologie et à l'économie pure, en dégager les données essentielles, les résultats acquis et les tendances.

J'avoue n'avoir pu accomplir un tel travail. Il ne m'a guère été possible que de lire avec attention certaines publications de l'Institut de Sociologie de Bruxelles, quelques ouvrages sur la statistique, une partie des oeuvres de Walras sur l'Economie politique. Si je joins à cela, les souvenirs, peut-être imprécis, de certaines lectures, j'ai le sentiment que ce n'est pas assez pour défendre avec quelque autorité, l'idée que l'actuaire, à cause de sa formation spéciale, a un rôle à jouer en économie politique et en sociologie.

Et cependant, cette idée me paraît devoir ouvrir à l'activité de l'actuaire un champ si fécond; elle paraît devoir l'orienter, en dehors de préoccupations purement professionnelles, vers des recherches de science pure si attirantes; elle me paraît être si bien de nature à entraîner des vocations, que je ne résiste pas, bien que je me sente

à son égard un avocat insuffisamment documenté, à la tentation d'écrire quelques pages à ce sujet.

Cette idée d'ailleurs ne m'est pas personnelle; Laurent l'a défendue à diverses reprises, et il l'a fait parfois avec une telle verdeur d'esprit et un style si incisif, qu'il faut vivement regretter que la mort l'ait précisément enlevé à la veille du Congrès de Vienne. Il y eût certainement défendu avec une autorité et un talent que je ne possède pas, des idées sur le rôle de l'actuaire qu'il n'a développées qu'en se tenant quelque peu à l'écart ou en dehors de nos congrès.

C'est du reste une façon de rendre hommage à celui qui fut peut-être parmi nous, le plus idéaliste, que de demander au Congrès d'accorder quelques instants à une idée à laquelle il a, je pense bien, donné naissance.

C'est aussi la raison pour laquelle il me paraît bon qu'elle soit, dès maintenant, recueillie et que je demande au Congrès d'émettre le voeu que cette idée soit féconde et ne soit pas seulement un éclair d'un esprit brillant.

Toutefois, je demande en même temps, si le Congrès de Vienne n'épuise pas la question, si la documentation qui y sera produite ne paraît pas complète, que la discussion ne soit pas close, qu'elle soit, au contraire, maintenue ouverte pour permettre des recherches ultérieures, et être reprise lors de prochains Congrès après de nouvelles études.

* * *

La science actuarielle a-t-elle des rapports avec l'Economie politique et la Sociologie?

Nous trouverons la réponse à cette question en dégageant les idées directrices de la science dont l'actuaire fait l'objet de ses pré-occupations, et leurs conséquences.

Qu'est-ce que l'actuaire?

C'est l'ingénieur de la finance. Comme tel, il en est à la fois le théoricien et le praticien.

Par une extension toute naturelle, il s'est attaché à toutes les questions qui ont un point d'appui sur la théorie de l'intérêt. C'est pourquoi il est devenu le spécialiste des questions d'assurances sur la vie et que, dans ces dernières années, il a été amené à s'occuper des assurances dites *sociales*, assurances contre la maladie, l'invalidité et la vieillesse, les accidents du travail, et qu'il a pris sur ce terrain une position spéciale.

Tel est l'actuaire moderne, telle est du moins l'habituelle définition de l'actuaire. C'est bien l'ingénieur de la finance dans une très large

acception du mot, c'est le théoricien et le praticien de toutes les questions relatives aux opérations financières, lesquelles comprennent non seulement les opérations financières proprement dites, mais encore les opérations viagères, et le fonctionnement des institutions d'assurances privées ou non, dont la gestion dépend du principe de l'espérance mathématique.

Déjà, de cette dernière extension, on peut retenir que l'actuaire a, d'un domaine essentiellement pratique, pénétré dans un domaine plus théorique. Ingénieur d'institutions financières dont le but est mercantile, il a jugé que son rôle ne se bornait pas à cet aspect purement utilitaire, que la science dont il est l'ordonnateur permet de donner des solutions exactes à des problèmes qui se sont présentés à l'attention de la plupart des gouvernements.

Mais en s'occupant de ces problèmes, il n'en a pas seulement indiqué les solutions financières: il a dû les justifier par des discussions théoriques et examiner le côté économique des questions d'assurances dites sociales dont il s'est occupé comme mathématicien, rechercher leur rapport et établir leur concordance avec leur aspect actuariel.

Il n'a pu le faire qu'en élargissant le cadre de ses études.

S'il y a réussi, c'est qu'il dispose d'outils spéciaux, qu'il est doué d'une mentalité spéciale.

Quels sont ces outils? Quelle est cette mentalité? Ne lui permettent-ils pas une nouvelle extension de son domaine déjà élargi?

Telles sont les questions que nous nous proposons d'examiner.

* * *

L'outil de l'actuaire, ce sont les sciences mathématiques avec toutes les ressources de leurs méthodes; c'est aussi leur esprit, qui en rend le champ d'application si fécond.

Les principes de la théorie des fonctions, l'actuaire les utilise à chaque instant; ils sont comme la trame de ses raisonnements lorsqu'il s'occupe d'annuités certaines ou viagères, lorsqu'il applique directement ou mentalement les fonctions d'intérêt et de mortalité à des opérations financières.

L'outil de l'actuaire, c'est encore et surtout la statistique avec ce qu'elle suppose de connaissances mathématiques, et avec aussi son point d'appui, la théorie des chances.

Nul, plus peut-être que l'actuaire n'a besoin d'être imbu de cette philosophie spéciale qui se dégage des principes du calcul des probabilités, philosophie dont l'interprétation scientifique et souvent concrète, donne la solution d'un nombre considérable de problèmes généraux et particuliers qui chaque jour se posent à son attention comme praticien.

Des principes généraux se classent et se groupent, pour lui, autour de la loi des grands nombres dont ils découlent logiquement, malgré parfois d'apparentes discordances.

Il faut à l'actuaire pour sentir la souplesse de ces principes et leur uniformité sous des aspects qui n'apparaissent opposés que si une investigation reste superficielle, une souplesse de pensée qui ne s'acquiert que par un long maniement de ces principes dans leurs multiples applications.

Je n'en veux pour preuve que les différences d'aspect de l'assurance sur la vie et de l'assurance accidents ou incendie, que j'ai montrées dans un autre rapport, et qui ne sont que l'application dans deux directions différentes et apparemment opposées de principes généraux identiques.

C'est en partie au fait que la pensée de l'actuaire est d'une façon presque continue rivée à la philosophie spéciale et parfois ardue qui se dégage de la théorie des chances, qu'il acquiert une mentalité spéciale qui en fait en quelque sorte l'auxiliaire le plus sûr de la statistique mathématique, ordonnée avec unité.

Cette mentalité spéciale, faite de l'esprit mathématique et de la philosophie des probabilités, il la met en oeuvre chaque fois qu'il vérifie les documents statistiques nécessaires à la connaissance des lois d'un phénomène connexe aux assurances, lorsqu'il tente de dégager de cette statistique une échelle numérique mesuratrice de la loi qu'il cherche, lorsqu'enfin il soumet cette échelle à l'analyse pour découvrir la fonction qui pourrait l'interpoler et lorsqu'il étudie la signification des paramètres de cette fonction.

Car, cette mentalité spéciale est encore faite de la faculté d'interprétation. L'actuaire fait autre chose que d'appliquer ou de rechercher des formules; il les interprète pour les besoins de la pratique, pratique impérieuse d'ailleurs par les données qu'elle impose.

Je pense devoir ici m'expliquer plus longuement.

Toute science mathématique est théorique; elle abstrait ou elle pose une hypothèse. Ses déductions sont vraies dans l'étendue de cette abstraction et de cette hypothèse.

La théorie de l'intérêt, premier échelon de la science actuarielle, n'échappe pas à cette remarque. C'est une science mathématique basée sur une abstraction: la productivité du capital et, pour la plupart des opérations usuelles, sur une hypothèse: la *constance* de cette productivité.

La théorie abstraite des annuités, est, en effet, pour la plupart des cas, considérée sous cette condition: la constance du taux de l'intérêt.

Les formules que l'on en déduit sont exactes *dans cette hypothèse*.

Or, celle-ci n'est en pratique, pour ainsi dire jamais vérifiée. Le taux d'intérêt produit par les capitaux d'un prêteur d'argent, par exemple, est essentiellement variable; et cette variation se fait sans autre loi apparente, que l'afflux des capitaux dans ses caisses ou leur reflux vers les demandeurs de ces capitaux.

Dès lors, on peut se demander à quoi peuvent servir des formules établies dans une hypothèse qui n'est jamais vérifiée.

Un économiste de l'école de Lausanne, répondrait qu'elles sont de la plus haute utilité, parce qu'il sait que la science pure a une utilité qu'il a dégagée. Un adversaire répondrait peut-être que ces formules sont inutiles parce que non harmonisées avec les conditions imposées par la pratique. Ce serait du reste la réponse de tous ceux qui ne sont pas imbus de l'esprit mathématique.

Or, ceci n'est pas affaire de sentiment. C'est une simple question de relativité, ou mieux de *mesure* de certaines quantités. Si j'emploie ce terme, si j'ai cité deux écoles adverses, c'est que je tenterai tout à l'heure de montrer que le débat qui les désunit se résoud par une question de valeur, en d'autres termes, de *mesure*.

Pour préciser cette pensée, faisons ici oeuvre d'interprétation.

Dans les questions d'intérêt, les formules mathématiques de la théorie sont en quelque sorte la trame des opérations pratiques.

Le prêteur réalise des taux d'intérêt variables, mais les fluctuations de ce taux sont d'une *amplitude relative*, de telle sorte que l'on peut considérer réalisé un taux moyen dont on peut admettre la constance.

Dès lors, les formules théoriques peuvent s'appliquer.

Mais il faut de suite remarquer que, si d'un côté, ce phénomène de la non constance du taux de l'intérêt permet d'utiliser pratiquement des formules exclusivement théoriques, lesquelles dérivent d'une abstraction, d'un autre côté, ce phénomène impose au praticien certaines précautions dont il ne peut *juger de l'efficacité qu'en les rapportant aux formules théoriques*. Ces perturbations du taux de l'intérêt, apparaissent alors comme le résultat d'oscillations de plus ou moins grande amplitude dont on ne peut juger les effets *qu'en les rapportant à une formule dérivant de l'hypothèse de la constance*.

Celle-ci est donc éminemment utile. Il s'explique ainsi pourquoi la théorie apparaît comme la trame essentielle des opérations pratiques.

Il faudrait un volume pour montrer comment le praticien, doublé d'un théoricien, qu'est l'actuaire, peut établir le traitement mathématique des prêts remboursables par annuités, comment il l'appuie sur des données théoriques pour ensuite montrer combien le mode d'amortis-

sement d'un capital remboursable par annuités diffère sensiblement des conclusions de la théorie pure, basée sur la constance du taux de l'intérêt et cependant concorde avec cette théorie malgré d'apparentes divergences.

Un jour peut-être, j'écrirai un tel livre. Pour le moment, je ne serai pas aussi long; ceux pour qui j'écris me comprendront sans autres explications.

Je préfère conclure que ces divergences sont à l'œil du mathématicien, la confirmation de ses déductions théoriques, parce qu'elles ne sont que de simples perturbations, peu importantes en général, d'une loi hypothétique dont la connaissance est nécessaire, si l'on veut, précisément, étudier les perturbations qui peuvent l'atteindre.

Cette faculté d'interprétation, c'est-à-dire de découvrir sous des phénomènes particuliers une trame uniforme qui en règle l'allure générale, de débarrasser un phénomène de phénomènes particuliers perturbateurs, l'actuaire la possède au plus haut degré, parce qu'elle est l'essence même de l'éducation professionnelle qu'il acquiert et qui vient se greffer sur son éducation théorique et l'étayer.

Et s'il peut ainsi faire le départage entre des phénomènes essentiels et des phénomènes accessoires, c'est parce qu'il sait, comme mathématicien, les *mesurer*, qu'il sait aussi mettre en œuvre pour opérer cette mensuration toutes les ressources de la statistique mathématique.

* * *

Voilà donc l'actuaire moderne; tels sont ses outils; telle est sa mentalité. C'est l'ouvrier de la finance, armé de tout l'attirail nécessaire pour en étudier la statique et la dynamique.

Et il faut reconnaître que la tâche qu'il s'est donnée, il l'a bien remplie.

Quoi de mieux ordonné maintenant que la théorie de l'intérêt et ses applications? Tout a été fouillé, précisé à ce double point de vue théorique et pratique. La science des opérations viagères, elle aussi est assise dans ses principes généraux. Quelques problèmes, dont les conditions sont d'ores et déjà définies sont encore à résoudre. L'actuaire statisticien attend, avant de conclure, que de ses observations multipliées sortent des lois et peut-être des fonctions qui en seront l'expression appuyée sur des mesures précises.

Mais l'équilibre général existe entre la théorie et la pratique; les oscillations, les perturbations dues aux conditions de cette dernière sont réduites à leurs proportions véritables par rapport aux phénomènes d'ensemble.

* * *

L'actuaire doit-il se limiter à la science financière? Ses outils sont-ils à ce point spéciaux qu'ils ne puissent être utilisés ailleurs? Sa mentalité ne le rend-elle pas apte à d'autres études?

Assurément. Il peut, je pense, nourrir l'ambition de devenir le prospecteur de tout domaine où les fouilles doivent être pratiquées avec ses outils et dirigées d'après une mentalité qui est la sienne.

Existe-t-il de tels domaines?

L'économie politique, la sociologie apparaissent comme s'adaptant aux procédés d'investigation qui ont permis à l'actuaire de construire la science financière.

Les services qu'il peut rendre dans cette direction, sont de deux espèces.

Comme statisticien, il peut, tout au moins, être consulté sur les conditions et l'unité d'une bonne statistique, il peut être le mathématicien qui interpolera une série de valeurs numériques, donnera une fonction représentative d'un phénomène, interprétera les paramètres de cette fonction et en donnera, s'il est possible, la signification économique ou sociologique.

Par exemple, Mr. *Pareto* a trouvé, en compulsant diverses statistiques, la formule

$$N = A x^{-\alpha}$$

donnant le nombre N d'individus dont le revenu est supérieur à x , A et α étant des constantes particulières à un pays.

Je ne sache pas qu'il ait interprété les paramètres A et α : il y a peut-être là quelque chose à tenter, quelque chose aussi qui soit dépendant de tant de circonstances et de conditions qu'il est peut-être impossible d'en dégager la signification précise.

L'interprétation de la loi donnée par Mr. *Pareto* est aisée, nous ne la reproduirons pas. Elle est peut-être liée, comme l'a suggéré *Laurent*, au degré de capacité des individus.

Ce qui nous intéresse, c'est qu'il y a là un exemple de recherche mathématique et d'oeuvre d'interprétation. C'est de la bonne besogne d'actuaire, ou du moins de chercheur qui en a la mentalité spéciale.

De ce côté, le champ est vaste, et il est loin d'être complètement exploré.

J'ajoute que dans cette direction, l'activité de l'actuaire peut s'étendre bien en dehors de l'économie politique et de la sociologie.

Mr. *Massart*, professeur de botanique à l'Université de Bruxelles, retrouvant pour les végétaux la loi de *Weber* en psycho-physique, et la relation mathématique qui lie l'intensité de l'excitation à l'intensité

de la réaction, a fait oeuvre de mathématicien, j'ajoute: de ce mathématicien spécial qu'est l'actuaire.

A titre d'exemple de recherches mathématiques appliquées aux sciences économiques et sociales, on peut citer la formule suivante rapportée par Mr. *Warweiler*, directeur de l'Institut de Sociologie de Bruxelles:

$$T = MW^{1/6}$$

relative au temps de gestation, et dans laquelle W est le poids de l'animal. M un coefficient spécial à chaque classe et dépendant du degré d'intelligence.

Il est aisé de se rendre compte qu'une telle formule n'a pu être établie que par des procédés identiques à ceux que l'actuaire a mis en oeuvre pour dégager une fonction de mortalité analogue à

$$l_x = k s^x g^{e^x}$$

Citons encore des recherches de Mr. *Charles Henry* publiées par l'Institut de Sociologie de Bruxelles, sur la loi binomiale des erreurs accidentelles. Une précision plus grande de cette loi, de son application à des observations et à des phénomènes appréciés par des mesures répétées ressort de telles études. Il en résulte aussi une perfection de plus en plus grande des instruments mathématiques de l'investigation scientifique. Il se forme ainsi une science mathématique dont dépendent les sciences d'observation et surtout la statistique, une technique des procédés de recherche.

C'est encore là une oeuvre née d'une mentalité analogue à celle de l'actuaire; l'on peut la rapprocher de cette belle méthode d'utilisation de la théorie des moindres carrés à l'ajustement des tables de mortalité, indiquée par Mr. *Oltamare*, laquelle peut trouver son application à d'autres problèmes.

Ainsi, l'actuaire orienté dans un sens déterminé peut devenir le collaborateur éclairé du biologiste, du physiologiste, aussi bien que celui de l'économiste et du sociologue.

Alors, notez-le bien, il ne fera pas seulement usage de ses connaissances mathématiques, il ne recherchera pas seulement la fonction interpolatrice de diverses ordonnées observées, il vérifiera aussi si ces ordonnées sont bien déterminées, si les observations qui ont permis cette détermination répondent aux conditions nécessaires d'observations en série. Sa mentalité de statisticien, commentateur entendu de la théorie des chances, lui viendra en aide; il précisera même par le calcul la valeur relative des séries d'observations.

Notons-le, l'actuaire fait la théorie mathématique des phénomènes de masse, il est peut-être, je l'ai déjà dit, de tous les mathématiciens le mieux qualifié pour faire cette théorie.

On en arrive ainsi à cette définition donnée récemment par Mr. *Lemboury*, mon collègue à l'Association des Actuaire Belges :

„L'actuaire est l'auxiliaire indispensable du biologiste, de „l'économiste, du politique, comme il est celui de la grande banque, „et comme il devrait être celui du grand commerce. Ses spécialités, „ou les hasards de la vie, lui permettent d'utiliser ses connaissances „au profit de l'une ou l'autre forme de l'activité scientifique et de „l'activité commerciale. C'est lui qui fait la physique mathématique „des phénomènes de masse, c'est lui qui, dans la pratique, applique „les formules de cette physique à la multitude des faits économiques „d'un même ordre, mais à la multitude en tant que multitude. Il pèse „l'individu de cette multitude, s'il le peut, l'affecte des paramètres „que cette pesée révèle et calcule un effet d'ensemble, car pour lui „c'est l'action de l'ensemble qui compte. Sa pesée est évidemment plus „ou moins précise et, pour l'examen de l'élément dont il compose sa „foule, il a besoin de l'aide de toutes les sciences d'observation. En „revanche il leur fournit des lois que seul un ensemble révèle et qui „préparent une synthèse“.

Mais d'autre part, la science financière, particulière à l'actuaire, la science actuarielle pour résumer d'un mot ses diverses branches, n'est qu'un chapitre de l'Economie politique.

Les autres chapitres lui seraient-ils fermés ?

Ils doivent l'être d'autant moins que les vérités économiques ressortent souvent de recherches statistiques; d'autant moins surtout, qu'en dehors de l'économie politique appliquée, il se forme une économie pure dont le fondement est mathématique.

Une sorte de mécanique économique se forme, qui étudie les états statique et dynamique de la théorie de l'échange.

Ses adeptes, répandus un peu partout, chaque jour plus nombreux, forment une école (l'école de Lausanne), qui réclame, avec insistance, une place pour la science qu'elle édifie, lentement peut-être, mais avec toute la sûreté d'une science exacte.

Une telle école se justifie-t-elle ?

Écoutons à ce sujet l'un de ses fondateurs.

Citons de *Walras* deux passages empruntés l'un aux *Eléments d'Economie politique pure* (page 29), l'autre à la *Théorie mathématique de la richesse sociale* (page 33).

„La valeur d'échange est donc une grandeur et, on peut le „voir dès à présent, une grandeur appréciable. Et si les mathématiques

„en général ont pour objet l'étude des grandeurs de ce genre, il est
 „certain qu'il y a une branche des mathématiques. oubliée jusqu'ici
 „par les mathématiciens, et non encore élaborée, qui est la théorie
 „de la valeur d'échange.

„Je ne dis pas, on le sait déjà suffisamment, que cette science
 „soit toute l'économie politique. Les forces, les vitesses sont, elles
 „aussi, des grandeurs appréciables, et la théorie mathématique des
 „forces et des vitesses n'est pas toute la mécanique. Il est toutefois
 „certain que cette mécanique pure doit précéder la mécanique appliquée.
 „De même il y a une économie politique pure qui doit précéder l'éco-
 „nomie politique appliquée, et cette économie politique pure est une
 „science tout à fait semblable aux sciences physico-mathématiques.
 „Cette assertion est neuve et paraîtra singulière; mais je viens de la
 „prouver déjà, et je la prouverai mieux encore par la suite.

„Si l'économie politique pure, ou la théorie de la valeur d'échange
 „et de l'échange, c'est-à-dire la théorie de la richesse sociale considérée
 „en elle-même, est, comme la mécanique, comme l'hydraulique, une
 „science physico-mathématique, elle ne doit pas craindre d'employer
 „la méthode et le langage des mathématiques.

„L'idée de l'application des mathématiques aux sciences physiques
 „est une idée que plusieurs savants ont mise à profit dans les temps
 „anciens et modernes, mais de laquelle *Descartes* est le premier qui
 „se soit bien rendu compte. Il résulte clairement d'un passage du
 „Discours de la Méthode que *Descartes* considère comme sciences
 „mathématiques toutes celles qui traitent de faits de quantité, c'est-
 „à-dire de grandeurs susceptibles d'être soit exprimées en nombres,
 „soit représentées par des figures, et qui, pour cette raison, peuvent
 „et doivent être élaborées soit dans le langage de la science des
 „nombres ou de l'algèbre, et grâce à la connaissance des propriétés
 „des nombres, soit dans le langage de la science des figures ou de la
 „géométrie, et grâce à la connaissance des propriétés des figures.
 „La célèbre application de l'algèbre à la géométrie n'est qu'une con-
 „séquence particulière de cette vue d'ensemble de l'illustre mathé-
 „maticien philosophe. La géométrie traite des figures qui sont des
 „grandeurs susceptibles d'être exprimées en nombres; donc elle peut
 „elle-même être élaborée dans le langage de la science des nombres,
 „et grâce à la connaissance des propriétés des nombres; donc elle
 „est la première science à laquelle on peut appliquer l'algèbre, ce qui
 „donne la géométrie analytique. Mais viennent ensuite la mécanique
 „qui traite du mouvement des corps en général, l'astronomie qui traite
 „du mouvant des corps célestes en particulier, si ce mouvement est
 „susceptible de s'exprimer en nombres ou de se représenter par des

„figures, on pourra aussi bien appliquer les mathématiques: algèbre, „géométrie, géométrie analytique, à la mécanique, à l'astronomie. C'est „ce qu'avant *Descartes* avait déjà fait *Galilée*; c'est ce qu'après lui „ont encore fait *Huyghens*, *Newton*, *Laplace*.

„Comme la mécanique traite du mouvement, des vitesses, etc., „l'économie politique pure, telle que nous l'avons définie, traite de „l'échange, des prix: prix des produits, prix des services producteurs, „etc. Les prix sont les rapports inverses des quantités de marchandises „échangées; ce sont des grandeurs susceptibles d'être soit exprimées „en nombres, soit représentées par des figures. Les éléments néces- „saires et suffisants de ces prix, tels que nous les avons reconnus, „l'utilité, la quantité possédée des marchandises, sont dans le même „cas. Donc il est possible d'appliquer les mathématiques à l'économie „politique pure comme à la mécanique et à l'astronomie, c'est-à-dire „d'élaborer l'économie politique pure comme la mécanique et l'astro- „nomie dans le langage soit de la science des nombres, soit de la „science des figures, en se servant des propriétés connues des nombres „ou des figures. Et si c'est là une chose que l'on peut faire, c'est „par cela même une chose que l'on doit faire. Tel est le caractère, „telle est la portée de l'application des mathématiques à l'économie „politique.“

Considérer en économie politique des quantités susceptibles de mesure, et les soumettre à l'analyse mathématique, n'est-ce pas là une idée bien faite pour sourire à l'actuaire, pour l'amener à prendre rang parmi les économistes. Son intervention peut, en effet, être féconde; elle se justifie par son éducation, par sa mentalité spéciale dont nous avons fait ressortir les caractères essentiels.

Assurément, l'économique mathématique est combattue; elle l'a été par des mathématiciens, elle l'est surtout par des économistes qui ignorent les mathématiques.

Mais une telle application des mathématiques n'est pas faite pour étonner l'actuaire, habitué à faire la distinction entre la théorie, et les conditions pratiques de phénomènes divers qui, pour un oeil non exercé, ne paraissent pas s'accorder avec cette théorie.

C'est à dessein, on le voit, que j'ai cité cet exemple de la théorie mathématique de l'intérêt, et de son côté pratique.

Il faut aussi en économie politique séparer la conception théorique, qui est une science, des phénomènes concrets dont l'analyse et le côté application est un art.

Mais je pense que cet art ne peut avoir de fondements sérieux que s'il prend sa source dans une théorie mathématique bien ordonnée, appuyée sur des concepts idéaux, des abstractions dont on retrouve

les formes plus ou moins parfaites plus ou moins déformées dans les phénomènes concrets.

De là des divergences entre la théorie et la pratique. Mais je suis porté à croire que des économistes attachent à des phénomènes perturbateurs une importance prépondérante, tandis que l'économiste mathématicien les ramène à des oscillations qui se greffent sur des lois générales, enseignées par une théorie abstraite.

Pour lui, l'interprétation mathématique et l'interprétation concrète, se trouvent d'accord; elles ne sont divergentes et opposées que pour ceux qui appuient leurs raisonnements sur des appréciations non contrôlées par des *mensurations*.

On a dit aussi que l'économique mathématique ne pouvait exister parce qu'elle s'applique à des grandeurs non susceptibles de mesure, parce que „la liberté humaine ne se laisse pas mettre en équation“.

C'est aller trop vite; c'est ignorer les mathématiques et leur esprit, c'est ignorer le fait que dans nombre de sciences physiques, dépendantes des mathématiques, des mesures indirectes donnent un moyen d'apprécier la grandeur de certaines quantités.

A une telle idée, l'actuaire s'est accoutumé par la théorie de l'intérêt, lequel n'est qu'un moyen indirect de mesure des besoins humains et la satisfaction à retirer de la jouissance d'un capital.

Elle ne peut l'effrayer lorsqu'on la transporte en économie politique.

Je pense devoir plutôt insister, au risque de me répéter, sur les aspects théorique et pratique de toute science mathématique.

Il ne faut pas confondre, dis-je, le côté théorique de l'économie politique et non côté application.

A l'un correspond une science abstraite, à l'autre l'application de cette science à des faits concrets et la recherche des perturbations, des divergences qui complètent, assurent et stabilisent cette théorie.

Comme la mécanique, comme la théorie de l'intérêt, comme toute science physique l'économie politique est à la fois rationnelle et expérimentale. Les objections que l'on fait à la première font qu'elle est souvent confondue avec la seconde.

De même que la théorie de l'intérêt, rationnelle, ne semble d'accord avec les opérations réelles de prêts par annuités que pour l'oeil exercé de l'actuaire expérimenté, imbu de l'esprit mathématique, de même que la mécanique rationnelle et la mécanique appliquée présentent des divergences, qui se résorbent pour l'ingénieur interprétant sainement les principes de la mécanique rationnelle, de même l'économie politique appliquée ne semble d'accord avec l'économique pure, que pour ceux qui en aperçoivent à la fois, avec la vision mathématique nécessaire, les points de contact et le pourquoi de divergences accidentelles.

Je puis ici citer *Walras* (page 29).

„La méthode mathématique n'est pas la méthode expérimentale, „c'est la méthode rationnelle. Les sciences naturelles proprement dites „se bornent-elles à décrire purement et simplement la nature et ne „sortent-elles pas de l'expérience? Je laisse aux naturalistes le soin „de répondre à cette question. Ce qui est sûr, c'est que les sciences „physico-mathématiques, comme les sciences mathématiques proprement „dites, sortent de l'expérience dès qu'elles lui ont emprunté leurs types. „Elles abstraient de ces types réels des types idéaux qu'elles définissent ; „et, sur la base de ces définitions, elles bâtissent à priori tout l'écha- „faudage de leurs théorèmes et de leurs démonstrations. Elles rentrent, „après cela, dans l'expérience non pour confirmer, mais pour appliquer „leurs conclusions. Chacun sait parfaitement, pour si peu qu'il ait fait „de géométrie, que les rayons d'une circonférence ne sont égaux entre „eux, et que la somme des trois angles d'un triangle n'est égale à „celle de deux angles droits, que dans une circonférence et dans un „triangle abstraits et idéaux. La réalité ne confirme qu'approximativement „ces définitions et démonstrations; mais elle en permet une très riche „application. Pour observer cette méthode, l'économie politique pure „doit emprunter à l'expérience des types d'échange, d'offre, de demande, „de marché, de capitaux, de revenus, de services producteurs, de „produits. De ces types réels, elle doit abstraire, par définition, des „types idéaux, et raisonner sur ces derniers, pour ne revenir à la „réalité que la science une fois faite et en vue des applications. Nous „aurons ainsi, sur un marché idéal, des prix idéaux qui seront dans „un rapport rigoureux avec une demande et une offre idéales. Et „ainsi de suite. Ces vérités pures seront-elles d'une application fréquente? „A la rigueur, ce serait le droit du savant de faire de la science, „pour la science, comme c'est le droit du géomètre (et il en use tous „les jours) d'étudier les propriétés les plus singulières de la figure la „plus bizarre, si elles sont curieuses. Mais on verra que ces vérités „d'économie politique pure fourniront la solution des problèmes les plus „importants, les plus débattus et les moins éclaircis d'économie politique „appliquée et économie sociale“.

Et si l'on admet avec *Walras* qu'il puisse exister une économie pure et une économie appliquée s'inspirant des principes dégagés par la première, ne voit-on pas que l'actuaire peut s'y trouver à l'aise, les étudier, les perfectioner peut-être?

Il accomplira ainsi une oeuvre parallèle à celle qu'il crée lorsqu'il fait de la théorie financière pure et appliquée.

Il est admirablement préparé pour cette étude; il est mathématicien, il sait interpréter, il sait étudier par des statistiques bien

dressées soit les conclusions de théorie pure, soit des lois d'application qui ont leur point d'appui sur cette théorie.

* * *

Et ce que l'on affirme de l'économie politique, ne peut-on le répéter de la sociologie ?

Cette idée est plus neuve ; elle peut effrayer davantage. Elle ne me paraît cependant pas plus hardie que celle d'une économie rationnelle.

Je vais tenter de justifier cette opinion, bien que ma culture sociologique soit considérablement incomplète.

J'ai lu avec attention quelques ouvrages sur la sociologie. J'ai retenu de mes lectures, une impression et une définition.

Une impression : celle du désordre, je suis tenté de dire le chaos d'une science en formation.

Une définition : celle que donne, dans son *Esquisse d'une Sociologie*, Mr. Warweiler : *La sociologie étudie les actions et réactions effectivement exercées ou subies par les individus dans les rapports qu'ils ont entre eux sans distinction de sexes.*

Le désordre me paraît provenir, je donne ici je le répète une impression, du fait que ceux qui se livrent à l'étude des phénomènes sociologiques se perdent, en général, dans l'examen des causes nombreuses qui apparaissent dans la production de ces phénomènes.

Aucun criterium certain, quant au classement de ces causes par degré d'importance, n'a été recherché ; on exagère l'influence des unes, on diminue celle des autres ; les conclusions des raisonnements succédant à une telle étude apparaissent parfois bizarres.

Il manque là une mensuration, directe ou indirecte, qui donnerait un procédé rationnel de comparaison et par suite d'études.

J'ai reproduit la définition plus haut parce qu'elle est peut-être le fil d'Ariane qui permettra de sortir de ce dédale, d'en élaguer les broussailles. Je crois, en effet, que l'attention du sociologue actuel, est trop retenue par des phénomènes secondaires ou perturbateurs, sous lesquels il n'aperçoit pas la trame principale tissée par des causes générales qu'il devrait abstraire, mesurer et soumettre à l'analyse.

Et je dis, à l'analyse mathématique. Une théorie physique sociale, une sociologie rationnelle est à faire, et je l'aperçois en germe dans la définition citée de Mr. Warweiler.

Actions et réactions, mais c'est le résultat de *forces*, qui doivent être mesurables directement ou indirectement. *Actions et réactions*, mais c'est de la mécanique ; et l'on ne peut dire qu'une mécanique

sociologique est une chimère que lorsque tous les essais tentés pour la constituer auront échoués.

Je ne suis pas éloigné de croire, et je voudrais être suffisamment armé pour justifier cette opinion, que la sociologie est condamnée à être stérile, à n'être pas une science coordonnée, tant que ne sera pas construite une sociologie pure d'essence mathématique.

Déjà des tentatives ont été faites. Certes, ces essais sont imparfaits; la science ne se forge pas d'un bloc; on en constitue les pièces qui d'abord éparses se réunissent, lorsqu'elles ont été polies et passées au crible de la critique, en un faisceau dont l'homogénéité et l'unité se perfectionnent. Les essais de Quételet, ne sont-ils pas, en définitive, des procédés de mensuration indirecte de phénomènes sociaux, par la mesure de leurs effets moyens. On peut citer, d'autre part, une note sur des formules d'introduction à l'Energétique d'*Ernest Solvay*, un mémoire sur la mesure des capacités intellectuelles et énergétiques, de Mr. *Ch. Henry*.

L'énergétique, mais n'est-ce pas là un moyen de mensuration des actions et réactions sociales?

Convient-il ou pas? L'avenir le dira; mais j'ai foi en cet avenir; une sociologie rationnelle se constituera.

On la conçoit déjà, „Nous cherchons, dit *Ch. Henry*, à établir „un chapitre de l'Energétique sociale. Ici comme ailleurs il y aura „toujours des écarts entre les données rationnelles et les données empiriques. La conception géniale de l'Energétique sociale est l'énoncé „d'un principe indentique avec les principes de la physique générale, „et du même degré de certitude que ceux-ci.

„Il appartient aux mathématiciens d'imaginer les méthodes „permettant de calculer toutes les conséquences de ce principe, aux „statisticiens de préciser l'évolution dans le temps et dans l'espace „des facteurs empiriques, et leurs écarts avec les facteurs énergétiques „rationnels; aux politiques de chercher à diminuer sans cesse l'ordre „de grandeur de ces écarts.“

Ne croirait-on pas lire une introduction à un traité de mécanique rationnelle? Et ce mot, je le répète à dessein. Il existe une mécanique sociale rationnelle qu'il faut encore constituer, mais qui ne sera, si on parvient à la dégager de la gangue des phénomènes sociaux si complexes, ni plus ni moins vraie que la mécanique mathématique.

A défaut d'une démonstration, je termine par cette impression: La sociologie m'apparaît comme un astre nouveau qui s'élève à peine à l'horizon scientifique. Il se dessine imprécis à travers les buées de l'aube, mais l'on aperçoit déjà la clarté d'un autre astre qui aidera à les dissiper.

Ce sera l'oeuvre de la mécanique sociale.

Disciple de la religion mathématique, je me permets de saluer cette aurore, de me joindre à ceux qui la signalent et d'indiquer à l'actuaire qu'il peut, en se tournant de côté, armé des instruments qui lui sont propres, faire ample moisson d'observations.

On se tromperait sur ma pensée si l'on croyait que je veux dire qu'à lui seul appartient de découvrir ce monde nouveau; mais j'ai la ferme conviction que ceux qui pourront l'explorer auront les mêmes outils et la même mentalité que lui.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie.

Von Louis Maingie, Brüssel.

Die Behandlung dieses Themas auf dem Wiener Kongresse wurde vom Autor angeregt. Er bedauert zunächst, daß er sich nicht in dem Umfange mit der Frage befassen konnte, wie er dies wollte, doch glaubt er, daß durch deren Diskussion dem Aktuar ein neues fruchtbares Feld der Betätigung eröffnet wird. Die Idee selbst stammt nicht vom Verfasser, sondern vom verstorbenen Vizepräsidenten des Institut des Actuaires Français, *Hermann Laurent*, dessen Andenken auch durch diese Diskussion geehrt werden soll.

Die Frage selbst findet ihre Beantwortung in der richtigen Feststellung dessen, was ein Aktuar sei. Der Aktuar ist der Ingenieur des Finanzwesens und als solcher gleichzeitig Theoretiker und Praktiker. Das Arbeitsgebiet des Aktuars wurde in den letzten Jahren auch auf die Sozialversicherung ausgedehnt, wobei er sich auch mit der wirtschaftlichen Seite derselben befassen mußte. Er mußte hierzu das Gebiet seiner Studien erweitern und konnte nur mit Hilfe seiner speziellen Werkzeuge und der ihm eigenen Überlegungen reussieren.

Die Werkzeuge des Aktuars sind: die Mathematik und die Statistik samt Wahrscheinlichkeitslehre; die Eigenheit seiner Überlegungen beruht auf dem Geiste der Mathematik und der Philosophie der Wahrscheinlichkeiten sowie auf seiner Interpretationsfähigkeit, da der Aktuar nicht nur auf Grund der Ereignisse mit Hilfe des Gesetzes der großen Zahlen Gesetze sucht, Formeln aufstellt und anwendet, sondern diese auch den Bedürfnissen der Praxis entsprechend interpretiert.

Im Finanzwesen ist der Aktuar seiner Aufgabe vollkommen gerecht geworden, seine Tätigkeit muß sich aber nicht auf dieses Gebiet beschränken, da ihm seine Werkzeuge und die Art seines Denkens auch zu anderen Aufgaben befähigen; insbesondere die Volkswirtschaft und die Soziologie sind solche Arbeitsgebiete, die die Tätigkeit des Aktuars nicht entbehren können.

Der Autor zitiert mehrere Beispiele als Beweis dessen, daß Werkzeuge und Denkart des Aktuars sowohl auf diesen wie auch auf verschiedenen naturwissenschaftlichen Gebieten Eingang gefunden haben. Den Einwurf, daß sich die menschliche Willensfreiheit nicht durch Gleichungen ausdrücken lasse, hält der Verfasser für unberechtigt, da es eben im Wesen der Aktuarwissenschaft liegt, daß sie sich auch indirekter Mittel bedient, um die Bedürfnisse messen und für deren Erfüllung sorgen zu können.

Wie alle Naturwissenschaft zerfällt auch die Volkswirtschaftslehre in reine Theorie und deren Anwendung und wie sich die theoretische Mechanik nicht mit der angewandten Mechanik des Ingenieurs deckt, so deckt sich auch die Volkswirtschaft mit der theoretischen Volkswirtschaftslehre nicht und es ist gerade der Aktuar dazu berufen, zwecks Vervollkommnung der letzteren hier einzugreifen.

In der Soziologie begegnet man ähnlichen Verhältnissen. Diese Wissenschaft macht allerdings noch den Eindruck des Werdens, die Aufmerksamkeit der Soziologen wird vielleicht noch vielzusehr durch die sekundären, störenden Phänomene von ihrem eigentlichen Ziele abgelenkt. Nach *Warweiler* soll die Soziologie diejenigen Aktionen und Reaktionen studieren, welche die einzelnen Individuen ohne Rücksicht auf ihr Geschlecht infolge ihrer gegenseitigen Beziehungen aufeinander ausüben, beziehungsweise erleiden. Aktionen und Reaktionen sind das Resultat von Kräften, die direkt oder indirekt meßbar sein müssen; Aktionen und Reaktionen bilden die Mechanik und es wird eine soziologische Mechanik geschaffen werden. Die Anfänge dieser Wissenschaft existieren schon. *Henry* sagt, daß die Soziologie eine Lehre von den sozialen Energien sein soll und daß sie auf denselben Prinzipien beruht, wie die Physik im allgemeinen. Es ist Aufgabe der Mathematiker, die Methoden der Anwendung dieser Prinzipien festzustellen, der Statistiker, die Evolution der empirischen Daten in der Zeit und im Raume zu studieren. Diesen Aufgaben ist nur der Aktuar gewachsen.

Actuarial science in its relation to economics and sociology.

By Louis Maingie, Brussels,

The author has suggested the inclusion of this subject in the programme of the Vienna Congress. He regrets that he could not enter into the question as far as he had previously suggested. Perhaps the discussion will open to actuaries a new productive field of activity. The idea itself has not been moved by the author, but by the late Vice-President of the French Institute of Actuaries, Mr. *Hermann Laurent* whose memory may be honoured by this discussion.

The problem under discussion is answered by establishing in an exact way the conception of actuary. The actuary is an engineer in financial matters, in this quality he must be theorist and practicalist at the same time. Recently, actuarial activity has been extended to social insurance. Consequently, actuaries had to enter into the economic side of the said important problems; to this effect, they had to extend the sphere of their studies. Actuaries have to work with the aid of their special instruments and individual considerations which alone can turn their work to good account.

The instruments of the actuary are mathematics and statistics, including theory of probabilities. The peculiarity of his considerations is based upon the spirit of mathematics and philosophy of probabilities as well as on his own faculty of interpretation, it is the actuary's task not only to derive laws from facts with the aid of the law of large numbers, but also to find the interpretations corresponding to practical application.

In financial matters, the activity has fully accomplished his task. But his activity must not be confined to this domain, as his instruments and his working methods enable him to approach other problems. Especially, actuarial activity is indispensable on the domain of economics and of sociology.

The author quotes some examples in order to prove that actuarial instruments and methods have found acceptance not only for economics and sociology, but also for different problems belonging to natural science. The objection that the liberty of human will could not be expressed in equations, is unjustified in the authors opinion, as it is essential for actuarial science to apply also indirect methods, in order to find the measure of requirement and to supply for its satisfaction.

As natural science in general, economics consist of pure theory and of its application. Just as theoretical mechanics are not identical

with applied mechanics of the engineer, political economy in practice does not coincide perfectly with economical theory. The actuary is particularly qualified to apply himself for development of economical theory.

Sociology shows similar conditions. It is true that this science at present makes in some way the impression of being still in its infancy. The attention of sociologists is perhaps still too much deflected from their true purpose by secondary disturbing phenomena. According to *Warweiler*, sociology has to study actions and reactions which are exerted by individuals (without difference of sex) upon each other in consequence of their mutual relations. Actions and reactions are the results of forces which must be measurable either directly or indirectly; as actions and reactions are the object of mechanics, it will be necessary to cultivate mechanics in a sociological sense. The principles of such science are already existing. Henry says that sociology should be the theory of social energies and that it must be founded on the same principles as physics in general. It is the task of mathematicians to establish the application of those principles, whilst statisticians have to study the evolution of empirical data, both of time and space. The actuary alone is qualified to accomplish this double work.

La tecnica dell'assicurazione nei suoi rapporti con l'economia politica e la sociologia.

Luigi Maingie, Bruxelles.

La trattazione di questo tema dinanzi al Congresso di Vienna è dovuta ad iniziativa dell'Autore. Egli esordisce rammaricandosi, di non poter occuparsi del problema stesso con quella larghezza che egli avrebbe desiderata: ritiene tuttavia, che dalla discussione di questo importantissimo tema sarà per aprirsi un nuovo fertilissimo campo di attività per l'Attuario. L'idea iniziale non è dell'Autore, ma del defunto Vicepresidente dell'*Istituto degli Attuari Francesi* — il signor *Hermant Laurent* — la cui memoria viene così altamente onorata dalla presente discussione.

La questione, com'è posta, trova una risposta nell'esatta definizione di ciò che è un *Attuario*. L'Attuario è l'Ingegnere della Finanza ad in questa sua qualità deve essere *teorico* e *pratico* nello stesso tempo. Il campo di lavoro dell'Attuario venne esteso in questi ultimi anni all'Assicurazione Sociale: così egli si è veduto costretto

ad occuparsi anche del lato economico della stessa. Ha dovuto quindi allargare il dominio dei suoi studi e delle sue cognizioni ed a ciò ha potuto riuscire soltanto con l'aiuto degli *strumenti* propri e con quello della propria *mentalità* di natura così speciale.

Gli strumenti dell'Attuario sono: la Matematica e la Statistica, insieme alla Scienza delle Probabilità. La specialità delle sue riflessioni, in una parola la specialità della mentalità dell'Attuario, poggia principalmente sullo spirito della Matematica e della Filosofia delle Probabilità, come pure sulla sua capacità di interpretazione — poichè l'Attuario, armato della Legge dei grandi numeri ed operando sulla base degli avvenimenti verificatisi, non solo è in eterna ricerca delle Leggi che li governano, creando sempre nuove formule ed applicazioni, ma è pure chiamato a continuamente interpretarle in completa corrispondenza ed armonia con le necessità della pratica.

Nella Scienza delle Finanze l'Attuario è perfettamente al suo posto ed all'altezza della sua missione: la sua opera però non ha da circoscriversi a questo dominio, chè i suoi strumenti e soprattutto la mentalità sua lo rendono capace ed idoneo anche ad altri compiti: specialmente la Economia Politica e la Sociologia sono campi di lavoro tali da non poter più rinunciare alla poderosa collaborazione dell'Attuario.

L'Autore cita molti esempi, che stanno a dimostrare come gli strumenti a disposizione dell'Attuario e la mentalità sua speciale lo abbiano già introdotto con successo in differenti e svariati domini, non soltanto delle Scienze Economiche, ma anche delle Scienze Naturali. L'obiezione che il libero arbitrio degli Umani non sia esprimibile con equazioni viene rigettata dall'Autore, poichè è una caratteristica appunto della Scienza Attuariale quella di servirsi anche di mezzi indiretti per misurare i bisogni dell'Umanità e per adoprarsi in pro del soddisfacimento loro.

Come ogni Scienza Naturale anche la Economia Politica è esposta al pericolo di perdersi in *pure teorie*. Ma nella stessa guisa, che la Meccanica dottrinale non basta alla Meccanica applicata dell'Ingegnere, così l'Economia Politica puramente teorica non basta all'Economia Politica sperimentale e spetta appunto all'Attuario di intervenire con efficacia ed a tempo per concorrere al perfezionamento della Scienza Economica dottrinale.

Lo stesso può dirsi per la Sociologia, Questa Scienza dà veramente l'impressione d'una Dottrina ancora in formazione e neancor matura, chè l'attenzione dei Sociologhi viene rivolta forse troppo a fenomeni secondari o di carattere perturbativo, che li distolgono e li disviano dai veri scopi cui dovrebbero tendere. Secondo *Waxweiler* la Sociologia dovrebbe studiare quelle azioni e quelle reazioni che — tras-

curando l'elemento sesso — i singoli individui esercitano, rispettivamente subiscono, fra di loro, in seguito ai loro rapporti reciproci di convivenza sociale. „Azioni“ e „reazioni“ sono indubbiamente il risultato di forze, che direttamente od indirettamente devono essere passibili d'una *misurazione*. Queste azioni e reazioni sono di natura meccanica e daranno luogo ad una *Meccanica Sociologica*. Gli inizi d'una tal Scienza esistono. *Henry* dice che la Sociologia deve divenire la Scienza delle Energie Sociali e che essa posa sugli stessi principi della Fisica in generale. Ed è compito del Matematico, di stabilire appunto i metodi per l'applicazione di questi principi—mentre è compito dello Statistico di studiare nel *tempo* e nello *spazio* le evoluzioni dei dati empirici. A tutte ciò è idoneo l'Attuario *soltanto*.

VII. — B.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie.

Von Dr. **D. Bischoff**, Leipzig.

Die Versicherungstechnik als Wissenschaft, als Lehre der Betriebskunst, hat zum Gegenstande die praktischen Erfordernisse, von denen in einem Lande das Wachsen und Wirken des Versicherungswesens abhängt. Uns interessiert hier im besonderen ihre Bedeutung auf dem Gebiete der Personenversicherung; wir haben es mit der speziellen Wissenschaft zu tun, deren der „Aktuar“ zur Leitung eines Lebensversicherungsbetriebes bedarf.

Zunächst befaßt sich diese Versicherungstechnik mit den Erfordernissen der Betriebssicherheit. Sie ermittelt die ausreichenden Prämien und Reserven und schafft damit die erforderlichen Garantien für die pünktliche Deckung aller Versicherungsverbindlichkeiten und Betriebskosten. Dabei spielen z. B. auch die Fragen der Selbstauslese und der Ausbeutungspraktiken der Versicherten und die der Auslese- und Vertragstechnik des Versicherers eine Rolle.

Wie für die Sicherheit, so aber hat die Versicherungstechnik auch dafür zu sorgen, daß die Versicherung die nötigen Sympathien findet, denn ohne diese kann der einzelne Versicherungszweig nicht zum rechten Wachsen und Wirken gelangen. So muß bei der, nicht mit gesetzlichem Zwange, sondern mit den freien Entschlüssen der Interessenten rechnenden, Privatversicherung auf dem Wege versicherungstechnischer Forschung diejenige Versicherungskombination, diejenige Prämie und diejenige Gewinnbeteiligung ermittelt werden, bei der das Publikum auf die Dauer am leichtesten zum Abschluß eines Lebensversicherungsvertrages gelangt. Auch die Frage der Kostenregulierung gehört hierher, insofern durch Aufwendung unnötig hoher Betriebskosten schließlich die finanziellen Verhältnisse, auf

denen die Werbekraft eines Lebensversicherungs-Unternehmens wesentlich beruht, geschwächt werden. Und auch sonst muß der Techniker bei allen seinen Maßnahmen beachten, wie letztere zu den Interessen des Publikums sich verhalten und die Werbearbeit der Agenten beeinflussen.

Aber am Ende hängt der private Lebensversicherungsbetrieb in seiner Entwicklung gelegentlich auch noch von der Stellungnahme anderer Faktoren ab; so von der Art, wie Gesetzgeber, maßgebliche politische Parteien und Behörden jeweils das Lebensversicherungswesen beurteilen. Die herrschende „öffentliche Meinung“ kann der Entwicklung des Lebensversicherungsbetriebes sehr förderlich sein, ihr aber auch große Schwierigkeiten bereiten. Unter der Herrschaft bestimmter sozialer und rechtlicher Anschauungen erhält schließlich im Gesetzgebungs- oder Verordnungswege das Verhältnis von Leistung und Gegenleistung im Lebensversicherungsvertrage einen ganz bestimmten Inhalt, auf den der Techniker wohl oder übel Rücksicht nehmen muß. Selbst das Verhalten der Ärzte und ihrer Organisationen gehören unter Umständen zu den Bestandteilen des Milieus, mit dem die Kunst des Betriebsleiters sich abzufinden hat.

Die rechte Aktuarwissenschaft ist nach alledem keineswegs eine bloße Zähl- und Formelkunst! Der Techniker als Betriebsleiter muß Geschäftspolitiker im weitesten Sinne des Wortes sein. Die Versicherungstechnik hat am Ende doch den Beruf, sämtliche Hindernisse, die der Entwicklung und Wirksamkeit des Betriebes im Wege stehen, zu überwinden. Sie muß dabei auch die einschlägigen Bedürfnisse und Interessen studieren und berichtigen, muß sich mit der öffentlichen Meinung auseinandersetzen und in sonstiger Hinsicht auf das Milieu einzuwirken suchen, von dessen Beschaffenheit das Gedeihen des Lebensversicherungswesens mit abhängt. Selbst Fragen wie die, ob die Lebensversicherung besser auf Freiwilligkeit oder auf gesetzlichen Zwang aufgebaut wird, gehören z. B. mit in den Forschungsbereich versicherungstechnischer Wissenschaft, wenn diese ihrem Berufe vollauf gerecht werden soll.

Soviel vom Berufe und Bereiche der „Versicherungstechnik“, deren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie hier untersucht werden sollen.

Zur Klarstellung der in Rede stehenden „Beziehungen“ wird es weiter notwendig sein, daß wir auch Gegenstand und Aufgabe der als „Volkswirtschaft“ und als „Soziologie“ bezeichneten Wissenschaften uns hier kurz vergegenwärtigen:

Die Volkswirtschafts-Wissenschaft kann man im Hinblick auf die Grundgedanken ihres eigentlichen Begründers, Adam Smith,

als die Lehre vom Volkswohlstand bezeichnen. Tatsachen und Theorien, die mit der Vermehrung der „wealth of nations“ zusammenhängen, bilden hier den Gegenstand der Betrachtung; und ihren Zweck erblickt diese Wissenschaft darin, die Ergiebigkeit des nationalen Wirtschaftslebens zu fördern. Die arbeitsteilige Organisation der Gütererzeugung steht hier im Mittelpunkt des Interesses. Dabei spielt das Problem der Erweckung, Schulung und Erhaltung der individuellen Produktivkräfte eine große Rolle. Der Nationalökonom hat da unter anderem mit der Frage sich zu beschäftigen, wie die den Volkswohlstand schaffenden Arbeitskräfte dagegen sich schützen lassen, daß sie durch schadenbringende Zufälle vernichtet oder gelähmt werden. Und nicht minder interessiert ihn beispielsweise das Sparproblem, d. h. die Frage, wie die Volksgenossen dazu veranlaßt werden können, ihren unproduktiven Güterverbrauch einzuschränken und dadurch auf das Wachstum der nationalen Produktionsmittel hinzuwirken. Nach allen diesen und ähnlichen Gesichtspunkten behandelt die Wirtschaftswissenschaft das ganze Getriebe des Volkshaushaltes: Agrarwesen und Handwerk, Industrie und Handel, Verkehr und Finanzen. Allenthalben erweist sie sich als die Lehre von der Natur und dem Werdegang des Volkswohlstandes.

Die Soziologie ihrerseits geht über diesen Rahmen hinaus. Sie will in letzter Linie nicht bloße Wohlstands-, sondern Wohlfahrtslehre sein. Das trifft insbesondere zu, seitdem diese Wissenschaft nicht mehr bloße Biologie, sondern Kulturlehre ist, d. h. seitdem sie Wesen und Aufgaben der auf den Gesellschaftszustand in den verschiedensten Richtungen einwirkenden menschlichen Kultivierungsarbeit als einen Forschungsgegenstand behandelt, der an Bedeutung hinter den rein biologischen Vorgängen in keiner Weise zurücksteht. Die Soziologie hat es mit Tatsachen und Theorien zu tun, die mit der Gesamtgestaltung und dem Gesamteffekt des menschlichen Gemeinlebens zusammenhängen. Für die Gesellschaftslehre bildet das Wirtschaftsleben und die Befriedigung marktgängiger Bedürfnisse nur eine, wenn auch sehr wichtige Seite des nationalen Gesamtlebens. Der moderne Soziologe geht davon aus, daß mit dem Wohlstande noch nicht die Wohlfahrt, das Wohlbefinden der Gesellschaftsglieder gegeben ist; er trachtet, die weiteren Erfordernisse gesunder Kultur zu ergründen und Wege zu finden, auf denen man zu befriedigenden, dem persönlichen Leben möglichst förderlichen sozialen Gesamtzuständen gelangt.

Das sind, in ganz kurzen Worten gekennzeichnet, die Gebiete und Aufgaben der beiden Wissenschaften, hinsichtlich deren hier untersucht werden soll, ob und in welcher Weise etwa die Ver-

sicherungstechnik, die Aktuarwissenschaft, zu ihnen in Beziehung steht. Eine solche Untersuchung — wie sie das gestellte Thema fordert — ist wohl in erster Linie gedacht als ein Beitrag zur Lösung der Frage, wie heutzutage die Ausbildung des Versicherungstechnikers beschaffen sein muß, damit letzterer als Steuermann den Betrieb im rechten Kurs erhält. Diese Frage ist in unserer Zeit kontrovers geworden; die Ansichten über die richtige Gestaltung der in der Praxis benötigten Versicherungswissenschaft gehen auseinander. Bei uns in Deutschland sind viele Beteiligte — die zum „Deutschen Verein für Versicherungswissenschaft“ halten — der Ansicht, daß der Aktuar mit seiner Spezialwissenschaft in eine wissenschaftliche Arbeitsgemeinschaft hineingehört, die unter anderem auch die Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre in den Bereich ihrer Wirksamkeit zieht. Demgegenüber aber steht die andere Meinung, daß die Ausbildung des Rechnungstechnikers sich allenfalls noch mit auf gewisse juristische Fragen zu erstrecken habe, dagegen auf das nationalökonomische und soziologische Gebiet nicht ausgedehnt zu werden brauche.

Mit dieser Frage der Technikerausbildung haben wir es hier hauptsächlich zu tun. Dabei aber wird gleichzeitig die Frage nach der heute benötigten Einrichtung der Versicherungswissenschaft überhaupt mit gestreift. Es handelt sich bei dem gestellten Thema im Grunde mit um eine Untersuchung über den Aufbau jener gesamten Versicherungswissenschaft, die der Aufklärung der Gesetzgeber, der Politiker, der Behörden, der Presse u. s. w. ebensowohl zu dienen hat wie der Ausbildung der Praktiker.

Bei der Behandlung des Themas wird dreierlei zu erörtern sein: 1. Wie früher das Verhältnis der Versicherungstechnik zur Volkswirtschaftslehre und zur Soziologie gewesen ist. 2. Wie jetzt dieses Verhältnis beschaffen sein muß. 3. Auf welche Weise die erforderlichen Beziehungen zwischen der Versicherungstechnik und den betreffenden anderen beiden Wissenschaften herzustellen sind. — Diese drei Fragen aber sollen hier lediglich in Bezug auf deutsche Verhältnisse und im wesentlichen vom Standpunkte des Privatversicherungswesens aus behandelt werden.

*

*

*

I. Die Beziehungen zwischen der Versicherungstechnik und der Nationalökonomie sind lange Zeit sehr lockere gewesen.

Der Versicherungstechniker als solcher nahm, speziell in Deutschland, wenig oder gar kein Interesse an der „theoretischen“ und der „praktischen“ Volkswirtschaftslehre; er wurde auch ohne derartige

Studien mit seinen Aufgaben fertig. Die Betriebssicherheit zu berechnen, dazu reichten am Ende Kenntnisse aus, die ein intelligenter, mathematisch-philologisch gebildeter Versicherungstechniker in der Praxis sammelte; die Hauptsache bildeten hier statistische Erfahrungen, die — was insbesondere die Lebensversicherung betrifft — mit national-ökonomischen Erwägungen nichts zu tun hatten.

Ebensowenig waren letztere Erwägungen notwendig, wo es sich weiter darum handelte, die Prämie so zu bemessen, daß der Versicherungsbedürftige nicht durch übermäßige Kosten abgeschreckt wurde. Auch hier genügte die mathematisch-philologische Vorbildung. Der Techniker dieser Art in Verbindung mit dem Versicherungsgeschäftsmann, der auf die Wünsche des Publikums sich verstand, reichte aus, um eine sichere und starke Betriebsentwicklung herbeizuführen. Allenfalls mußte noch hie und da der Jurist mit eingreifen, um die Fassung der Versicherungsverträge so zu gestalten, daß die Gesellschaft dabei nicht zu Schaden kam. Weitestgehendes Entgegenkommen gegen die Versicherten war bezüglich der Versicherungsbedingungen während dieser ganzen Entwicklungsperiode noch nicht nötig, zumal da die Konkurrenz noch keine wesentliche Rolle spielte. Und ebensowenig brauchte sich damals die Versicherungstechnik mit hohen Konzessions- und Aufsichtserfordernissen abzufinden. Sie konnte sich also bei ihrer wissenschaftlichen Arbeit im wesentlichen darauf beschränken, den Mangel an statistisch-rechnerischen Betriebsgrundlagen, der der Entwicklung des Lebensversicherungswesens die größten Schwierigkeiten bereitete, zu überwinden. Selbst Probleme wie die des Polizzenrückkaufs, der Polizzenbeleihung und der Gewinnbeteiligung gaben zunächst keinen Stoff zu wissenschaftlichen Reflexionen.

Nach alledem ist es wohl verständlich, daß von einer Durchdringung der Lebensversicherungstechnik mit nationalökonomischer Wissenschaft während der Entwicklungszeit unseres Geschäftszweiges nicht die Rede sein konnte. Die Nationalökonomie ihrerseits umfaßte freilich auch das Versicherungswesen, aber doch nicht in der Weise, daß der eigentliche Lebensversicherungstechniker aus diesen wissenschaftlichen Betrachtungen hätte Nutzen ziehen können. Im Bereiche der Volkswirtschaftslehre wurden allerdings Zweck, Nutzen und Geschichte des Versicherungswesens erörtert und auch wohl Postulate bezüglich der Ausgestaltung des letzteren geäußert, aber die eigentliche Betriebstechnik, zumal die Aufgaben und Methoden des Lebensversicherungstechnikers, wurde hier nicht zum Gegenstand der wissenschaftlichen Betrachtung gemacht.

Noch geringer aber waren ursprünglich die Beziehungen der Versicherungstechnik zur Soziologie:

Der Versicherungstechniker mochte wohl den wirtschaftlichen Effekt, den die Versicherung für den einzelnen Versicherten und für die Entwicklung des Volkswohlstandes hatte, mit ins Auge fassen, wo er um die Versicherungspropaganda sich bemühte; durch darüber hinausgehende „soziale“ Erwägungen dagegen wurden seine Pläne und Berechnungen nicht beeinflusst. Das war schon in der damals überall herrschenden, auf Adam Smith zurückgehenden wissenschaftlichen Gesamtauffassung des Wirtschaftslebens begründet.

Daß letzteres in seinen einzelnen Zweigen — so also auch im Bereiche des Versicherungswesens — von anderen als Erwerbs- und Wettbewerbsabsichten mit geleitet sein könne und müsse, dieser Gedanke lag bis in die neueste Zeit den Theoretikern und Praktikern der Nationalökonomie im allgemeinen fern. Der große britische Nationalökonom hatte zwar in einem zweiten Werke „Moral sentiments“ auf die Notwendigkeit derartiger, sozialer Absichten hingewiesen; aber diese seine Anschauungen (die ihm selbst sogar wertvoller erschienen als seine Wohlstandslehre) waren nirgends in die Theorie und Praxis des Wirtschaftslebens eingedrungen. Sozialethische und allgemeine kulturwissenschaftliche Werturteile spielten keine Rolle in der Wirtschaftslehre.

Auch die Versicherungstechnik unterhielt unter solchen Umständen keine Beziehungen zur Soziologie. Über besondere „soziale“ Aufgaben des Versicherungswesens, über Gerechtigkeitserfordernisse und ähnliches mehr machte sich der Techniker bei seinen wissenschaftlichen Arbeiten keine Gedanken. Der Geist der Zeit, das Publikum, die Presse, die Gesetzgeber, die Behörden gaben ihm keinen Anlaß dazu. Sie alle dachten noch nicht daran, daß es im Wirtschaftsleben andere Maximen und Kulturwege geben könne als Erwerbstrieb und Wettbewerb und das allein von diesen beherrschte Spiel von Nachfrage und Angebot. Niemand richtete vom „sozialen“ Standpunkt aus Angriffe gegen die Versicherungspraxis; der Praktiker bedurfte also insofern keiner „sozialen“ Bildung und keiner entsprechenden wissenschaftlichen Strategie, um sein Tun und Lassen gegen unberechtigte Kritiken und Antipathien sowie gegen Mißgriffe der Gesetzgebung zu verteidigen und irriger Rechtsanschauungen des Publikums sich zu erwehren.

Und die Soziologie ihrerseits bekundete kein Interesse für das Versicherungswesen; zumal die technischen Einrichtungen des Lebensversicherungsbetriebes waren ihr gleichgültig, obgleich diese einen besonders prägnanten Ausdruck des sozial so bedeutsamen Gegenseitigkeitsprinzips darstellen. Überhaupt verfolgte die wissenschaftliche Gesellschaftslehre ursprünglich fast ausschließlich historische und biologische Probleme. Sie gelangte dabei zwar auch zu gewissen Postu-

laten bezüglich der Beschaffenheit und der Entwicklung eines gesunden Gesellschaftszustandes, griff aber nicht unmittelbar mit praktischen Vorschlägen und Forderungen therapeutisch in das Gebiet des Wirtschaftslebens und der materiellen Versorgung ein. Sozialpolitik gehörte damals noch nicht zu den Arbeitsgebieten der Soziologie.

Unter allen diesen Umständen lag in der Tat für den Versicherungstechniker kein unmittelbarer Anlaß dazu vor, Volkswirtschaftslehre oder Soziologie zu studieren. Seine Wissenschaft — die es damals nur mit Privatversicherungstechnik zu tun hatte, da staatliche Betriebe noch nicht vorhanden waren, — entwickelte und betätigte sich unabhängig von diesen Wissenszweigen. In der Hauptsache wurde sie in der Praxis ausgebaut; der Mathematiker, der Jurist oder der Geschäftsmann erwarb sich seine versicherungstechnischen Kenntnisse im wesentlichen in der Berufsarbeit des Lebensversicherers und tauschte die bezüglichen Erfahrungen mit denen der Fachkollegen aus. Das Ziel dieses Forschens und Lernens aber war im allgemeinen lediglich bestimmt durch das unmittelbare Geschäftsinteresse, unter anderem durch das Interesse am „Reinzuwachs“, wenn auch hier und da die „Menschenfreundlichkeit“ als Motiv mitsprach und der gemeinnützige Effekt des Lebensversicherungswesens eifrig betont wurde. Konkurrenzrücksichten, nicht soziale Gesichtspunkte, bestimmten in der Hauptsache die Fortentwicklung der Betriebseinrichtungen im eigentlichen Lebensversicherungsgeschäft.

In dieser Weise hat früher die Versicherungstechnik sich entfaltet und gewirkt, ohne daß bei ihr von Beziehungen zur Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre ernstlich gesprochen werden konnte. Von „Wissenschaft“ war in jener Zeit überhaupt noch wenig die Rede; zur Befriedigung des Betriebsbedürfnisses reichte im allgemeinen die hausbackene Erfahrung und Routine des Praktikers aus. Das Bedürfnis nach einer besonderen „Versicherungswissenschaft“ war gering. Freilich wies die Leistung des Versicherers damals noch viele Unvollkommenheiten auf. Nichtsdestoweniger darf man sagen, daß schon in jenen Anfangsstadien das Lebensversicherungswesen auch ohne soziale Erörterungen reichen sozialen Segen gestiftet hat.

* *

II. In den letzten Jahrzehnten ist bei uns das Bedürfnis nach Beziehungen zwischen der Versicherungstechnik einerseits und der Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre andererseits sehr gewachsen.

Das Versicherungswesen hat seit einigen dreißig Jahren im deutschen Wirtschaftsleben eine viel stärkere Ausdehnung und eine weit höhere Bedeutung erlangt als in früheren Zeiten. Insbesondere ist die

Personenversicherung viel bedeutungsvoller für die Entwicklung des Volkswohlstandes geworden; sie fördert unter anderem in ungeahnter Weise das Wachsen und Wirken des Sparinteresses, das unser Reichskanzler kürzlich als eine der wichtigsten Quellen des nationalen Fortschritts bezeichnet hat. Der Nationalökonom steht daher dieser Materie bei uns heute mit viel größerem Interesse gegenüber als früher. Dieses Interesse aber erhält weiter eine bedeutsame Gestaltung dadurch, daß die gesamte Volkswirtschaftslehre neuerdings viele soziologische Gesichtspunkte und Forderungen in sich aufgenommen hat. Mehr und mehr ist jetzt in die nationalökonomische Theorie und Praxis die Auffassung eingedrungen, daß die bloße privatwirtschaftliche Marktversorgung und die sonstige auf Volkswohlstand abzielende Produktivtätigkeit für sich allein noch keine gesunden Zustände verbürgt, daß vielmehr zu solchem Ende auch das Wirtschaftsleben durch besondere soziale Wohlfahrtsideen beeinflußt werden muß. Dieser Einfluß soll sich — nach der herrschenden Ansicht — vor allem geltend machen im Wege der Gesetzgebung; sozialpolitische Gesetze sollen, unter Einschränkung der Wirkungen des egoistischen Spiels von Angebot und Nachfrage, das Wirtschaftsleben und den Prozeß der materiellen Versorgung bis zu einem gewissen Grade in Einklang bringen mit den Erfordernissen einer die „berechtigten Bedürfnisse“ möglichst zufriedenstellenden Gesellschaftsentwicklung.

Das ist das Interesse, mit dem in unserer Zeit die Nationalökonomie auch dem Versicherungswesen gegenübersteht. Das letztere wird mehr und mehr nicht als bloßes Gewerbe, sondern als ein äußerst wichtiger Faktor der „Sozialreform“ betrachtet. Die mit der Soziologie verbundene Volkswirtschaftslehre erblickt sogar heute hie und da in der Versicherungspolitik geradezu das bedeutsamste Stück der allgemeinen Sozialpolitik. „Sozialversicherung“ ist ein gewichtiges Schlagwort unserer Tage.

Man sollte meinen, daß mit alledem auch die versicherungstechnische Theorie und Praxis für den Nationalökonom wie für den Soziologen zum Gegenstande eines eingehenden Studiums geworden sei. Im allgemeinen aber geht die nationalökonomisch-soziologische Wissenschaft verhältnismäßig wenig auf die technische Seite des Versicherungswesens — insbesondere auch auf die eigentliche Lebensversicherungstechnik — ein. Man entwickelt da mancherlei Postulate auf dem Versicherungsgebiete, so zum Beispiel hinsichtlich der Verstaatlichung und der Reglementierung der Versicherungsbetriebe, ohne die Schwierigkeiten und die Probleme, mit denen es die Versicherungstechnik zu tun hat, genügend zu kennen und zu berücksichtigen; man „löst“ wissenschaftlich manche Versicherungsfragen, ohne die

Einzelheiten und Wirkungen des Betriebes in jeder Richtung zu übersehen und die Betriebsnotwendigkeiten als solche klar zu erkennen.

Diese ungenügende Beziehung der Nationalökonomie und der Soziologie zur versicherungstechnischen Wissenschaft führt nicht selten dahin, daß die Zöglinge der herrschenden Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre mit recht unzulänglichen Vorstellungen an die Beurteilung allgemeiner und spezieller Versicherungsfragen sich heranzumachen. Die mangelhafte Kenntnis der technischen Schwierigkeiten und der Betriebsnotwendigkeiten wird da unter anderem bei Verwaltungsbeamten und Richtern, Journalisten und Politikern mannigfach zur Ursache einer falschen Verurteilung dieser und jener Vorgänge des Privatversicherungswesens und einer unberechtigten Antipathie gegen diese ganze Betriebsform. Alles mögliche wird dabei als „Härte“ und „Ungerechtigkeit“ angesehen, was in Wirklichkeit eine technische Notwendigkeit darstellt. Man stellt an das Versicherungswesen irrige „soziale“ Anforderungen, überschätzt wohl auch den möglichen Nutzen gewisser Versicherungseinrichtungen für die gesunde soziale Entwicklung, weil man nicht weiß, wie Versicherung betrieben wird und welche Wirkungen bei dieser Technik in Frage kommen. Auch bei der Gesetzgebung versteht da am Ende der national-ökonomisch gebildete Jurist die berechtigten Anforderungen des Technikers nicht zu würdigen.

Dieser Mangel an genügenden Beziehungen unserer heutigen Volkswirtschaftslehre und Soziologie zur Versicherungstechnik ist ein Übelstand von schwerwiegender Bedeutung. Nicht minder bedenklich aber ist es, daß auch die Versicherungstechnik ihrerseits im allgemeinen nicht in denjenigen Beziehungen zu jenen anderen beiden Wissenschaften steht, deren sie — wenigstens bei uns in Deutschland — unter heutigen Verhältnissen bedarf.

Das Bedürfnis nach einer Orientierung des Versicherungstechnikers durch nationalökonomisch-soziologisches Wissen ist in den letzten Jahrzehnten ungemein gestiegen. Zum Teil mag das daher rühren, daß auch in die allgemeinen Anschauungen der Versicherungstechniker jene Auffassung eingedrungen ist, jeder Einzelbetrieb im Bereiche des Wirtschaftslebens müsse mit eingerichtet werden unter Berücksichtigung der Erfordernisse einer gedeihlichen sozialen Entwicklung, eines gesunden kulturellen Gesamtfortschritts. Dieser „soziale Gesichtspunkt“, der bekanntermaßen in unserer Zeit die früher alleinherrschende Theorie von der ausreichenden Fortschrittskraft des Profit- und Wettbewerbsgedankens in den weitesten Kreisen stark — vielfach sogar zu stark — zurückgedrängt hat, kommt am Ende auch in der ganzen Berufsauffassung manches Versicherungstechnikers unserer

Tage zur Geltung. Dieser und jener trachtet da lediglich aus Gerechtigkeitsgefühl nach möglichst weitgehender Betriebsgerechtigkeit, indem er bei der Verteilung der Lasten und Vorteile jede unnötige Benachteiligung oder Begünstigung zu vermeiden beziehungsweise nach und nach zu beseitigen sucht. Diese Beschränkung der „Willkür“ durch soziale Rücksichten macht heute in der Lebensversicherungspraxis manche Fortschritte. Auch die Versuche, die Lebensversicherung den sozial gefährdeten Landwirten und Handwerkern in spezieller Weise dienstbar zu machen, die Bemühungen um die Hypothekar-lebensversicherung, die Pensionsversicherung, die Versicherung der erwerbstätigen Frauen und ähnliche Bestrebungen sind teilweise als Ausfluß jenes sozialen Interesses anzusprechen. Hat man doch bei uns neuerdings sogar eine Lebensversicherungs-Gesellschaft — die „Vereinsversicherungsbank“ — ausgesprochenermaßen nach „sozialen Prinzipien“ gegründet.

Vor allem aber wird für unsere Technik, zumal in Deutschland, das Bedürfnis nach einer nationalökonomisch-soziologischen Orientierung dadurch hervorgerufen, daß heutzutage bei uns die Träger der öffentlichen Meinung, aus denen sich die Versicherten, die gesetzgebenden Parteien, die Behörden, die Gerichte, die Redakteure, die Dozenten u. s. w. rekrutieren, in ihren Urteilen, Sympathien und Antipathien stark von sozialen Rücksichten und Gerechtigkeitsforderungen beeinflußt werden. Mag er selbst im Grunde seines Herzens noch so unsozial gesinnt sein, der Versicherungstechniker findet mehr und mehr in der Umgebung, von der das Gedeihen seines Betriebes nun einmal abhängt — auch zum Beispiel in der Rechtsordnung — nationalökonomisch-soziologische Gedanken und Wünsche wirksam, mit denen er sich wohl oder übel abzufinden hat. Und zwar sind das keineswegs alles richtige und gesunde soziale Bestrebungen, die heutzutage die Wege der Versicherungstechnik in Gestalt von Wünschen des Publikums, der Presse, der politischen Parteien, der Ärzteorganisationen, der Aufsichtsbehörden, der Agenten, der Gerichte und der Gelehrtentheorie kreuzen; vielfach müssen wir bei uns in Deutschland, wie das von Jahr zu Jahr deutlicher sich zeigt, beim Aufbau des Versicherungswesens kämpfen gegen soziale Irrtümer und verfehlte Kulturanschauungen, die mit weitverbreitetem Einfluß die Entwicklung wirklich gesunder Versicherungsverhältnisse erschweren. Schon die Interesselosigkeit, ja Feindseligkeit unserer Tagespresse gegenüber dem Privatversicherungswesen kennzeichnet in gewissem Sinne das Milieu, mit dem wir es in unserem Berufe heute zu tun haben. Wie oft wird da in unserer Ära der Staatsvergötterung das Getriebe der Privatversicherer mehr oder weniger als eine Art konzessionierten

Räuberwesens angesehen, dem baldigst ein Ende bereitet werden sollte. Mißverständnis und Mißgunst entwickeln sich hier ohnehin besonders leicht, da die Technik gerade des Versicherungswesens mit ihrem komplizierten Rechenwerk für den Laien ganz besonders schwer verständlich ist.

Die Überwindung derartiger geistiger Entwicklungswiderstände — so z. B. schon die Beseitigung der Geringschätzung des privaten Versicherungsbetriebes und seiner sozialpädagogisch so wichtigen Propaganda in unseren geistig und politisch führenden Kreisen — ist da eine ebenso wichtige Aufgabe des Versicherungstechnikers, wie etwa die Herbeiführung der nötigen Betriebssicherheit. Das Amt eines Betriebs-Steuermannes ist in dieser Hinsicht viel schwieriger geworden, als es früher gewesen. In steigendem Maße sieht sich, wenn dem Wachstum gefährlicher Antipathien begegnet werden soll, unsere Versicherungstechnik vor die Aufgabe gestellt, den wissenschaftlich ausreichenden Nachweis zu führen, entweder daß ihre Einrichtungen (so z. B. die Prämienbemessung, die Gewinnbeteiligung, die Rückkaufsbedingungen, die Behandlung der Selbstmordfälle, die Bemessung der Aktionärdividenden und Tantiemen, die Einrichtung des Agentenwesens, der Betrieb der Volksversicherung, die Todesfallversicherung der Kinder und dergleichen mehr) den sozialen Forderungen der Zeit entsprechen oder aber daß diese mit dem Hinweis auf „Sozialwissenschaft“ und „Gerechtigkeit“ begründeten Forderungen tatsächlich unberechtigt sind. Selbst Notwendigkeiten wie die einer Belehrung des Publikums über die wahre Situation der „reichen Gesellschaften“ und einer Auseinandersetzung mit unseren Kaufmannsgerichten über Begriff und Inhalt der „guten Sitten“ gehören am Ende hierher. Sodann aber wächst die Beurteilung der im sozialen Interesse getroffenen Maßnahmen der Aufsichtsbehörden bei uns mehr und mehr zu einem höchst bedeutsamen Problem der Lebensversicherungspraxis sich aus. Und nicht minder gilt es, Stellung zu nehmen gegenüber der Überschätzung der mit starken Expansions- und Konkurrenzgelüsten hervortretenden „Staatsversicherung“: Auch diese Stellungnahme gehört heute zu den Obliegenheiten der Träger unserer berechtigten Privatversicherungs-Interessen.

Nicht aus irgend welchen „idealen“ Rücksichten, sondern als nüchterner Praktiker ist da allenthalben der Versicherer gezwungen, auf soziale Fragen sich einzulassen. Mit vornehmem Achselzucken oder gar mit bloßem Schimpfen und mit unbewiesenen geschäftspolitischen Behauptungen ist in alle Wege nicht mehr durchzukommen; hier heißt es, auf Grund wissenschaftlicher Beweisführung Rede und Antwort stehen, wenn nicht auf die Dauer feindliche Tendenzen das gesunde,

segensreiche Wachsen und Wirken unseres Privatversicherungswesens schwer schädigen sollen.

Sollen aber die Versicherungstechniker in der Lage sein, mit jener eben erwähnten, heute bereits sehr wichtigen und vielseitigen praktischen Aufgabe erfolgreich sich abzufinden, so müssen in ihrer Fachwissenschaft die Ergebnisse nationalökonomisch-soziologischer Forschung in entsprechender Weise zur Geltung kommen. Mit anderen Worten: Die versicherungstechnische Wissenschaft muß heute enge Beziehungen zur modernen, die heutige „soziale Frage“ und „soziale Bewegung“ erforschenden Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre unterhalten, wenn sie ihrem Berufe in jeder Weise genügen soll. Auch die so notwendige Beteiligung des Versicherungstechnikers an einschlägigen Gesetzgebungsarbeiten und steuerpolitischen Entscheidungen kann nur unter dieser Voraussetzung zum rechten Erfolge führen. Bei hochentwickelter Statistik und Rechenkunst darf es da nicht bewenden. Je mehr der sogenannte soziale Gedanke das Sinnen und Trachten weitester und einflußreichster Volkskreise durchdringt, desto weniger kommen wir in unserer Fachbildung, die — unter den heutigen, stark veränderten Lebensbedingungen — zur Verteidigung und Förderung einer möglichst tüchtigen und gesunden Entwicklung des Versicherungswesens uns befähigen soll, ohne eine gründliche Beschäftigung mit nationalökonomisch-soziologischen Fragen und ohne gewisse kulturwissenschaftliche Kenntnisse aus, wie ich das in meinen Vorlesungen über „Kulturaufgaben des Versicherungswesens“ näher ausgeführt habe. Die bloße hausbackene Erfahrung und Routine kann uns da nicht helfen, wirkliche wissenschaftliche Ausbildung ist hier vonnöten, wo es gilt, an allen Ecken und Enden mit der Frage sich abzufinden: Was ist „sozial“, was „gerecht“, was „gemeinnützig“, was „kulturdienlich“? Mehr und mehr entwickelt sich da das Bedürfnis nach einer Spezialbildung, bei der sich mit der Rechnungstechnik ein gehörig geschultes „soziales“ Urteil verbindet, welch' letzteres — nebenbei bemerkt — überhaupt zu den wichtigsten Erfordernissen heutiger Staatsbürgerbildung gehört.

Einstweilen aber fehlt es, wie gesagt, noch sehr an den erforderlichen Beziehungen der versicherungstechnischen Wissenschaft zur nationalökonomisch-soziologischen und an der entsprechenden Ausbildung unserer Versicherungstechniker. Dieser Zustand rührt zum Teil daher, daß es den Vertretern der Versicherungstechnik hie und da noch an Interesse für jene anderen Wissensgebiete mangelt. Vor allem aber ist wohl daran der Umstand schuld, daß bei uns — trotz der an unseren Universitäten Göttingen und Freiburg und an unseren Handelshochschulen geschaffenen Pflegestätten der Versicherungs-

wissenschaft — keine wirklich ausreichenden Bildungseinrichtungen vorhanden sind, bei denen die verschiedenen, die heutige Entwicklung des Versicherungswesens berührenden Spezialwissenschaften in die rechte Beziehung zu einander gesetzt und in rechter Harmonie den Bedürfnissen der Praxis entsprechend gepflegt werden. Es fehlt bei uns an einer Bildungsstätte für Versicherungspraktiker, die eine planmäßige, allseitig zureichende Fachbildung liefert. Unsere Praktiker der Rechnungstechnik und der sonstigen Versicherungstechnik sind infolgedessen entweder bloß mathematisch-philologisch oder juristisch oder kaufmännisch ausgebildet, oder aber ihr theoretisches Wissen ist von vornherein an einer Hochschule ohne intensive Beteiligung der praktischen Erfahrungen aufgebaut worden. Die Ausbildung zum Mathematiklehrer, die manchem unserer tüchtigsten Rechnungstechniker eigen ist, ist schon deshalb nicht als Idealzustand zu bezeichnen, weil sie vielerlei Wissen umfaßt, das sich bei der Versicherungstechnik in keiner Weise verwerten läßt. Andererseits fehlen den so gebildeten Technikern im allgemeinen andere, für den Betriebserfolg wesentliche wissenschaftliche Kenntnisse, so daß sie — von glänzenden Ausnahmen abgesehen — vielfach als „unpraktisch“ verschrien sind und bei der Betriebsleitung den Juristen oder den Kaufleuten weichen müssen, deren Ausbildung immer noch den Vorzug größerer Vielseitigkeit hat. Mancher unserer Versicherungstechniker hat bei der Einrichtung seines Bildungsganges überhaupt nicht daran gedacht, daß er einmal Interessen des Privatversicherungswesens in den verschiedensten Beziehungen wahrzunehmen haben werde.

Wie dem nun auch sei, jedenfalls ist der Mangel an Versorgung unserer Privatversicherungspraxis mit nationalökonomisch-soziologischer Fachbildung unter heutigen Umständen in mancher Beziehung ein Hemmnis für die Entfaltung und Betätigung des Versicherungswesens. Er führt dahin, daß hie und da berechnigte soziale Forderungen von der Versicherungstechnik nicht berücksichtigt werden, vor allem aber macht er den Versicherungstechniker unfähig dazu, die Lebensbedingungen eines gesunden Versicherungswesens auf die Dauer zu verteidigen gegen alle jene schädlichen Einflüsse der heutigen Gegner oder Vormünder unserer deutschen Privatversicherung, die uns mit irrigen, oberflächlichen sozial-kulturellen Vorstellungen und Argumenten das Leben sauer machen.

Daß dieser Zustand beseitigt werde, erscheint im Interesse unseres Versicherungswesens erwünscht. Es besteht da heutzutage bei uns zweifellos das Bedürfnis, daß unsere Versicherungstechnik mehr als bisher durch nationalökonomisch-soziologische Kenntnisse und Urteile in ihrem Wissen und Können gestärkt wird. Daß dieses Bedürfnis

nach einer besseren Pflege des Studiums einschlägiger kultureller oder sozialer Wahrheiten auf dem Gebiete unserer weitverzweigten modernen „Sozialversicherung“, für das im Grunde einzig und allein nationalökonomisch-soziologische Gesichtspunkte maßgeblich sind, in ganz besonders hohem Maße vorliegt, sei hier nur nebenher erwähnt. Gerade auf diesem Gebiete kann bei ungenügender Schulung des sozialen Urteils viel kulturelles Unheil angerichtet werden. Und in ähnlicher Weise gewinnt die in Rede stehende Ausgestaltung der versicherungswissenschaftlichen Forschung und Lehre dort besondere Bedeutung, wo eine umfassende Aufsichtstätigkeit staatlicher Behörden entscheidend auf das Privatversicherungswesen einwirkt; ohne den nötigen Fortschritt und Einfluß der Versicherungswissenschaft werden die Inspiratoren und Träger dieser Staatsaufsicht ihren sozialen Aufgaben nicht gerecht werden können.

In außerdeutschen Ländern (so zum Beispiel in England) kommen die vorerwähnten Erfordernisse vielfach weniger in Betracht, weil die andersartigen Verhältnisse, unter denen hier das Versicherungswesen zur Zeit sich entwickelt und wirkt, eine besondere nationalökonomisch-soziologische Ausbildung des Versicherungspraktikers nicht erheischen. Aber auch in den Vereinigten Staaten zum Beispiel regt sich das Bedürfnis nach einer soziologischen Regulierung und Verteidigung des Versicherungswesens, wie das aus der interessanten Abhandlung des Präsidenten der Gesellschaft „New-York“, Darwin P. Kingsley, über „die Lebensversicherung und ihre Beziehungen zur Soziologie“ hervorgeht. Daß im übrigen die in Rede stehende Frage heute bereits internationales Interesse beansprucht, dafür spricht am Ende auch die Tatsache, daß man jetzt die Beziehungen der Versicherungstechnik zur nationalökonomisch-soziologischen Wissenschaft sogar zum Verhandlungsgegenstande eines internationalen Aktuar-kongresses gemacht hat.

* * *

III. Aus dem im vorausgehenden Gesagten ergab sich, daß die bisherigen Beziehungen zwischen Versicherungstechnik und volkswirtschaftlich-soziologischer Wissenschaft unzureichend sind. Die versicherungstechnische Bildung der Volkswirtschaftler und Soziologen einerseits und die volkswirtschaftlich-soziologische Bildung der Versicherungstechniker andererseits muß — so sahen wir — besser als bisher gefördert werden. So verlangt es das Interesse des Versicherungswesens.

Ebenso wie der mit dem Versicherungswesen beschäftigte Jurist oder Mediziner muß auch der auf diesem Gebiete tätige Nationalökonom

und Soziologe die Technik des Versicherungsbetriebes und die ihr gewidmete Spezialwissenschaft besser kennen und verstehen lernen, damit er nicht länger mangels genügender Einsicht den Lebens- und Entwicklungsbedingungen eines gesunden nationalen und internationalen Versicherungswesens zu nahe tritt, vielmehr all dem Guten und Nützlichen, dessen dieser immer größer und wichtiger werdende Zweig des Wirtschaftslebens fähig ist, auch seinerseits zur Entfaltung verhilft. Wer als wissenschaftlicher Erzieher der öffentlichen Meinung, als Journalist, als Politiker und Parlamentarier oder als Mitglied einer Behörde mit dem Versicherungswesen sich beschäftigt, für dessen versicherungstechnische Aufklärung — auf dem Gebiete des privaten wie auf dem des öffentlichrechtlich organisierten Versicherungsbetriebes — muß ganz anders gesorgt werden, als das bislang bei uns der Fall ist. Die wirklichen Betriebsbedürfnisse, Betriebsschwierigkeiten und Betriebsnotwendigkeiten sowie deren statistische, rechnerische und sonstige technische Behandlung müssen allen diesen Nationalökonomien und Sozialpolitikern weit gründlicher klar gemacht werden, als das bisher bei der herrschenden Bildungsmethode zu geschehen pflegt. Sonst kommen wir aus der unheilvollen Kannegießerei, die jetzt bei uns in Versicherungssachen in allen möglichen Kreisen zu Tage tritt, niemals heraus.

Nicht minder aber ist darauf hinzuwirken, daß auch von seiten der Versicherungstechnik engere Beziehungen zur modernen volkswirtschaftlich-soziologischen Wissenschaft hergestellt werden, daß unsere Versicherungstechniker in erhöhtem Maße mit den Grundgedanken und Forderungen dieser in das Gegenwartsleben — zumal in Deutschland — so tief eingreifenden Theorie und Praxis sich vertraut machen, damit sie darauf bei der Entwicklung und Vertretung ihrer der Verteidigung und Förderung des Versicherungswesens gewidmeten Fachwissenschaft allenthalben gehörig Rücksicht nehmen können. Derartige Kenntnisse sind für den Rechnungstechniker wichtiger als die Beherrschung gewisser mathematischer Disziplinen, die in der Versicherungspraxis sich nicht verwerten lassen. Die bessere Versorgung unserer Versicherungstechnik mit den zugehörigen, auch die statistische Wissenschaft umfassenden volkswirtschaftlich-soziologischen Kenntnissen erscheint mir, wo es sich um die Zukunft und die gedeihliche Entwicklung unseres Versicherungswesens handelt, als eine bedeutsame praktische Aufgabe, die das volle Interesse aller Beteiligten, nicht zum wenigsten auch die volle Sympathie der Versicherungspraktiker und des an einem möglichst stark und gesund sich entwickelnden Versicherungswesen so sehr interessierten Staates verdient. Daß die Ausbildung unserer Versicherungstechniker in dieser und anderer

Hinsicht vervollkommnungsfähig ist, darüber kann doch wohl kein Zweifel bestehen. Auch die Einbeziehung juristischer Fragen in die Rechnungstechnik, wie sie neuerdings bei der englischen Aktuariusbildung üblich ist, erweist sich bei uns mehr und mehr als eine dringende Notwendigkeit auf dem Gebiete unserer Fachbildung.

Alles in allem darf da gesagt werden, daß die in unserem Deutschen Verein für Versicherungswissenschaft vertretene Auffassung der zur Versicherungspraxis benötigten Wissenschaft an sich richtig ist: Man soll — zumal unter Verhältnissen, wie wir sie in Deutschland vor uns haben, — die Versicherungswissenschaft nicht als isolierte Aktuarwissenschaft pflegen, sondern bei unserer Technikerbildung eine Spezialwissenschaft zur Geltung kommen lassen, in der sich die verschiedenen, dem heutigen Versicherungsbetriebe dienlichen Wissenszweige, einschließlich der Nationalökonomie und der Soziologie, vereinigen.

Es fragt sich nun, auf welche Weise denn die erwähnten engeren Beziehungen zwischen Versicherungstechnik und volkswirtschaftlich-soziologischer Wissenschaft sich herstellen lassen. Wie läßt es sich erreichen, daß die beteiligten Nationalökonomien und Soziologen mehr als bisher die rechte versicherungstechnische Aufklärung erfahren und andererseits die Versicherungstechniker zu der nötigen volkswirtschaftlich-soziologischen Ausbildung gelangen?

Was zunächst das letztere — die volkswirtschaftlich-soziologische Ausbildung der Versicherungstechniker — betrifft, so ist hier das Universitätsstudium in seiner jetzigen Verfassung nicht ausreichend. Die nationalökonomisch-soziologische Behandlung des Versicherungswesens erfolgt auf unseren Universitäten im Rahmen der allgemeinen, alle möglichen Gebiete umspannenden Volkswirtschafts- und Gesellschaftslehre und wird in diesem weiten Rahmen weder besonders eingehend noch unter spezieller Berücksichtigung der eigentlichen versicherungstechnischen Probleme betrieben. Der Versicherungstechniker, wenn er sich nationalökonomisch-soziologisch bilden will, ist hier also genötigt, das ganze Gebiet dieser Wissenschaft mit zu durchwandern, obgleich nur einige Teile dieses Gebietes zu seinem Fache Beziehungen besitzen, und er findet kein genügendes Eingehen der Wissenschaft auf seine speziellen Interessen und Bedürfnisse. Das ist am Ende auch der Grund, der die meisten Versicherungstechniker überhaupt davon abhält, eine derartige wissenschaftliche Exkursion zu unternehmen.

Was da nottut, das ist eine richtige Konzentration der Ausbildung auf den gegebenen besonderen Zweck. Die einzelnen Wissenszweige müssen in Forschung und Lehre besonders zugeschnitten

sein auf die Verhältnisse und Bedürfnisse des Versicherungswesens. Ferner aber muß bei dieser Spezialausbildung — so, wie das etwa beim englischen institute of actuaries der Fall ist — die Erfahrung der Praktiker beständig in reichstem Maße mitwirken. Ein Techniker kann nur wirklich erzogen werden unter weitgehender Mitwirkung derer, die mit den Anforderungen der Technik selbst immer wieder praktisch zu tun haben und ihrerseits den in immer neuer Gestalt hervortretenden technischen Aufgaben sich gewachsen erweisen. Das bewahrheitet sich auf allen Gebieten der Kunst und der Technik.

Ohne jene Konzentration der mannigfaltigen Ausbildung auf den Versicherungszweck und ohne diese beständige und reichliche Mitwirkung praktisch erfahrener Lehrmeister können wir auf unserem Gebiete die gewünschte Technikerbildung nicht erzielen.

Einer derartigen Spezialausbildung will an sich auch der Deutsche Verein für Versicherungswissenschaft dienen. Er vereinigt in sich die Vertreter verschiedener Wissenschaften und lenkt deren Tätigkeit allenthalben auf die Probleme des Versicherungswesens hin; er bietet in seinen Versammlungen und Veröffentlichungen eine Vereinigung statistisch-mathematischer, juristischer, volkswirtschaftlicher, soziologischer, historischer und medizinischer Versicherungswissenschaft und sucht diese ganze Fachwissenschaft — nicht ohne Erfolg — auch weiteren, der Versicherungspraxis fernstehenden Kreisen zu übermitteln, in die eine reine Aktuarzeitschrift sich wohl kaum je verirrt. Und er gibt sich andererseits große Mühe, die Versicherungspraktiker mit ihren Erfahrungen und Ideen in diesen Kreis wissenschaftlicher Bildungsarbeit hereinzuziehen. Es muß aber gesagt werden, daß diese ganze Vereinseinrichtung noch nicht zum Zwecke der erwähnten allseitigen Ausbildung unserer Versicherungstechniker genügt. Bisher ist man bei unseren Vereinsbestrebungen nicht zu einer Lehr- und Prüfungstätigkeit gelangt, wie solche dem institute of actuaries eigen ist. Und die Beteiligung der Rechnungstechniker z. B. an den Bestrebungen der anderen in unserem Verein vertretenen Fachwissenschaften läßt einstweilen bei dem lockeren Gefüge der ganzen Vereinsorganisation viel zu wünschen übrig. Vielleicht rührt das mit daher, daß die überwiegende, grundlegende Bedeutung gerade der Rechnungstechnik für das Lebensversicherungswesen im Programm des Deutschen Vereins für Versicherungswissenschaft von vornherein nicht stark genug betont worden ist. Das Bedürfnis nach einer wirklich ausreichenden Einrichtung, die der Entwicklung und Verbreitung einer umfassenden, zeitgemäßen versicherungstechnischen Spezialbildung dient, ist hier also nicht gedeckt.

Die Kräfte sind vorhanden, aber es fehlt immer noch an der nötigen Planmäßigkeit und Konzentration und an einem feststehenden, einheitlichen Bildungsgange für unsere Technikerlaufbahn. In dieser Beziehung ist nach wie vor, trotz aller bisherigen Bestrebungen, eine Ergänzung unseres Bildungswesens notwendig:

Wir brauchen — angesichts der gewaltigen, immer mehr wachsenden Bedeutung, die unserem Versicherungswesen eigen ist, — eine besondere Lehrstätte, an der, wie die juristische und die medizinische, so auch die nationalökonomisch-soziologische Wissenschaft ganz speziell in Bezug auf das Versicherungswesen und die Fragen der Versicherungstechnik behandelt wird und praktische Assekuranzerfahrung in vollem Maße zur Geltung und zu Worte kommt. Die Einrichtung einer solchen besonderen „Versicherungsakademie“ ist notwendig, wenn wir die Gewähr dafür haben wollen, in Zukunft über Versicherungstechniker zu verfügen, die mit Hilfe einer allseitigen Spezialbildung allen Lebens- und Entwicklungsbedingungen unseres Versicherungswesens gerecht zu werden verstehen. Dabei muß — wie beim *institute of actuaries* — die von Praktikern in beständiger Fühlung mit dem Gesamtgebiet praktischer Erfahrung betriebene Pflege der *Rechnungstechnik* die Grundlage bilden, aber, unseren heimischen Bedürfnissen entsprechend, auch die nationalökonomisch-soziologische Behandlung der Versicherungsprobleme besonders zur Geltung kommen. Der Rechnungstechniker würde hier durch die ganze Studien- und Prüfungsordnung zu zwingen sein, alle volkswirtschaftlichen und sozialen Funktionen und Entwicklungsbedingungen des Versicherungswesens mit zu studieren, damit ihm wirklich sämtliche Gesichtspunkte klar werden, nach denen in der heutigen Versicherungswelt beurteilt sein will, was richtig und was falsch ist. Die Versicherungskunst wäre da bis zu einem gewissen Grade als Gegenstand der allgemeinen Kulturwissenschaft zu behandeln, zu dessen richtiger Pflege einige wissenschaftliche Kenntnisse vom Wesen und Werdegang gesunder Kultur erforderlich sind. Diese Seite der Versicherungswissenschaft ist unter anderem da von Wichtigkeit, wo es um die richtige Grenzziehung zwischen privatem und staatlichem Versicherungsbetrieb und um die richtige Begrenzung der Eingriffe des Gesetzgebers und der Aufsichtsbehörden sich handelt. Auch das Studium unserer heutigen Sozialpolitik und der ihr zugrunde liegenden Tendenzen gehört hierher, ebenso die allseitige wissenschaftliche Beurteilung der Privatbeamtenversicherung, der Arbeitslosenversicherung, der Sondernversicherung der Abstanten u. s. w., die soziologische Bewertung der Aktionär- und Agenteninteressen, die Beschäftigung mit der Tendenz und der sozialen Bedeutung der Konsumentenmoral

sowie mit den Bestrebungen der Ärztegewerkschaft, mit steuerpolitischen Fragen des Versicherungsgebietes und mit ähnlichen den Betrieb berührenden volkswirtschaftlich-soziologischen Problemen. Als ein Problem eben dieser Art erweist sich z. B. in gewissem Sinne selbst die Frage des Polizzenrückkaufes, wo man diese gründlich wissenschaftlich zu lösen sucht.

Bis zu einem gewissen Grade wäre bei alledem gleichzeitig die Fachbildung der Privatversicherungstechniker und die der Sozialversicherungstechniker zu betreiben. In mancher Beziehung können die Erfahrungen der Sozialversicherung auch dem Privatbetriebe förderlich sein. In wichtigen Punkten freilich weicht die Technik der ersteren von der privaten Betriebstechnik schon deshalb wesentlich ab, weil die Sozialversicherung keinen Werbedienst kennt und auch z. B. im Inkassowesen ganz anders gestellt ist als die Privatversicherung. Immerhin wäre für die Techniker beider Gebiete gerade die national-ökonomisch-soziologische Ausbildung gleichmäßig von Interesse, die das betreffende „Institut für versicherungswissenschaftliche Spezialbildung“ zu bieten hätte.

Ein solches Institut, bei dem alle Zweige der Versicherungswissenschaft mit der nötigen Konzentration und unter ausgiebiger Verwertung praktischer Erfahrung gepflegt würden, wäre dann auch geeignet, die Nationalökonomien und Soziologen, die als Staatsbeamte, Universitätslehrer, Journalisten u. s. w. auf die Entwicklung des Versicherungswesens Einfluß ausüben, in geeigneter Weise mit richtigen und klaren versicherungstechnischen Grundanschauungen aus dem Gebiete der privaten und der öffentlich-rechtlichen Versicherungspraxis zu versorgen. Ein Kursus an einer derartigen Bildungsstätte wäre denen aufzuerlegen, die in amtlicher Praxis oder in Literatur und Politik über Versicherungsangelegenheiten mitreden wollen. Daß daneben auch weitere Kreise nach und nach richtigere Vorstellungen vom Versicherungswesen bekommen, dazu mögen im übrigen Universitäten und Handelshochschulen beitragen, indem sie gelegentlich versicherungstechnische Probleme mit erörtern. Wenn man nur erst einmal in den als Führer der öffentlichen Meinung in Betracht kommenden Kreisen Inhalt und Schwierigkeit unserer technischen Probleme kennt, so ist damit für die richtige volkswirtschaftlich-soziale Beurteilung des Versicherungswesens schon viel gewonnen und vielen verständnislosen Antipathien und Anfeindungen der Boden abgegraben. Da wird am Ende mancher beispielsweise auch begreifen lernen, daß das freiwillige Sparen nach Verhältnis der vorhandenen Mittel, zu dem das private Lebensversicherungswesen mit seinem Agentenbetriebe Millionen von Mitbürgern erzieht, in seinen finan-

ziellen und kulturellen Wirkungen keineswegs durch eine schablonenhafte gesetzliche Zwangsversicherung ersetzt werden kann, die es lediglich zur Sicherstellung geringer Minimalbeträge bringt und durch ihre Bevormundung den Selbsthilfeftrieb abschwächt. In solchen und ähnlichen Beziehungen würde bei uns die Arbeit der betreffenden Fachbildungsstätte zur Aufklärung auch der öffentlichen Meinung mit ähnlicher Autorität beitragen, wie sie dem englischen Aktuariinstitut eigen ist.

So meine ich denn, daß eine „Versicherungsakademie“, wie ich sie bei früheren Gelegenheiten bereits als notwendig bezeichnet habe, am besten geeignet wäre, die erforderlichen Beziehungen der Versicherungstechnik zur Volkswirtschaftslehre und Soziologie in Zukunft herzustellen. Damit würde unserer Technikerbildung und der gesunden und ungehinderten Entwicklung unseres Versicherungswesens zweifellos Vorschub geleistet, wenn auch keineswegs verkannt werden soll, daß das unmittelbare Arbeiten und Lernen in der vom Wettbewerb zur höchsten Anspannung der Intelligenz getriebenen Geschäftspraxis allezeit eine höchst wichtige und ganz unersetzliche Quelle wahrer Technikerbildung sein und bleiben wird.

Auch im allgemeinen nationalen Interesse sollte man der in Rede stehenden Organisation unseres versicherungstechnischen Bildungswesens volle Aufmerksamkeit schenken, wo heutzutage das Versicherungswesen eine immer größere soziale Bedeutung gewinnt. Dabei mag unter anderem beachtet werden, daß auf die Dauer die wahrhaft gemeinnützige Entfaltung und Wirksamkeit des Versicherungswesens mehr durch eine mit gesunder sozialer Intelligenz begabte Fachwissenschaft und Fachbildung, als durch gesetzliche und behördliche Bevormundung gefördert wird.

Daß die Durchführung der vorstehend befürworteten Fachbildungsorganisation bei uns mit mancherlei Schwierigkeiten zu rechnen hat, ist nicht zweifelhaft. Immerhin ist sie mit den vorhandenen Mitteln sehr wohl möglich. Arbeit und Kapital, die man für den erwähnten Ausbau unserer Fachbildung aufwendet, werden besser rentieren als gewisse erheblich größere Aufwendungen, die man in anderer Weise zur Hebung des Versicherungswesens macht.

Nach alledem wird es gut sein, daß unsere nationalen fachwissenschaftlichen Vereinigungen ebenso wohl wie unsere internationalen Aktuar Kongresse mit jenem Problem einer die Versicherungstechnik in geeigneter Weise mit Volkswirtschaftslehre und Soziologie verbindenden Fachausbildung eingehend sich beschäftigen, um der erwähnten Entwicklung die Bahn bereiten zu helfen.

Actuarial science in its relation to economics and sociology.

By Dr. D. Bischoff, Leipsic.

1. Primarily, during the first period of development of life insurance, there have been no relations between industrial technics and actuarial science on the one side to economics and sociology on the other. Political economists and sociologists did not concern themselves with actuarial science, whilst actuaries, although they are working in the interest of political and social progress, did not devote themselves to economical and sociological studies, neither in theoretical application, nor in the exercise of their profession. The general views and conditions decisive in those times for the development of life insurance, did not produce any want for such studies.

2. In modern times, the necessity of establishing relations between actuarial science and economics and sociology, has been, particularly in Germany, more and more generally recognized. The importance of personal insurance for economic and social development of our nation has made very considerable progress: in connection therewith it has become necessary that political economists and sociologists form true and sufficient ideas of the problems and institutions of actuarial science, as otherwise their collaboration to the works of legislation as well as their scientific activity would become prejudicious to the development of life insurance. On the other hand, it seems indispensable for actuaries to dispose of a certain economical and sociological knowledge, in order to understand and to consider on this domain the various justified requirements of our social era, but also for the purpose of protecting efficaciously the sound development of assurance against wrong „social“ opinions and efforts on the part of legislation, of political parties, of scientific theorists, of the courts, of insurance departments, of the press, of the public and of the whole „public opinion“.

Consequently, it is necessary to give sufficient opportunities for actuarial orientation of economists and sociologists as well as for economic and sociological instruction of actuaries. Up to now, much has been omitted in this direction owing to the want of convenient educational appliances. However, the said state of things could not remain without unfavorable influence upon the undisturbed beneficent development of our insurance institutions.

3. As it is to be seen from the above, we are equally in a want of both, a better actuarial orientation of our economists and sociologists and a better economic and sociological instruction of our actuaries.

The said want could only be supplied to a satisfactory extent by special institutions organized for the sake of instruction and investigation where political economy and sociology are applied with particular attention to insurance matters, whereas, on the other hand, actuarial science is cultivated in near touch with practical application and with full regard to actual experience. An insurance academy of such character, combining with the works of an Institute of Actuaries the study of actuarial science, based upon sufficient practical knowledge and closely connected with economies and sociology (apart from insurance laws and medicine) seems indispensable, if the necessary relations between actuarial and economical-sociological science and practice are to be brought about in a most perfect way.

The national association as well as the international Congresses will therefore act wisely in studying earnestly the question of such organisation of actuarial investigation and instruction.

La science actuarielle dans ses rapports avec l'économie politique et la sociologie.

Par le Dr. D. Bischoff, Leipsic.

1^o Dans la première période du développement des assurances sur la vie il n'y avait pas de relations entre la technique des assurances et la science actuarielle d'une part et l'économie politique et la sociologie de l'autre. Les économistes et les sociologues ne se sont pas occupés de la science actuarielle, tandis que les actuaires, bien que leurs travaux étaient dédiés aux progrès économiques et sociaux, ne cultivaient pas ces sciences, ni dans leurs études ni dans l'exercice de leur profession. Les idées générales de ces temps et les conditions dans lesquelles le développement des assurances sur la vie s'était produit, n'ont pas nécessité, au point de vue technique, des études pareilles.

2^o Dans ces derniers temps on a ressenti de plus en plus, notamment en Allemagne, la nécessité de lier des rapports entre la science actuarielle d'une part et l'économie politique et la sociologie de l'autre. L'importance extraordinaire des assurances personnelles pour le développement économique et social de la nation exige que nos économistes et sociologues soient exactement et suffisamment renseignés sur le problème et sur l'organisation de la technique des assurances; sans quoi ils pourraient porter préjudice au progrès social par l'influence de l'enseignement et par leur co-opération à la législation et à toutes autres mesures

se rattachant au domaine des assurances. D'autre part, une certaine instruction dans l'économie politique et la sociologie, n'est pas moins indispensable à l'actuaire, pour lui permettre de comprendre de près dans la sphère de son métier, les exigences justifiées de notre époque „sociale“ et pour apprécier leur vraie valeur; il lui faut s'en servir enfin pour défendre efficacement la prospérité de nos assurances contre des idées et tendances erronées, dites sociales, de la législation, des partis politiques, des théoriciens dans la science, des tribunaux, des départements de surveillance, de la presse, de la population et de l'ensemble de „l'opinion publique“.

L'orientation actuarielle des économistes et sociologes, nécessaire d'après ce qui précède, n'est pas encore rencontrée partout dans un degré suffisant, vu qu'il n'y a pas assez d'occasions pour faire les études y afférentes; il en est de même pour l'instruction des actuaires sur le domaine de l'économie politique et de la sociologie. C'est un manque qui, à la longue, ne peut pas rester sans influence nuisible sur le développement inaltéré et la prospérité sociale de nos assurances.

3° On ressent donc sans doute, dans notre pays, le besoin d'une meilleure orientation des économistes et de sociologes ainsi que des actuaires dans les champs de leurs sciences réciproques. On ne pourrait y suppléer d'une manière suffisante qu'en organisant un Institut spécial d'études et d'enseignements où l'économie politique et la sociologie seront cultivées en tenant compte particulièrement des principes des assurances et où, d'autre part on étudiera la science actuarielle en relations liées et intimes avec la pratique dont elle est appelée à assimiler les expériences. Une académie pareille des assurances, réunissant aux travaux d'un „Institute of Actuaries“ l'étude de la science actuarielle aux points de vue de l'économie et de la sociologie (jurisprudence et médecine des assurances à part) est indispensable, pour établir d'une manière aussi complète que possible les relations en théorie et pratique entre ces diverses sciences.

Les Associations nationales et les Congrès Internationaux d'Actuaires devront donc dédier toute attention à cette matière et étudier sérieusement la question d'une organisation pareille de l'investigation et de l'instruction dans la science actuarielle.

La scienza attuariale nei suoi rapporti con la economia politica e la sociologia.

Dott. D. Bischoff, Lipsia.

1. Nel primo periodo delle assicurazioni sulla vita non esistevano relazioni fra la tecnica delle assicurazioni e la Scienza Attuariale da una parte e l'Economia Politica e la Sociologia dall'altra. Gli economisti ed i sociologi non si occupavano cioè della Scienza Attuariale, mentre gli Attuari, quantunque i loro lavori fossero dedicati al progresso economico e sociale, non coltivavano tali Scienze, nè nei loro studi, nè nell'esercizio della loro professione. Le idee generali di quei tempi e le condizioni nelle quali lo sviluppo delle assicurazione sulla vita si era prodotto, non necessitavano, dal punto di vista tecnico, degli studi simili.

2. In questi ultimi tempi si è venuta risentendo, di più in più, segnatamente in Germania, la necessità di creare dei rapporti fra la Scienza Attuariale da una parte e l'Economia Politica e la Sociologia dall'altra. L'importanza straordinaria delle assicurazioni personali per lo sviluppo economico e sociale della nazione esige che i nostri economisti e sociologi siano esattamente e sufficientemente informati sul problema e sull'organizzazione della tecnica delle assicurazione: senza di che essi potrebbero portar pregiudizio all'insieme del progresso sociale con l'influenza loro nell'insegnamento, con la cooperazione loro alla legislazione e con tutte quelle altre misure e provvedimenti, che tocchino il dominio delle assicurazioni. D'altro canto una certa coltura in Economia Politica ed in Sociologia non è meno indispensabile anche per l'Attuario, per permettergli di comprendere più da vicino — nella cerchia delle sue attribuzioni — le giustificate esigenze della nostra epoca „sociale“ e per apprezzarle nel loro vero valore; essa gli occorre al fine di opportunamente servirsene per difendere con efficacia la prosperità delle nostre assicurazioni contro idee e tendenze erranee, cosiddette sociali, della legislazione, dei partiti politici, dei teorici della Scienza, dei Tribunali, degli Uffici di Sorveglianza, della stampa, della popolazione e dell'insieme di quella che si chiama „opinione pubblica“.

L'orientazione attuariale degli Economisti e dei Sociologi, necessaria secondo quanto precede, non si incontra ancora dappertutto in misura sufficiente: forse non si offrono loro abbastanza occasioni d'occuparsi degli studi relativi. Lo stesso si dica dell'istruzione degli Attuari nei domini dell'Economia Politica e della Sociologia. È una mancanza questa che, a lungo andare, non potrebbe non esercitare un'influenza nociva sullo sviluppo inalterato e sulla prosperità sociale delle nostre assicurazioni.

3. Si risente quindi senza alcun dubbio, nel nostro paese, il bisogno d'un miglior orientamento degli Economisti e dei Sociologi, come pure degli Attuari, nei rispettivi campi delle loro scienze reciproche. Non si potrebbe supplirvi in maniera sufficiente, che mediante l'organizzazione di un Istituto speciale di studi e di insegnamenti, in cui la Economia Politica e la Sociologia venissero coltivate in un ben inteso rapporto con i principi dell'assicurazione ed in cui d'altro canto l'assicurazione attuariale venisse fatta valere nelle sue relazioni strette ed intime con la pratica, della quale essa è chiamata ad assimilare le esperienze. Una simile *Accademia delle Assicurazioni*, ruinate cioè ai lavori di un „*Institute of Actuaries*“ lo studio della Scienza Attuariale dai punti di vista *anche* dell'Economia Politica e della Sociologia (Diritto e Medicina delle Assicurazioni a parte), sarebbe veramente indispensabile per stabilire il più completamente possibile le relazioni in teoria ed in pratica che passano fra queste diverse Scienze.

Le diverse Associazioni nazionali ed i nostri Congressi Internazionali degli Attuari dovrebbero perciò dedicare tutta la loro attenzione a questo problema e studiare seriamente la questione d'una simile organizzazione, tendente ad estendere le ricerche e la coltura della nostra Scienza Attuariale.

VII. — C.

Actuarial science in relation to economics and sociology.

By **Samuel George Warner**, London.

I.

A consideration of the relations which unite actuarial science to the domains of thought suggested by the words "economics" and "sociology" must be primarily analytical. If it is to be anything better than confused or meaningless generalization it must first try for the clearness of conception which comes from an attempt at defining our terms. We have to place one specialized province of human enquiry in relation to two other and larger ones; to find out if we can, how they act upon it, and it upon them. This is not possible until we know, at least with some degree of exactness, what we mean by each of the three.

In this effort, "economics" need probably detain us least, for the ideas suggested by that word are fairly definite and familiar. They are those of a science which, though full of uncertainties, unsolved problems, disputed and difficult points, is yet sufficiently defined, as occupied with the production and distribution of wealth, to take an intelligible place in our thoughts.

With "sociology" the case is different. The word, and the line of speculation it suggests, are comparatively new. There are those who would grudge sociology the rank of a science. Its sphere, as claimed by many of its exponents, is so wide, and often so indefinite, that its precise signification is not easy to assign. One thinks of the village school master who is said to have been in the habit of inviting a new pupil to give his opinion of "things in general". Perhaps for our present purpose we may best accept the dictum of Mr. *Benjamin Kidd*¹⁾ that "if sociology is to be admitted as a true science in itself.

¹⁾ Encyc. Brit. 9th ed. Supplement. Article "Sociology".

it must be regarded rather as a science accupied more particularly with the general fundamental principles which underlie human society considered as in a condition of change". That will at all events furnish us with a starting point, and our ideas may be clarified as our investigation proceeds.

The definition of "actuarial science" may fitly occupy us longer, for here, so far as regards the present enquiry, is our primary concern. This is the thing which we have to place, and to exhibit, in relation to the other two. It is moreover a thing regarding which, except in the case of its experts, there is a widespread lack of definite conceptions and clear knowledge. It will then be one of the most important parts of our duty to endeavour to dispel vagueness, and establish exactness, in the idea of what actuarial science signifies. We shall probably have the best chance of success in this effort by calling to our aid the historical method.

II.

When, in 1654, the *Chevalier de Méré* propounded to *Pascal* some questions upon certain chances of the gaming-table, he initiated a development in pure and applied science which, could he have foreseen its course, might indeed have surprised him. In this incident is to be found the source of the mathematical Theory of Probability. This doctrine, as *Dr Crofton*¹⁾ has said, "is *sui generis* and unique as an application of mathematics, the only one, apparently, lying quite outside the field of physical science". In the theorem that the chance of an event happening in one particular way is the ratio of the number of times it can so happen to the number of times it can in any-wise happen, lies the germ of all actuarial science. Here then, on the very threshold of our subject, we see the close relations of the new branch of knowledge to economics and to sociology. Springing from a source at which one may suppose both these grave scientific sisters to look askance, the speculations of a gambler, it at once revealed to the thinker larger possibilities, which invested it with absorbing interest for the economists and sociologists of the time. Not called by those names, for the names were not then invented, the men who took up the new study were none the less truly the forerunners of those whom we so describe to-day. The publicist, interested in the laws which govern human society and the operations of finance, felt at once the fascination of the discovery. The idea that so-called "chance" had laws, which could be analyzed, tabulated, and

¹⁾ Eneye. Brit. 9th ed. Article "Probability".

made to furnish material for deductive reasoning, opened a new world of thought. In less than twenty years from *De Méré's* questions, and *Pascal's* solutions, we find, in busy and wealthy Holland, the prime minister, *John de Wit*, basing upon the theory of probabilities recommendations for a scheme of national finance which should involve an exact valuation of annuities dependent on human life. *De Wit's* results may seem to us now crude and elementary enough, but the vital principle of actuarial method underlay them.

The new ideas developed quickly, and in about another twenty years we come to the work of a great Englishman, of whom all actuarial students may be justly proud. *Edmond Halley* was primarily an astronomer, but he was an all-round mathematician of the first rank. The friend of Newton, and one of whom it has been said "but for him the 'Principia' would not have existed";¹⁾ a man sufficiently practical and in earnest to undertake the command of a warsloop so as to obtain material for the determination of longitudes; there were few phases of human life which escaped his keen interest. The application of the theory of probability to mortality statistics was one of the subjects which interested him, and in 1693 he published an investigation based on the records of the city of Breslau, Silesia. This place he chose as being less subject to fluctuations caused by migration than larger cities; and his results laid once for all the foundation of actuarial science, not only furnishing a life table, but indicating how survivorship probabilities involving two or more lives could be obtained; and incorporating also the financial element contributed by the law of compound interest. Upon the latter subject we have a separate memorandum by him, of later date, published in "*Sherwin's Mathematical Tables*" (1761), and reprinted in April 1861 in the *Journal of the Institute of Actuaries*. Here *Halley* sets forth concisely the entire theory of compound interest, and the valuation thereby of annuities not dependent on human life by the law of geometric series. There is peculiar fitness in the fact that this great pioneer has thus, in separate memoranda, dealt with the two cardinal factors, compound interest and probabilities of life, which, in combination, make actuarial science possible.

III.

We thus arrive, if not at a definition, at least at something sufficiently near to one to give clearness and order to our thought. We see actuarial science as occupying itself with life contingencies,

¹⁾ *Dr. Glaisher*. Quoted in Article "*Edmond Halley*" *Dict. Nat. Biog.*

and with the doctrine of compound interest. The latter of course follows a fixed law and contains no element of chance. It can therefore be dealt with by rigid mathematical processes. The former can only be so treated approximately, and with regard to averages. Given, however, that the numbers are sufficiently large to make these averages, for practical purposes, trustworthy; and it is clear that we have a force, like in nature to that of interest, and capable, in combination with it, of enabling us to value financial benefits dependent on human life. There, in sum, is the province of actuarial science, up to the present stage of its development and as it has hitherto done its work in the world.

Perhaps it would not be too fanciful to suggest that in these two factors we have, broadly, an indication of its respective relations to economics and sociology. When it concerns itself with problems involving compound interest alone, the liquidation of debts by sinking funds, the yield of securities, the accumulation of capital for fixed periods, and the like, it enters the sphere of the economist. When on the other hand it concerns itself with life contingencies, it is occupied with the infinitely complex ever-shifting material which is by turns the inspiration and the despair of the sociologist. It holds out a hand to each and has intimate relations with both.

Such a classification is of course very rough and imperfect, but it may at least serve to remind us of one or two important things. In the first place we see actuarial science working upon these twin elements — interest and mortality. We see them entering in to its calculations in a similar manner, both diminishing the value of a benefit in direct ratio to its distance in time. In the second place, however, we realize the essential difference between them; and this it is of the utmost importance that we should always bear in mind. In computing interest we have mathematical certainty; in dealing with mortality, average and approximation. The former, once the rate is given, is subject to unchangeable law. The latter is open to wide variation, according to environment. It was the dream of some of the older enquirers to ascertain a fixed law of mortality, by which the number living at any age should be expressible as a function of that age. As knowledge advances this is more and more seen to be a hope which must be abandoned. It is true that brilliant mathematical ingenuity, as exhibited in the labours of *Gompertz* and *Makeham*, has devised for us an approximation which comes remarkably near in practice, in the case of many representative mortality tables, to the effect which would follow from such a law: so near that without undue violence to facts such tables may be thrown into a form amenable to its working. The process, however, is an approximation only; and the difference between the

exactitude of interest and that of mortality remains one not of degree but of kind. We can predict nothing of any individual result, and the value of our figures depends upon the number of our facts, which alone can give us confidence that we shall obtain a trustworthy average.

IV.

Having thus got something like a definite idea of what actuarial science means and implies, we are in a position to proceed further with the study of our subject, and again we shall probably do so best by the method of narrative.

The period, on the threshold of which England found itself at the time when actuarial research had advanced to the definite stage of which *Halley's* work gives evidence, was to be one of great and rapid change. In considering it, we see very clearly the working of economic and sociological forces upon the newborn science. There has probably never been a period in the development of human society so full, in proportion to its duration, of growth, of novelty, of transformation, as that which, beginning in the later eighteenth century, is still in progress around us. The rise of the factory system, with its tendency to the gathering of the populace into urban centres: the march of scientific invention, and consequent enormous increase of material wealth: the vast extension of international commerce: the enfranchisement of democracy: these and like forces have remade the world. The process is still continuing, and we cannot foresee its end. For our present purpose it is enough to notice some of its outstanding social effects.

It created a society infinitely more democratic, in the deepest sense, than that of the past. Riches, and even more widely a moderate competence, became accessible on all hands to keenness, vigour, and energy. Men who were making money, and devoting their best powers to the process, could be counted by hundreds, or even thousands, where aforetime they could be counted by tens. At the same time it was a society in which many of the ancient bonds between man and man had grown weaker, or disappeared. In teeming populations the individual was more isolated, and had to be more self-dependent than of old. Moreover, the avenues opening for enterprise prompted men to put all their available wealth into business, and to hoard less. In these circumstances, actuarial science was found to have discovered a new means of self-help, a new form of thrift, based upon a widespread co-operation, in the shape of life assurance. Surely there never was an instance of a new financial device appearing more appropria-

tely in a society willing and eager to take advantage of it. The researches and speculations, academic more or less in their origin, of philosophical mathematicians, were yoked to the wheels of commercial activity and made to serve an abundantly practical purpose. Actuarial science found itself utilized by and impressed into the service of a practical business.

This, it seems to me, is the outstanding feature of our subject. We cannot consider the science apart from the business which it created, which it rendered possible, and over the fortunes of which it has still to keep guard. That business is an active, aggressive and competitive one. The great life assurance societies have spread their net over the whole civilized world. The sociological and economic effects of their work have been vast, and widespread; and for these, though at one remove, actuarial science is responsible. Upon the soundness of its theoretical basis this great business rests, and any failure there could in the end only mean far-reaching and fatal disaster. This was naturally recognised with special emphasis in the earlier days of the enterprise: and it strikes us now as a little odd to see the names of such brilliant and distinguished mathematicians as *Gompertz*, *Sylvester* and *De Morgan*, two actually as actuaries of Life Assurance Societies and one as a candidate for a like post. The fact, however, is easily intelligible. In days when the business had no solid stretch of history behind it, and moved in an atmosphere more or less experimental, it was felt that the best theoretic help available should be had. That phase has passed, and perhaps need not be mourned. It has been recognised that brilliant academic parts do not always carry with them the kind of capacity which business success demands. It can never too strongly be recognised however that, spread and grow as the business may, and complex as its ramifications may become, true theory is behind it, and must keep pace with it, if it is to prosper. On the other hand the relations we are considering have never been more aptly illustrated than in the development just described. We may say that economic and sociological forces laid hold of actuarial science, and made out of it the business of life assurance.

V.

The process we have been considering is one of the operation of the two larger, more general sciences upon the smaller and more specialized one. It is true that this action was not all conscious, and that sociology, at all events, did not then even exist by name; but our attitude throughout this enquiry is to attend to things rather than

names, and to recognise those things as existent and active before names were found for them. It will now be interesting to observe the counter-action, and see how actuarial science has influenced economics and sociology.

An outstanding instance of this occurs in the history of life assurance in the latter half of the last century. As the formation of companies proceeded, they multiplied exceedingly, and this was followed by a period of amalgamations and absorptions. It is impossible to say that all this activity was beneficial. We do not, if we are wise, go to fiction for our history. At the same time it is undeniable that very strong and suggestive sidelights may be thrown on society and valuable evidence as to its tendencies supplied, from the work of a great novelist. The famous picture by *Dickens* in "Martin Chuzzlewit" of the "Anglo-Bengalee Disinterested Loan and Life Assurance Company" may partake of the nature of caricature; but we may depend upon it that it stood for some kind of reality, as truly as did Mrs. *Gamp* or Mr. *Pecksniff*. Two notorious failures, spreading disaster and shaking confidence, gave unpleasant evidence of this.

Meanwhile, however, a solid and influential body of actuarial opinion had been growing. In 1848 the Institute of Actuaries was founded. Its effect was to promote the study of the science which lay at the base of the business. By bringing representative actuaries together for conference and discussion, by arranging for the reading of papers on actuarial subjects and publishing them in its Journal, it created a healthy and well informed public opinion in the profession. By instituting examinations for those who aspired to its fellowship it secured competent training and education for the actuaries of the future. Eventually the public opinion so created was able to effect, in the Life Assurance Companies Act of 1870, the most wholesome reform which life assurance business has ever known. There is probably no instance of beneficent result following more promptly or completely an effort to secure it. The scandals of the past disappeared, and a loss of public confidence, which would have been nothing short of a national disaster, was averted.

In another and not less important way the work of the Institute was beneficial. One of the vitally important points in the management of a life assurance office, the basis upon which its periodical valuations are made, was in an unsatisfactory condition. There was little attempt at a recognised rule or standard of practice, and practically no check on reckless assumption. By the advocacy of caution, and a rigid conservatism which should err, if at all, on the side of safety, as regards both the Table of Mortality used and the rate of interest

assumed when a valuation was made; and by the publicity of valuation returns which the Act above mentioned rendered compulsory; the tone of the business in these vital respects was gradually heightened until all cause for uneasiness was removed.

Here we see actuarial science at work as an economic and sociological influence. By raising to a higher level the business which it had evolved, it prevented the economic disturbance which a loss of confidence would have occasioned; while by cleansing, and purging of error, what had become a great social institution, it maintained and established for society a co-operative instrument of unique value.

VI.

We may however take a wider view than this, and consider in outline some of the economic and sociological effects of life assurance as a whole; for there we see actuarial science in practical operation.

From an economic standpoint, the system promotes in two ways the circulation of wealth. The immediate provision it makes for dependants, at the cost of a comparatively small periodic outlay, sets free for productive employment money which would otherwise have to be laid by for future provision, and which would at its best inadequately answer that purpose. Further, the life policy provides a valuable collateral security which is readily accepted in connection with advances for commercial enterprise. The influence of these two factors cannot be precisely estimated, but it must, in the great and rapid growth of the business during the last half century, have been substantially felt.

Taking the transaction at its other extremity, the payment of the claim; what are we to say as to the economic effect? A portion of the money so paid will find its way into permanent investment, but in this connection it has to be remembered that the average life policy is not large, and in many cases it will be largely absorbed in meeting immediate expenditure. Probably however it may be postulated with fair confidence that the capital payments received as death claims are on the whole wisely and prudently expended, and this is an economic advantage.

A more striking feature in this connection is the great development of endowment assurance, whereby the policy money is receivable on the attainment of a specified age by the assured himself, or by his dependants should he die earlier. The growth in public favour of this form of prudential provision, which a simple combination of actuarial formulae has rendered possible, may best be illustrated by the fact

that, while the Board of Trade Returns of British Life Offices for the year 1888 showed a total endowment assurance amount of £ 26, 391. 526 the corresponding figure in the Returns published last February (twenty years later) is £ 232, 213, 220, and that while the former stood towards ordinary life assurances in the ratio of 6·6 per cent, the latter stands towards them in the ratio of 47·3 per cent. Here we have a combination of the investment element with that of immediate family provision. The mortality among assurers under this system is found to be much lighter than that under ordinary policies; an interesting result in its evidence of what we may call "self-selection". The man who is prepared, on the strength of the possibility of receiving the reward of his thrift in his own lifetime, to pay a higher premium than mere life assurance would require, may be said, in sporting phrase, to "back himself to survive", and experience show that he, naturally the best judge, is on the whole right in his estimate. It follows that the majority of these policies run their full course, and are paid during the lifetime of their holders. With regard to money so received, it is pretty certain, in the larger number of cases, to be placed in some kind of permanent investment. This is a process alike sound and beneficial from the point of view of the economist. That thrift is good, is an economic truism. Organized thrift, with sound security for its savings, is what life assurance means. There can be but one inference as to its economic value. Sociologically, the outstanding feature of the phenomena we have been considering is their character of co-operation for a common end. It is possible to suppose, at some distant day, a social philosopher considering in his historic researches this co-operative finance; and being impressed above all else by what may strike him as its curiously unconscious character. Here, he may say, were men entirely unknown to one another, perhaps strangers living in the same street, perhaps enemies; and yet they were, without being aware of it, paying money to a common fund which should help each other in need, support each other's families against possible disaster. However odd and imperfect such conditions may seem as looked back on by the happy denizen of some Utopia yet to be, he will at least recognise the work of a great unifying force which spread itself throughout society and made for stability, mutual trust and social wellbeing.

VII.

There are other developments of the practical side of actuarial science, the social aspects of which are suggestive and interesting. We may instance the various forms of special provision for children

which have recently been devised and popularized. Here the idea is to provide the sons and daughters of a family with something in the nature of financial benefit which shall be specially and specifically appropriate to themselves. The simplest form of such provision is the payment of a fixed sum on attaining majority, in exchange for a yearly premium meanwhile paid by the parents or guardians. This is one of the easiest applications of actuarial principle, and can be safeguarded from the social dangers attendant upon the insurance of childrens' lives by the stipulation that in the event of the death of the beneficiary while a minor there shall be no payment, or at the most a return of the premiums. Useful variations of this contract are easily devised. There may for example be, instead of a capital sum, an annual income beginning about the age of sixteen and lasting for the few years during which educational expenses are heavy: or the benefit on attaining majority may take the form not of money but of the automatic setting up of a life assurance subject to the same annual payment as has meanwhile been charged. All these devices, which are mentioned because they are actually in operation, are attempts to effect by easy stages what might otherwise be too costly to be practicable. Their aim is to provide the young with adequate education, with a start in life, with incitement to future thrift. To the sociologist, who tries to read in such things, as in a mirror, the tendencies of the time, they exhibit the desire of the parent to give his child a better start than his own: the needs of a society whose ideals of life are rising to the limit of its material ability to fulfil them; the gathering of aspiration and endeavour round the family as the social unit.

A thing of greater importance is the extension of life assurance benefits to the working classes by what is known as its industrial branch. Here we come upon a development which, under the necessities of its environment, has taken a shape entirely its own. The sums assured are small, and the premiums correspondingly so. The latter have to be paid weekly, and collected frem door to door. This naturally involves heavy expense in working the business, which has to be done by an army of officials who combine the duties of collector and canvasser. Further, the benefits secured are in the multitude of cases hardly more than will cover burial expenses: and the extension of the system to assurance of the lives of children presents, obviously and undoubtedly, grave social perils. Notwithstanding all this however, and after making every allowance for drawbacks, the beneficent effect of the system cannot be denied by anyone who has given the subject serious attention. Small as the effort towards thrift may be which is thus encouraged, it is often, in proportion to income, as great as

the similar effort of the middle class; and beyond this, it creates a habit and disposition in the direction of prudence which are sociological assets of high value. The subject however is linked with another and larger one, which introduces a branch of actuarial science hitherto untouched on, and calls for more detailed notice.

VIII.

The consideration of the effect exercised upon the social organism by the practical applications of actuarial research would miss one of the most important aspects of the subject if it omitted to include the work of Friendly Societies. This however brings us into the presence of a new problem. The application of statistics to probability with which we have hitherto been occupied is concerned with the chances of death only. We have now to include those of sickness.

We here take a new step in a double sense. The question is not only one of a change in the operation of theory, but of one in the practical material on which it has to work. Broadly speaking, life assurance is a middle class institution. It is true that its industrial section lies beyond that line, but as regards the life policy, that section is of minor financial importance. Sociologically, its true place is with the other and larger movement which sets itself to meet the needs of those whose economic position is such that they require protection not only against the risk of death, but also, and more pressingly, against that of inability to work by reason of temporary physical unfitness. Associations, large or small, designed to give this protection to working men, have long been in existence, and at first the basis of their operations was largely empirical. Upon extensive collections of experience, however, actuarial science has been at work, endeavouring to apply to these the same principles which had created the mortality table. As the result, we have now come into possession of tables, based upon large masses of observed and recorded facts, which enable us to determine the probabilities of sickness at each age throughout life. A further refinement indeed has been found possible, dictated by the conditions of the practical problem. In Friendly Society finance, it is found advisable to follow a system which shall grade the financial benefits given on a sliding scale according to the duration of incapacity. The results brought out therefore, analyze the probabilities of sickness, so as to differentiate the first, second, third and fourth half yearly periods of its duration, and also its subsequent course. To make all this possible, statistics of the highest value have been contributed by the greater Friendly

Society organizations of Great Britain. This work has been undertaken and carried through with an industry and thoroughness worthy of the highest praise. As the result we are able now to approach the task of providing the working man, in exchange for periodic premiums, with weekly payments during sickness; and to do so with something of the same confidence with which we can by means of life assurance secure capital payments at death.

The sociological importance of this can hardly be overestimated. It is heightened by the further fact that, just as the representatives of actuarial science strove, by means of the legislation they influenced, to purify and strengthen the business of life assurance, so their endeavour has been and is, by similar means, to do the like for Friendly Societies. The task is a more difficult one, and is yet by no means finished: but through the Friendly Societies' Act, with its provisions for registration, and for periodical expert valuation, the movement towards the establishment of satisfactory financial soundness throughout such Societies is making steady progress. The difference and drawback, as compared with similar work for life assurance, is that in existing social conditions such legislation has to be permissive rather than compulsory. There is good ground however, for the hope that in time, sound finance will make its way to the foundation of the whole fabric; and that the widespread disappointment and disaster which its opposite entails, will become things of the past.

It deserves to be noted that the actuarial basis of work of this kind differs in important respects from what we have hitherto been considering. The experience on which it is founded is far less homogeneous. It has to be considered and worked upon, sectionally; according to the character of industrial conditions in different districts of the country. The tables evolved therefore, are not such as may be universally used by all Societies. Individual conditions have to be examined, and in many cases it is only safe to value a Society's assets and liabilities by a table constructed from its own past experience. Actuarial science however, has shown how such a table can be obtained, and that is the essential thing. The feature is mentioned because of its interest in connection with the whole subject of probability in relation to statistics, as to which something more will have to be said later.

Meanwhile, we are surely justified in claiming the work which actuarial science has done, and is doing, for Friendly Societies, as one of the most important of its aspects in relation to sociology. The welfare of that great class of manual workers which lies at the base of the modern civilized state, and which is qualitatively and quanti-

tatively of such vital importance to its maintenance, must always be a social problem of the gravest moment. A system which can protect, and in practice so abundantly has protected and does protect, that class from one of the acutest of the perils that beset its never too certain livelihood, contributes in no mean degree to social stability.

IX.

There is one aspect of our subject which has not hitherto been referred to, and which stands, in a sense, by itself. It may most fitly be noticed here, as the other remaining topic for survey leads more appropriately to some concluding words upon the future outlook.

The aspect in question is that of the invested funds held by the life assurance companies against their liabilities. These consist very largely of public securities of various kinds; Consols, India Stock, Railway Debentures and the like. The economic effect of the investment of premium accumulations in such securities is considerable. A class of buyers is thus introduced into the money market which can conduct purchase operations upon a large scale; but this is not all. The financial conditions of a life assurance Company are peculiar. It is practically impossible that such an institution should be subject to what is known as a "run" in times of panic. So long therefore as it is careful to buy thoroughly sound securities, which on their merits are worth holding, its wisest course will be to purchase when prices are low and, should panic unduly depreciate them, to retain its holdings and "bide its time". It will buy on a falling, and sell on a thriving, market. This is precisely the opposite tendency to that which creates and intensifies panic, and which is forced on small holders of undeniably sound securities because they cannot afford to do better. Thus there enters the market a force which, at moments of crisis, will be a steadying one, tending, as far as its strength goes, towards stability, and the restoration of confidence.

Following the same line of thought, we come upon another tendency, alike economically and sociologically important. When we remember that the balance sheet of a life assurance office is an exhibition of co-operative finance, we appreciate in a new light the significance of substantial investments in public funds, municipal loans, ground rents and similar securities. By such co-operative action the clientèle of the companies has, whether consciously or not, given hostages to fortune. The reflection that his own savings are represented by such items as these may give pause to many a man who might

otherwise be disposed to reckless and irresponsible attacks on national credit. It is not the "bloated capitalist" only who would be injured by such procedure; it is, as really, oneself and one's neighbour. Here then is a force which makes for cohesion, solidarity, and prudence throughout a nation. The more widespread and democratic the system becomes, the more surely will this factor in its success act as a social safeguard.

Before leaving this section of our subject, one other reflection, of a different kind, suggests itself. There is one sound and substantial class of securities which actuarial science, working through its practical medium of business enterprise, may be said to have created; that of reversionary interests, dealt with by way of purchase or loan. Here we can see very clearly a sound social reform. The atmosphere of usury, gambling and sordid misery which surrounded the idea of the "post obit" in a bygone day is familiar to any reader of history. When future expectations, legally created, could not be dealt with upon any scientific principle, but were the material of arbitrary individual bargaining, the result could not be other than deplorable. Here however, is exactly the point at which the investing life assurance Company or reversionary Society may interpose with beneficent effect. To buy a reversion is peculiarly its business, for life assurance is the selling of reversions, and here the process is simply reversed. A fair average rate of interest can be taken, the chances of death can be scientifically estimated, and on these bases an equitable scale of market values can be established; which the Company may safely offer, in the prospect of obtaining a sufficient number of such bargains to constitute an average.

If sale be not intended, a loan at a fair rate of interest may be based upon the sale value, with the reservation of a proper margin. By such means these securities may be dealt with as clearly, straightforwardly and safely as any other, to the mutual advantage of the contracting parties: deferred expectations are assigned a just immediate value which it may in very many cases be advantageous to the beneficiary to realize or borrow upon: and the whole class of transactions is removed from the region of usurious speculation to that of the equitable trading which, either from the social or economic standpoint, is a benefit to the body politic.

The suggestions which emanate from this side of our subject are not exhausted, but enough has been said to indicate their character; and it is necessary to pass to something more directly in the main line of our thought.

X.

The life annuity is one of the simplest practical applications of actuarial theory, as the valuation of such a benefit is one of the earliest problems to present itself once the life table has been constructed. On this ground therefore, there would be nothing special in such a subject to detain us; but the practical evolution of annuity business has some interesting economic and sociological aspects.

In the first place the mortality experience of annuitants is an outstanding instance of what has already been referred to, the force of "self-selection". We saw how this operated in favour of the endowment assurer as compared with the holder of an ordinary life policy, but the experience now under review is much more striking. The annuitant, of course, selects himself. He need not buy an annuity unless he pleases. He does so because he expects to be long-lived. (The word "he", used throughout for convenience, must be read for the occasion as common to both sexes, for all that is said is even more emphatically true concerning female annuitants.) How is this expectation justified? Very abundantly. Each successive investigation of annuitant mortality shows the longevity of the class to be increasing. A very interesting illustration of this is afforded by the latest investigation made, which was one based on the combined experience of the life assurance companies. The standard table until then had been one derived from the Government Annuitants' experience, but in the newer results a distinctly greater longevity is shown. It is not difficult to see one of the reasons for this. Government annuitants in many cases do not select themselves. Their entry into the annuitant class is not voluntary. An annuity has to be purchased under the terms of a will or settlement, upon the life of a specified beneficiary. In nearly all such cases the trustees will naturally, even if not so expressly directed, buy a Government annuity. The annuities privately purchased from the companies are comparatively free from this diluting strain. Self-selection is in full operation so far as they are concerned. The result is patent in increased and increasing longevity.

An instructive economic fact was the increasing demand for annuities in Great Britain a few years ago, when a phenomenally low Bank rate and other financial conditions had forced trust investments up to record prices. At that time the annual business returns of the companies chiefly cultivating this department of the field showed steady and constant increase. As a defence against low rates of interest and increasing longevity some of the largest vendors of annuities increased their terms, but this only caused a slight temporary

check; the stream of tendency persisted. What was seen here was surely a case of economic reaction. Competition for investments had reduced the yield on them to what was barely a living rate; and forthwith it became increasingly necessary to live upon capital, which is what the annuitant does.

There is an actuarial difference of the greatest moment, between annuity and life assurance business. Into both enter two factors, one economic and one sociological, the rate of interest and the rate of mortality. Now, each of these factors is undergoing steady, gradual change in the same direction. If we ignore temporary fluctuations, and regard general tendencies, we see that the rate of interest is decreasing, and the rate of mortality also. In life assurance, one of these tendencies acts as an off-set against the other. The falling rate of interest will make profitable investment more difficult, but the falling rate of mortality will tell favourably upon the death claims. In annuity business, however, both tendencies work against the vendor. The inevitable result must be that as time advances, annuities will become more costly.

XI.

From the immediate annuity to the deferred annuity, is an easy step, but just now a significant one. When we take it, we find ourselves confronted with the burning question of old-age pensions.

The point is a fitting one at which, having, so far as is possible within our necessary limits, passed in review the developments of actuarial science up to date, and their relations to economics and sociology, we may pause for a look towards the future along the same lines.

We need not touch political controversy to admit that national questions of the gravest import, which intimately concern the province of the actuary, are "in the air", and pressing for practical consideration. Old-age pensions have already begun to take shape in fact. On all hands we hear suggestions of other and farther reaching developments. Workmens' compensation has been with us for the last ten years: the empirical and experimental dealings with it are fast accumulating a stock of experience. Protection against the risks of invalidity, and even unemployment, are mentioned as possibilities of the near future.

In presence of all this, we find ourselves falling back on first principles, and asking whether actuarial science may not be as yet only on the threshold of its work. The early investigators recognized its essential nature to lie in the scientific application of the theory

of probability to statistics. They were fortunate in lighting upon one great application of this method, — where the facts, those namely which related to human mortality, were so abundant, so tractable, and so homogeneous that a working hypothesis of the utmost value could with comparative simplicity, be obtained. As the sphere of such activity widens however, the problems proposed become more varied and complex. We have already seen how existing extensions of the method to statistics of sickness, in the case of Friendly Societies, had to discriminate between districts of industry and periods of duration. As the development proceeds, complications must increase. None the less, the ultimate possibilities of the method have always, to the more philosophic and large-minded of its students, been apparent. No better instance of this could be given than the remarkable and suggestive book of the late M. *Quetelet*, now more than sixty years old, which bears the significant title “Letters on the Theory of Probabilities as applied to the Moral and Political Sciences”; a book which, either in the original or the excellent translation by Mr. *O. G. Downes*, should be read by every actuary. There we see something of the complexity, and at the same time of the value, of the application to the affairs of life of that theory which, as the author says, “only teaches us in the main to do with regularity and precision that which even the most judicious have hitherto done in a manner more or less vague.” There too we are continually reminded of the essential nature of the process we employ: one of average and approximation, which comes nearer and nearer to exactness as the numbers operated upon increase in magnitude.

Such considerations impress more and more upon us the truth that the whole process has a statistical basis. We must, to do anything, have the facts, and have them accurately. To give us these, is the province of statistics, and the recently developed methods for their scientific study, must be of increasing interest and value to the actuary, if, as seems probable, new paths are opening before him in economic and sociological evolution. We shall have to reckon of course with the objector who says that statistics can be made “to prove anything”, which is as if a man should object to use water because “it can drown anyone”. Probably however, criticism of that sort is hardly worth much attention. We shall be wiser to listen to Mr. *Bowley* when he tells us that “a knowledge of statistics is like a knowledge of foreign languages or of algebra; it may prove of use at any time under any circumstances”;¹⁾ and again that this science “does not

¹⁾ “Elements of Statistics” Ed. 3, p. 4.

deal with a single homogeneous mass but with a complex body composed of multitudinous units differing in form and action one from the other; and it is with the complex, not with the units, that it is concerned".¹⁾

In this connection we have a new development of thought and research during the last generation. The work in connection with "Eugenics" of Sir *Francis Galton*, an honoured pioneer on that pathway, and the researches of Professor *Karl Pearson*, suggest themselves at once. The investigations necessary are often laborious, for the problem of so fitting collections of fact to the requirements of mathematical theory that they shall be available as the basis of a theoretical superstructure, and yet shall not be so manipulated as to be deprived of their true character, is no easy one. It has come before actuaries already in connection with the graduation of mortality tables. We have to adjust our series of observations, which must necessarily present irregularities, so as to get a smooth progression: but at the same time the result must reproduce the characteristic, as distinct from the accidental features of the unadjusted facts, and must give us what we may reasonably believe those facts themselves would have given us, had they been sufficiently numerous for casual anomalies to correct and cancel each other. The resultant analytical processes, involving the Law of Error and the use of "frequency curves," are complex and difficult; and in many a case, where the facts are scanty, heterogeneous, and not easy to come by, the difficulties may appear well nigh insurmountable: but even to a reader unversed in the technical work, a glance at the variety and subtlety of the problems attacked in such a book as Mr. *Bowley's* "Elements of Statistics" will, as regards the power of the new methods, be something of a revelation.

In any case, these graphic and analytic processes are coming more and more to the front in modern sociology, and also in modern economics; for there too, as anyone may see who cares to look at the work of Professor *Marshall*, or recent issues of the "Economic Journal", the elucidation of problems concerning supply and demand, taxation and the balance of trade, is helped by methods founded on geometrical analysis.

With all this, actuarial science is surely concerned. The application to statistics of the theory of probability is its foundation also, and its public usefulness will increase as it widens its outlook and applies its principles to a larger range of human affairs.

¹⁾ "Element of Statistics" Ed. 3, p. 262.

XII.

Upon such a note of hope for the future we may bring to an end this review of our subject. In what has been said, it is not pretended that there is anything new, anything not perfectly familiar to the expert. What has been attempted has been to bring together into something like a coherent whole many different aspects of the work of the actuary, and to exhibit them, as far as possible, in relation to the two other sciences we have had to name so often that the reader may, we fear, have been wearied: the one concerning itself with the production and distribution of wealth, the other with the far greater subject of the growth and development of human society.

We have seen actuarial science coming into existence as an instrument fitted to apply the laws of probability to the life of man, and to evolve adaptations of those laws for his practical benefit. With such a science, economics and sociology must be intimately inwoven. They enter into its very essence, and the difficulty is sufficiently to disentangle them to show clear relationship. If asked to indicate one essential characteristic running through all the phenomena we have noticed, we should probably come nearest to success if we named the co-operative principle, availing itself of the law of average to equalize the financial burdens of life. The life assurance premium, the Friendly Society subscription, the contribution towards support in old age, all these have for their object to effect by gentle degrees, within the reach of average human effort, results which would otherwise be so costly as to be impossible of attainment. It is a process which equalises the pressure of existence, calling in the small and periodic self-sacrifice of prosperous days to avert catastrophe from the future. Such adaptation is essential to a Society in which the vast majority have to depend upon their own exertions, are not wealthy and never can be, but are, and may continue to be, self-supporting, self-respecting and content. That, under whatever ultimate form of government, is likely more and more to be the Society of the future. As its ramifications increase in variety and complexity, the nature of the co-operative effort referred to will similarly change and grow: but actuarial science will have to furnish the key to the problems which arise, and its relations with economics and sociology must become closer and more intimate in the process.

Die Versicherungstechnik in ihren Beziehungen zur Volkswirtschaft und Soziologie.

Von Samuel George Warner, London.

1. Es wird zunächst die Notwendigkeit einer klaren Bestimmung der in Frage stehenden Begriffe betont. „Volkswirtschaft“ wird als hinlänglich feststehend vorausgesetzt. „Soziologie“ wird aufgefaßt als die Wissenschaft von den Gesetzen, welche die als veränderlichen Organismus betrachtete menschliche Gesellschaft beherrschen.

2. Um eine ähnlich klare Vorstellung darüber zu erhalten, was unter Versicherungstechnik zu verstehen ist, wird nach der historischen Methode vorgegangen und in Umrissen die Entwicklung dieser Wissenschaft als einer Anwendung der Wahrscheinlichkeitslehre auf die statistische Erfassung und Bestimmung der Lebensvorgänge dargestellt. Besonderer Hinweis auf die einschlägigen Arbeiten von *Pascal*, *de Witt* und *Halley*.

3. Kurze Untersuchung des in dieser Weise ermittelten Begriffes der Versicherungstechnik. Als ihre Grundlagen erscheinen die beiden Elemente: Zinsfuß und Wahrscheinlichkeit. Hinweis auf die grundsätzliche Verschiedenheit dieser beiden Faktoren (der eine begrifflich exakt, der andere stets approximativ) — eine Verschiedenheit, die vielleicht typisch ist für den Zusammenhang der Versicherungstechnik mit der Volkswirtschaft auf der einen und mit der Soziologie auf der anderen Seite.

4. Knappe Darstellung des Einwirkens der volkswirtschaftlichen und soziologischen Kräfte des modernen Zeitalters auf die Versicherungstechnik. Diese Tendenzen, durch welche das gesamte Kulturleben in so vielgestaltiger Weise beeinflußt wurde, haben aus der Versicherungstechnik den Lebensversicherungsbetrieb entwickelt.

5. Die Rückwirkung der neuen Wissenschaft, die in dieser Weise reale Gestaltung erlangt hatte, auf Volkswirtschaft und Soziologie. Wohltätige Folgen versicherungstechnischer Erkenntnis und Einflußnahme für den Lebensversicherungsbetrieb, wie sie sich in dem Gesetze über Lebensversicherungsgesellschaften vom Jahre 1870 und in der Verwendung vorsichtiger Rechnungsgrundlagen offenbaren.

6. Weitere Untersuchung der volkswirtschaftlichen und soziologischen Wirkungen der Lebensversicherung. Durch Sicherung der Zukunft ermöglicht sie die produktive Verwendung anderer Kapitalien. Die Polizze als Zirkulationspapier (Deckungspolizze). Die ökonomischen Wirkungen der Schadenzahlung. Die Verbreitung der gemischten Versicherung als der alle diese Vorzüge vereinigenden Kombination. Die

assoziative Natur der Lebensversicherung als ihr hervorstechender soziologischer Zug.

7. Erörterung der besonderen Entwicklung auf einzelnen Gebieten der Lebensversicherung. Kinderversorgungspolice: deren verschiedene Arten und soziologische Bedeutung. Hinweis auf die Volksversicherung und deren Zugehörigkeit zu der in dem nächsten Abschnitte zu behandelnden größeren Gruppe.

8. Hilfskassen (Friendly Societies) und ihre Aufgaben. Ein neues Anwendungsgebiet der Versicherungstechnik: Die Bestimmung des Krankheitsrisiko. Die Bedeutung dieser Erweiterung und der durch sie bedingten Berücksichtigung neuer Grundbegriffe; die hieraus entspringenden Schwierigkeiten. Wohltätige Folgen versicherungstechnischer Prinzipien und Anschauungen für die finanzielle Seite der Entwicklung.

9. Einige wirtschaftliche und soziologische Ausblicke in bezug auf Anlagen der Lebensversicherungsgesellschaften. Stabilisierende Einwirkung auf die Marktverhältnisse. Die gemeinsame Beteiligung an finanziellen Unternehmungen als festigendes soziales Band. Die Verdienste der Versicherungstechnik um die Schaffung eines anständigen Marktes für Transaktionen mit Fruchtgenüssen und Kapitalsanwartschaften.

10. Leibrenten. Ihre in jüngster Zeit beobachtete Beliebtheit — ein Symptom wirtschaftlichen Rückganges. Die hohe und stets steigende Tendenz aufweisende Lebensdauer der Rentner — ein Beweis für die Kraft der Autoselektion. Der Unterschied zwischen Leibrenten und Versicherungen: Während bei Versicherungen die Wirkungen gleichzeitigen Sinkens des Zinsfußes und der Sterblichkeit die Tendenz zu gegenseitiger Ausgleichung enthalten, machen sich in Bezug auf Leibrenten beide verstärkt zu ungunsten des Rentenversprechenden fühlbar. Es muß daher die Entwicklung zu einer Verteuerung der Leibrenten führen.

11. Aufgeschobene Leibrenten oder Alterspensionen. Die Ausblicke für die Zukunft, die sich der Versicherungstechnik bieten. Auf ihren Prinzipien beruhen viele Probleme von hohem öffentlichen Interesse. die dringend einer Regelung bedürfen oder voraussichtlich bald bedürfen werden. Die Schwierigkeit und Mannigfaltigkeit dieser Probleme. Die erhöhte Bedeutung zutreffender statistischer Grundlagen. Das wissenschaftliche Studium der Statistik, wie sie sich in der letzten Generation entwickelt hat, als Aufgabe des Versicherungstechnikers. Hinweis auf die Werke von *Galton*, *Pearson* und *Bowley*.

12. Kurze Schlußbemerkungen.

La science actuarielle dans ses rapports avec l'économie politique et la sociologie.

Par S. G. Warner, London.

1^o Nécessité d'établir clairement la conception des termes employés. Le terme „Economie politique“ est suffisamment expliqué. „Sociologie“ est défini comme la science qui traite de la société humaine, considérée dans ses fluctuations.

2^o Pour arriver à une conception pas moins claire de ce qu'on comprend par „science actuarielle“, la méthode historique est employée. Un aperçu est donné du développement de cette science comme application de la théorie des probabilités sur la statistique et sur les phénomènes de la vie. Renvoi spécial aux oeuvres de *Pascal*, de *Wit* et *Halley*.

3^o Discussion sur la conception ainsi établie de la science actuarielle. Ses bases, les deux éléments: intérêts et probabilité. La différence essentielle entre ces deux facteurs — l'un exact, l'autre approximatif — pourrait être considérée comme caractérisant les double relations qui réunissent la science actuarielle avec l'économie politique et la sociologie.

4^o Les forces économiques et sociologiques qui, dans notre temps moderne, ont agi sous tant de rapports sur le monde civilisé, se sont emparées de la science actuarielle, pour en développer les assurances sur la vie.

5^o L'action réciproque de la nouvelle science ainsi éveillée à une existence réelle, sur l'économie politique et la sociologie. Influence avantageuse d'idées actuarielles sur l'industrie des assurances sur la vie ainsi qu'il ressort p. ex. de la loi de 1870 sur les Compagnies d'assurances et de l'adoption de bases de calcul conservatrices.

6^o Considération plus approfondie des effets économiques et sociologiques des assurances sur la vie. Capitaux rendus à la circulation, grâce au système de l'assurance. La police comme valeur commerciale. Conséquences économiques du payment de sinistres. Le développement de l'assurance mixte comme réunissant les 2 formes primitives. Au point de vue sociologique le trait caractéristique de l'assurance est sa nature co-operative.

7^o Discussion du développement de certaines catégories d'assurances. Les différentes formes d'assurance sur la tête d'enfants et leur importance sociologique. L'assurance populaire et ses rapports avec l'objet plus étendu qui sera traité dans le paragraphe suivant.

8° Caisses mutuelles de secours et leur activité. Un nouveau champ d'application s'ouvre à la science actuarielle: la détermination des probabilités de maladie. L'importance de cet élargissement et les éléments de complication ultérieure qu'il comporte. Effet bienfaisant d'idées et principes actuariels sur le développement financier.

9° Les placements des Compagnies — vie aux points de vue économique et sociologique; leur influence en faveur de la stabilité du marché. La nature co-opérative des assurances comme soutien de l'ordre social. La science actuarielle a créé un marché équitable pour nues propriétés.

10° Rentes viagères. leur popularité croissante — un symptôme de réaction économique. La longévité des rentiers — une preuve de la force de l'auto-selection. La différence entre assurances et annuités: tandis que les conséquences d'une diminution simultanée du taux d'intérêt et de la mortalité se compensent l'une par l'autre pour les assurances, elles se renforcent pour les annuités en défaveur du vendeur. Le prix des annuités devra donc subir une augmentation.

11° Annuités différées et pensions de vieillesse. Les aspects qui s'offrent à la science actuarielle en vue de nombreuses questions de haute importance, reposant sur ses principes et exigeant une solution dans le prochain avenir. Complexité et diversité de ces questions; en conséquence, importance de bases statistiques absolument sûres. Les études scientifiques de la statistique au point de vue de l'actuaire; le développement donné à la statistique par la dernière génération. Renvoi aux oeuvres de *Galton*, *Pearson* et *Bowley*.

12° Observations finales.

La Tecnica dell'Assicurazione nei suoi Rapporti con l'Economia Politica e la Sociologia.

Samuel George Warner, London.

1. Per prima cosa viene richiamata l'attenzione sulla necessità di una chiara definizione dei termini della questione. Il termine „Economia Politica“ viene accettato come bene definito. La „Sociologia“ viene concepita come la scienza delle leggi che reggono le variazioni nell'organismo della società umana.

2. Per ottenere analogamente un'idea chiara anche di ciò che si debba intendere per Tecnica dell'Assicurazione (scienza Attuariale) viene

proceduto con metodo storico ed esposto a grandi linee lo sviluppo di questa scienza, considerandola come un'applicazione della dottrina delle probabilità alla determinazione e descrizione dei fenomeni della vita umana mediante la statistica. Viene accennato in modo speciale ai lavori in questo senso del *Pascal*, del de *Witt* e dell' *Halley*.

3. Breve disamina del concetto della tecnica dell'assicurazione ottenuto in questa maniera. Due elementi formano le sue basi: il tasso dell'interesse e la „probabilità“. Accenno alla differenza radicale che corre fra questi due fattori — l'uno esatto nell'suo concetto, l'altro sempre approssimativo — differenza questa che è forse tipica pel connesso fra tecnica d'assicurazione ed Economia Politica da un lato e Sociologia dall'altro.

4. Succinta disamina dell'influenza delle correnti economiche e sociologiche del nostro tempo sulla scienza attuariale. La tendenza di queste correnti, che hanno esercitato una influenza svariaticissima su tutto l'insieme della vita culturale ha sviluppato con il mezzo della tecnica dell'assicurazione l'esercizio della assicurazione sulla vita.

5. La nuova scienza andata perfezionandosi per tal modo esercitava da parte sua una grande influenza sullo sviluppo della Economia Politica e della Sociologia. Conseguenze benefiche delle nozioni di tecnica dell'assicurazione ed influenza delle stesse sulla gestione delle assicurazioni vita: come ne fanno prova la Legge del 1870 sulle Compagnie d'Assicurazione sulla Vita e l'applicazione di prudenti basi di calcolazione.

6. Ulteriore disamina degli effetti economici e sociologici dell'assicurazione sulla Vita. Mediante la sicurezza dell'avvenire, che da essa deriva, viene reso possibile il produttivo impiego di altri capitali. La Polizza quale valore circolante (Polizza di garanzia). Conseguenze economiche del pagamento dei danni. Diffusione dell'assicurazione mista quale combinazione riunente in sé tutti questi vantaggi. La natura associativa dell'assicurazione sulla vita come la più spiccata delle sue qualità sociologiche.

7. Disamina dello sviluppo speciale conseguito da parti singole dell'assicurazione sulla Vita. Polizze di previdenza per bambini: delle loro differenti specie, portata sociologica delle medesime. Accenno all'assicurazione „popolare“ ed alla sua appartenenza ai grandi gruppi trattati appresso.

8. Casse di mutuo Soccorso — „Friendly Societies“ — e compito delle stesse. Un nuovo campo d'applicazione della tecnica assicurativa. Determinazione del rischio malattie. Portata di questo allargamento del campo d'azione e conseguente presa in considerazione di nuove nozioni fondamentali: difficoltà che ne scaturiscono. Effetti benefici

dei principii della scienza attuarile in rapporto al lato finanziario dello sviluppo di queste Casse.

9. Alcuni aspetti economici e sociologici degli impieghi di capitale delle Compagnie d'Assicurazione sulla Vita. Loro effetti benefici sulla stabilità dei mercati. La partecipazione comune ad imprese finanziarie considerata quale vincolo di solidarietà sociale. Benemerenze della tecnica d'assicurazione per quanto è della creazione di un onesto mercato di transazioni di vitalizi e di nude proprietà.

10. Rendite vitalizie. La predilezione di cui esse sembrano essere l'oggetto in questi ultimi tempi è sintomo di regresso economico. La lunga vitalità che si va sempre più constatando nei vitaliziati è prova della forza dell'autoselezione. Differenza fra *vitalizi* ed *assicurazioni*: mentre per le assicurazioni gli effetti del contemporaneo abbassarsi del tasso d'interesse e della mortalità tendono a controbilanciarsi reciprocamente, — per le rendite vitalizie invece si risolvono entrambi a danno dell'assicuratore vitalizante. Uno sviluppo ulteriore dovrà perciò condurre di necessità ad un inevitabile rincarimento delle rendite vitalizie.

11. Rendite vitalizie differite, pensioni di vecchiaia. Pronostici per l'avvenire, quali vengono formulati dalla tecnica d'assicurazione. Sui loro principii sono basate molti problemi d'alto interesse pubblico, che abbisognano di urgente soluzione, oppure abbisogneranno probabilmente bene presto. Difficoltà e svariatazza di questi problemi. Importanza grandissima di basi statistiche esatte. Lo studio scientifico della statistica, come si è sviluppata nell'ultima generazione, quale compito dell'attuario. Cenno ai lavori di *Galton*, *Pearson* e *Bowley*.

12. Succinte considerazioni di chiusa.

VII. — D.

Versicherungstechnik und Volkswirtschaft in der Schweiz.

Von A. Bohren, Bern.

I.

Die Geschichte der Versicherungswissenschaft in den einzelnen Ländern ist von berufener Seite dem internationalen Kongreß in Paris 1900 vorgelegt worden.¹⁾ Die Besonderheit derselben in den verschiedenen Ländern ist nicht eine der Verschiedenheit der einzelnen Länder bezüglich der Entwicklung in Sprache, Verfassung und Sitte entsprechende. Während auf den letzteren Gebieten die einzelnen Länder sich noch mehr oder weniger selbständig nebeneinander entwickeln, ist die Wissenschaft überhaupt und speziell die Versicherungswissenschaft, einem Baume zu vergleichen, an welchem die Leistungen der einzelnen Staaten nur als Äste und Zweige erscheinen, welche ihr Leben dem Ganzen verdanken und nicht ein separates Leben führen. Aus allen Berichten ist ersichtlich, wie innig die Volkswirtschaft mit der Versicherungswissenschaft verbunden ist; wir sehen, wie mehr und mehr die Mathematik auf allen Gebieten der Volkswirtschaft, der statistischen Forschung, der Versicherung sowie der Gesellschaftswissenschaft Anwendung findet, und wie mehr und mehr die Methode auf allen diesen Gebieten eine mathematische wird. In frühester Zeit hat die Mathematik hauptsächlich als Stütze der Meßkunst gedient; man könnte vielleicht sagen, daß sie für diese geschaffen worden ist. Nicht nur die Lehre von dem Messen auf der Erde, in noch hervorragenderer Weise wurde das Messen in den Himmelsräumen zu einem Teil der angewendeten Mathematik. Aber je weiter sich die mathematische Wissenschaft theoretisch entwickelte, desto vielseitiger und reicher sind auch ihre Anwendungen geworden, so daß sie jetzt fast in allen

¹⁾ Für die Schweiz erstattete *Dr. Kummer*, damals Direktor des eidgenössischen Versicherungsamtes, den entsprechenden Bericht.

Zweigen der Naturwissenschaften eine Rolle spielt. Und mit der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer allmählichen Entwicklung, vornehmlich seit der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts, hat sich der Mathematik ein weiteres, sehr großes Gebiet erschlossen. Zuerst galt es freilich nur, die Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Lösung derjenigen Aufgaben zu benützen, welche bei Lotterien und anderen Glücksspielen auftauchen, bei Anleihen und finanziellen Geschäften der verschiedensten Art.

Die Ausbreitung des Versicherungsgedankens, die sich stetig entwickelnde Bedeutung des Versicherungswesens, aber auch mannigfache Enttäuschungen, Betrug etc., errangen im Laufe der Zeit der Mathematik, der Versicherungstechnik, auch im Versicherungswesen diejenige einflußreiche Stellung, die sie heute besitzt. Aber gerade diese wachsende Bedeutung der Mathematik im Versicherungswesen wirkte befruchtend auf diesen Zweig, die Versicherungstechnik selbst, und die Ermittlung der Versicherungskosten wurde mehr und mehr eine selbständige Wissenschaft innerhalb der allgemeinen Versicherungswissenschaft.

Es kommen auf dem Gebiete des Versicherungswesens sehr verschiedenartige Zwecke zur Geltung, so z. B. die besondere Absicht, die der einzelne Versicherte mit seiner Versicherung verbindet oder die Erwerbstendenzen des einzelnen Versicherungsunternehmers. Als entscheidend für die Beurteilung der Richtigkeit und Zweckmäßigkeit der Versicherungseinrichtungen aber erachtet die Wissenschaft einen allgemeinen höheren Zweck, den sie im allgemeinen den sozialen nennt. Die Befriedigung zufälliger Bedürfnisse auf gemeinsame Rechnung, das planmäßige Sparen für den Bedürfnisfall seitens der durch das gleiche zufällige Bedürfnis bedachten Personen, wie es bei dem Versicherungsvorgang sich abspielt, wird dabei gewürdigt als ein höchst bedeutsames Mittel, um die vorhandenen Kräfte der Volkswirtschaft zu erhalten, um die Störung des nationalen Wirtschaftsprozesses durch eintretende Schadenfälle möglichst herabzumindern und die betroffenen Individuen vor mancherlei Entbehrung zu bewahren.

*Bischoff*¹⁾ bezeichnet diese allgemeine Zweckbestimmung als eine zu enge und infolgedessen ungeeignet, uns zu dem rechten Standpunkt für die Beurteilung des Versicherungswesens und seiner Einrichtung zu verhelfen. Man kann Zweck und Aufgabe des Versicherungswesens nur richtig erfassen, wenn man in letzterem nicht lediglich einen *Wirtschaftsfaktor*, sondern einen *Kulturfaktor* im weitesten Sinne

¹⁾ Bericht über die Fortschritte des Unterrichts in Versicherungswissenschaft am V. internationalen Kongreß in Berlin 1906.

des Wortes erblickt, d. h., wenn man nicht lediglich denjenigen Einfluß berücksichtigt, den dieses soziale Gebilde auf die Produktionsfähigkeit des Volkes und auf den Besitzstand der versicherten Individuen gegebenenfalls ausübt, vielmehr darüber hinaus die *gesamten* Wirkungen beachtet, die das Versicherungswesen in allen seinen Einzelheiten und Beziehungen auf unsere Gesamtkultur, auf den Zustand unseres Volkslebens, auf den Werdegang und die Gesundung unserer Lebensverhältnisse überhaupt auszuüben vermag. Wir sollen uns, wenn wir versicherungswissenschaftliche Urteile mit rechter Gründlichkeit aufbauen und mit rechtem Erfolge verwerten wollen, klar vor Augen halten, daß das Versicherungswesen den Zweck hat, den Stand nicht nur der nationalökonomischen Leistungsfähigkeit, *sondern den Stand unserer Gesamtkultur günstig zu beeinflussen*. Soll das Versicherungswesen seinen Daseinszweck wirklich erfüllen, so muß es in seinen sämtlichen Einzelheiten und Beziehungen so gestaltet sein, daß es möglichst wenig ungesunde und möglichst viel gesunde Wirkung im Volksleben ausübt, dem gesunden Wachstum der Gesamtkultur, dem wahren Fortschritt der Tüchtigkeit und des Wohlbefindens in unserem Gemeinleben in möglichst hohem Maße förderlich ist.

Aber gerade diese allgemeine Zweckbestimmung des Versicherungswesens führt Dr. *Bischoff* zu dem Schluß, daß im Rahmen der Versicherungswissenschaft gerade der Forschungs- und Aufklärungsarbeit jener eigentlichen Versicherungstechnik die größte Beachtung zu schenken sei, und er macht den Vorschlag zur Gründung einer Versicherungsakademie, wo Vertreter der Rechnungswissenschaft Hand in Hand mit Trägern der anderen wissenschaftlichen Disziplinen in mehr oder minder gemeinsamer Arbeit die wahrhaft rationelle Lösung der einzelnen Aufgaben unseres Versicherungswesens betreiben.

Und wenn wir ferner überzeugt sind, daß dem Versicherungswesen in den kommenden Jahrzehnten ein großer Teil jener praktischen Arbeit zufallen wird, deren wir zur Lösung der sogenannten sozialen Frage, zur Beseitigung der Mängel unseres Volkslebens, bedürfen, so müssen wir es sehr begrüßen, wenn gerade die Beziehungen der Versicherungstechnik zur Volkswirtschaft auf dem Kongreß zur Diskussion kommen sollen, und gewiß wird man auf die Resultate derselben gespannt sein.

Im folgenden soll ein kurzer Bericht über die entsprechenden Verhältnisse in der Schweiz gegeben werden, der sich befassen soll mit den *Beziehungen der Versicherungstechnik zur sozialen Gesetzgebung*, ferner mit der *Forschungs- und Aufklärungsarbeit* der Versicherungstechniker auf *volkswirtschaftlichem Gebiete*.

II.

Die Organisation unserer Staatsaufsicht über die privaten Versicherungsgesellschaften ist dem Kongreß bekannt. Sie ist von jeher nach den von der Versicherungswissenschaft aufgestellten Grundsätzen geführt worden und hat sich keineswegs mit den Technikern in Widerspruch gesetzt; die Opposition gegen die Staatsaufsicht ist daher in der Regel nicht von den Technikern, sondern eher von Direktoren, Aktionärversammlungen etc., d. h. von Instanzen ausgegangen, die je höher sie über dem Techniker stehen, umsomehr in Versuchung sind, sich über seine Wissenschaft hinwegzusetzen. Und wenn die Aufsichtsbehörde, das Versicherungsamt, Gesellschaften ausschloß, deren Reserven und Grundlagen dem Techniker nicht genügend erschienen, so hat sie in erster Linie im Interesse der schweizerischen Volkswirtschaft, dann aber auch im Interesse der konkurrierenden Gesellschaft selbst gehandelt. Daß die Wissenschaft der Gesetzgebung vorangeht, haben die maßgebenden Kreise bei uns schon früh erkannt; eine Bevormundung der Wissenschaft durch den Staat ist mit dem Aufsichtsgesetz nie beabsichtigt gewesen, und wenn bei unserem neuesten Gesetze, dem Versicherungsvertrag gewidmet, der Aufsichtsbehörde neue Aufgaben im Interesse des Versicherten zugewiesen werden, so ist auch hier dem Techniker die volle Freiheit gewahrt geblieben, und er darf nach wie vor die für die Besonderheit seines Geschäftsbetriebes am geeignetsten erscheinenden technischen Grundlagen selbst wählen. Die ursprünglich vorgeschlagene Definition des Deckungskapitals und die Methode zur Berechnung der Rückkaufs- und Reduktionsminima sind nach eingehenden Erwägungen wieder entfernt worden. Das Gesetz überträgt einfach dem Bundesrat in seiner Eigenschaft als Aufsichtsbehörde die Entscheidung, ob die vorgesehenen Abfindungswerte angemessen sind. Das ist vollkommen genügend; denn die Techniker haben den Beweis erbracht, daß sie die Kenntnisse und Fertigkeiten, die der Beruf erfordert, auszugestalten wissen, und daß sie nicht nur die Interessen der Versicherungsgesellschaften, sondern auch die der Versicherten im Auge behalten. Der österreichische Entwurf über den Versicherungsvertrag und die Versicherungsanstalten, der eine gewisse Engherzigkeit zeigt und Definitionen vorsieht, hat von Seite der Techniker eine entsprechende Würdigung erfahren.¹⁾

Beispielsweise der seit 50 Jahren wogende Kampf um die *Zillmertsche* Methode zeigt die Richtigkeit der von der schweizerischen

¹⁾ Die versicherungstechnischen Grundlagen der neuen österreichischen Gesetzesentwürfe über den Versicherungsvertrag und die Versicherungsanstalten. Mitteilungen des österreichisch-ungarischen Verbandes der Privatversicherungsanstalten. 2. Band, 2. Heft.

Staatsaufsicht befolgten Tradition. Die Anhänger dieser Methode wollen nicht mehr Duldung allein, sie beschränken sich nicht darauf, ihre Ansichten zu verteidigen; sie fordern Freiheit für ihre Methode und greifen die Nettomethode an, und die Aktuare und die Staatsaufsicht, die durch dieselbe nur für die Zukunft vorsorgen, müssen sich den Vorwurf gefallen lassen, daß sie die Gegenwart zu Gunsten der Zukunft hintansetzen und daß sie gegen den Grundsatz handeln, daß *jede Generation von Versicherten für alle Lasten aufzukommen habe*, die sie verursacht.

Seit dem Jahre 1889 stehen auch die Hilfskassen der Eisenbahn- und Dampfschiffunternehmungen unter Bundesaufsicht, und es wird ihnen vorgeschrieben, daß die vorgesehenen Einnahmen den Gesetzen der Versicherungstechnik genügen sollen, um die in Aussicht gestellten Leistungen zu bestreiten. Bei Anlaß der Verstaatlichung der Hauptbahnen handelte es sich darum, für die Hilfskassen derselben eine gemeinschaftliche Form zu finden. Die Kombination sah Mehrleistungen der Kasse, dafür auch erhöhte Beiträge vor. Die Beteiligten machten den von den Technikern verlangten Prämien Opposition, und es entspann sich in der Folge ein interessanter Kampf unter den Technikern selbst, der vorläufig seinen Abschluß dadurch fand, daß der Bundesrat die Eintrittsbilanz und den Tilgungsplan für das vorhandene Defizit genehmigte.¹⁾

In der sozialen Gesetzgebung ist der Versicherungstechniker interessiert an dem Entwurf einer eidgenössischen Kranken- und Unfallversicherung und an verschiedenen kantonalen Entwürfen für Alters- und Invalidenversicherung. Die Lösung der sogenannten sozialen Frage wird auch bei uns mehr und mehr durch die Versicherung angestrebt. Die Mitarbeit des Versicherungstechnikers ist hier oft eine recht schwierige, aber interessante, da bei uns alle diese Gesetze jeweils dem Volkswillen weitgehende Rechnung zu tragen haben. Die Hauptfrage, ob Zwang oder Freiwilligkeit, ist nicht technischer Natur — technisch sind beide gleich möglich — aber die volkswirtschaftliche Bedeutung dieser Frage verlangt vom Versicherungstechniker als hervorragender Mitarbeiter bei dieser sozialen Gesetzgebung in erster Linie eine Beantwortung und es wird die Diskussion auf dem Kongreß gewiß zur Klärung wesentlich beitragen.

Der Entwurf für die eidgenössische Krankenversicherung sieht Freiwilligkeit vor; der Bund will solche Kassen, die einigen wenigen Bedingungen genügen, subventionieren; die Unfallversicherung dagegen soll für bestimmte Bevölkerungsklassen obligatorisch werden, und

¹⁾ Siehe Bulletin du comité permanent des congrès, 1906, Nr. 10.

momentan dreht sich der Kampf darum, ob eine eidgenössische Monopolanstalt zu errichten sei oder ob die privaten Versicherungsgesellschaften zur Mitwirkung herangezogen werden sollen. Ein sehr umfassendes Bundesgesetz, das mit wenig Ausnahmen alle unselbständig Erwerbenden in den Kreis der obligatorisch Versicherten (gegen Krankheit und Unfall) zog, beide Versicherungen in organische Verbindung brachte und so eingerichtet war, daß sich andere Arbeiterversicherungszweige leicht hätten angliedern lassen, ist am 21. Mai 1900 in der Volksabstimmung unterlegen.¹⁾

Die Kantone, denen das Recht zusteht, öffentliche Anstalten für die verschiedenen Versicherungszweige zu errichten, haben bis jetzt im wesentlichen nur Gebrauch gemacht, soweit die Feuer- und die Viehversicherung in Betracht fallen. Der Kanton Neuenburg hat eine freiwillige Volksversicherungskasse errichtet, die vom Kanton subventioniert wird, der Kanton Waadt eine freiwillige Rentenversicherungskasse.

Aber momentan beschäftigen sich mehrere Kantone mit der Frage der Einführung von Alters- und Invalidenversicherung und da ist es interessant, zu vernehmen, daß auf einer interkantonalen Konferenz sich alle Beteiligten für das Obligatorium ausgesprochen haben, und daß für den nicht in das Obligatorium einbezogenen Rest der Bevölkerung die freiwillige Versicherung *ohne Staatsbeiträge* in Aussicht genommen worden ist.

Erfahrungen haben wir darüber, ob Zwang oder Freiwilligkeit die bessere Lösung sei, in der Schweiz noch keine; dafür haben sie andere Staaten, und auf den Austausch derselben auch auf diesem Kongreß kann man gespannt sein.²⁾

III.

Das Ideal für die Pflege der Forschungsarbeit, das Direktor *Bischoff* in der Errichtung einer Versicherungsakademie erblickt, wird für uns wohl ein Ideal bleiben; aber die Wissenschaft ist international, und wenn die Idee der Versicherungsakademie in Deutschland verwirklicht werden sollte, so werden die Anregungen derselben weit über die Grenzen hinaus wohlthätig wirken. Bei uns muß die Forschungsarbeit geleistet werden einerseits von den in der Praxis stehenden Technikern, andererseits von den an Hochschulen sich lehrend betätigenden Per-

¹⁾ Siehe auch den Bericht über die Fortschritte der schweizerischen Versicherungsgesetzgebung am Berliner Kongreß 1906.

²⁾ Interessant ist die entsprechende Diskussion auf den Kongressen für Arbeiterversicherung.

sonen; trotz dieses kleinen Kreises hat sich ein recht fruchtbares wissenschaftliches Arbeiten, das seine Vorstellungen und Urteile mehr und mehr aus dem Born der praktischen Erfahrungen schöpft, entwickelt und sucht dazu beizutragen, *die wahre Gerechtigkeit im Versicherungsbetriebe herzustellen und stets gesunder und wirkungsvoller das Versicherungswesen zu gestalten.*

Die Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker¹⁾ sucht einerseits große Kreise zur Mitarbeit heranzuziehen und in den verschiedensten Teilen unseres Volkslebens das Interesse für die große gemeinsame Versicherungssache zu wecken und zu fördern, andererseits in der Pflege der wissenschaftlichen Forschung mitzuarbeiten an der Lösung von Fragen von allgemeiner wirtschaftlicher Bedeutung. Betriebs- und Forschungseifer veranlassen auch unsere privaten Versicherungsanstalten, immer intelligenter und tüchtiger sich an das vielgestaltige individuelle Versicherungsbedürfnis mit seinen Einzelinteressen anzupassen, und wenn sie auch für sich das Recht in Anspruch nehmen, jeweils die Resultate wissenschaftlicher Forschung auf ihre praktische Verwendbarkeit zu prüfen, anerkennen sie die Wissenschaft als Wegweiser, und es wäre den bestehenden Verhältnissen wenig Rechnung getragen, wenn man einen Gegensatz zwischen den Freunden des Fortschrittes und den Praktikern konstruieren wollte.²⁾

Von volkswirtschaftlicher Bedeutung ist die Heranbildung von Versicherungstechnikern, die eben diese Forschungsarbeit zu leisten haben und die berufen sind, Vertrauensposten zu bekleiden, sei es im privaten Versicherungswesen, sei es im Staatsbetrieb. Es ist die Frage, ob es notwendig sei, an Hochschulen direkt Versicherungstechniker heranzubilden, in den letzten Jahren in Deutschland und Österreich diskutiert und in bejahendem Sinne beantwortet worden. Österreich besitzt an der technischen Hochschule in Wien seit dem Jahre 1894 Kurse zur Bildung von Sachverständigen mit einer Prüfung, die zur Führung des Titels „autorisierter Versicherungstechniker“ berechtigt. In Deutschland existiert in Göttingen ein über seine Grenzen hinaus bekanntes Versicherungsseminar, das seinen Schülern nach absolvierter Prüfung Diplome verabfolgt, ohne daß dieselben aber irgend eine Anwartschaft auf eine Anstellung in sich schließen.

An unseren schweizerischen Hochschulen haben Interessenten Gelegenheit, Versicherungsmathematik zu studieren; überall werden ent-

¹⁾ Die Vereinigung besteht seit dem Jahre 1905, zählt momentan über 60 Mitglieder und 14 Versicherungsgesellschaften als korporative Mitglieder. Organ: Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker.

²⁾ Siehe die Diskussion der schweizerischen Versicherungsmathematiker über die Einführung von Selektionssterbetafeln, Mitteilungen 3. Heft.

sprechende Vorlesungen gehalten; an der Universität Bern ist ein eigentliches Seminar für Versicherungsmathematik geschaffen worden, in dem recht fleißig gearbeitet wird. Wenn diese Wissenschaft durch die Prüfungsordnung als eigentliches Prüfungsfach zugelassen wird, so wird das Studium derselben noch erleichtert, und Bern würde den Anforderungen entsprechen, die wir an eine Universität stellen, die Versicherungstechniker heranbilden will. Eine solche kann für unser Land genügen, und wenn auf den anderen Universitäten sich der versicherungstechnische Unterricht in engeren Grenzen hält, indem sowohl für Mathematiker wie Juristen Gelegenheit geboten ist, sich ein gewisses Maß von versicherungstechnischen Kenntnissen anzueignen, so entspricht dies den Anforderungen, die Professor *Dr. Bortkiewitz* in dieser Sache aufgestellt hat.¹⁾

IV.

Wie steht es nun mit der Aufklärung, die die Versicherungstechnik zu leisten hat? Hier liegen die Verhältnisse in jedem Lande etwas anders; aber gerade bei uns ist sie, das heißt die Belehrung über die Grundprinzipien der Versicherungstechnik, von höchster volkswirtschaftlicher Bedeutung und sehr im Interesse der Volkswohlfahrt. Eine offizielle Statistik „Die gegenseitigen Hilfsgesellschaften in der Schweiz im Jahre 1903“²⁾ gibt uns da recht interessante Resultate. Es zeigt sich seit der letzten Statistik im Jahre 1880 eine große Zunahme sowohl der Hilfskassen als der Versicherten, was beweist, daß der Versicherungsgedanke während den 23 Jahren sich sehr verbreitet hat. Im Jahre 1880 entfiel eine Hilfskasse auf 2623 Einwohner, im Jahre 1903 eine solche bereits auf 1691 Einwohner; von 100 Einwohnern waren 1880 nur 7, im Jahre 1903 aber bereits 15 in gegenseitigen Hilfsgesellschaften versichert. Wir erfahren ferner, daß diejenigen Kassen, die ihre Mitglieder gegen Krankheit versichern und zudem beim Ableben des Versicherten in irgend einer Form eine Unterstützung gewähren, am stärksten zugenommen haben. Dieser Umstand beweist, daß ein Bedürfnis besteht, von den Krankenkassen auch noch eine Unterstützung für die Hinterlassenen eines verstorbenen Mitgliedes zu erhalten. Viele Kassen, die diesen Zweck verfolgen, erfüllen ihn aber nicht, weil die Unterstützungen an die Hinterlassenen zu gering ausfallen, um diesen über eine momentane Notlage hinwegzuhelfen. Andere Kassen mit dem gleichen Zweck begehen einen andern Fehler, nämlich

¹⁾ *Maues*, Versicherungswissenschaft auf deutschen Hochschulen.

²⁾ Die gegenseitigen Hilfsgesellschaften in der Schweiz im Jahre 1903, veröffentlicht durch das schweizerische Industriedepartement 1907.

den, daß sie für die Erfüllung ihrer Verpflichtungen entweder gar keine oder nur ungenügende Reserven anlegen. Die Hilfskassen sind eben vielfach bereit, in ihre Statuten Bestimmungen über allgemein begrüßte Zwecke aufzunehmen, ohne sich über die Tragweite genügend Rechenschaft zu geben.

Eine Eigentümlichkeit unter den Sterbekassen bilden die sogenannten „Frankenvereine“, mit denen sich bereits Professor *Kinkel* in seiner Statistik im Jahre 1880 einläßlich beschäftigt hat. Trotzdem er vor denselben gewarnt und mit einer nichts zu wünschen übrig lassenden Klarheit den üblen Verlauf dieser Vereine gekennzeichnet und vorzügliche Ratschläge für die Einrichtung von Sterbekassen erteilt hat,¹⁾ haben diese Kassen um 155% zugenommen, während die Zahl der gegenseitigen Hilfsgesellschaften überhaupt nur um 85% gewachsen ist. Es geben eben bei diesen Gründungen nicht die in der praktischen Erfahrung wurzelnde Versicherungstechnik, sondern lediglich sozialpolitische Wünsche und warmherzige Volksbeglickungsmotive den Ausschlag, und daher stiften diese vielen Versicherungsunternehmen bei weitem nicht den Segen, den man von ihnen erhoffte. Die Statistik zeigt wieder, wie gefährlich es ist, Versicherungsbetriebe aufzubauen, ohne über einen tüchtigen Architekten zu verfügen. Die Kassen verschwinden ebenso leicht wie sie gegründet werden. So sind von den im Jahre 1880 verzeichneten Kassen seither 331 oder 31% eingegangen, und als Hauptgrund für die Auflösungen wird die Wahrnehmung der Unfähigkeit zur Erfüllung der Verpflichtungen angeführt; leider fallen Aufklärungen und Belehrungen immer noch auf unfruchtbaren Boden! Es fehlen die Vorkenntnisse!

Es haben die Statuten von 879 dieser Hilfskassen (44%), unter denen eine technisch richtig fundierte eine Seltenheit ist, die Genehmigung einer Behörde (Bund, Kanton oder Gemeinde) erhalten; aber die dieser behördlichen Genehmigung der Statuten vorangehende Prüfung erstreckt sich meist nur auf die Anlage der Gelder und andere administrative Punkte, nicht aber darüber, ob die Kassen die übernommenen Verpflichtungen wirklich erfüllen können. Daß diese gegenseitigen Hilfsgesellschaften volkswirtschaftlich einen weit größeren Nutzen stiften könnten, wenn auch nur die Elemente der Versicherungstechnik in weitere Kreise gedrungen wären, liegt auf der Hand.

Der Ansicht, daß die Zugrundelegung der Elemente, auf denen jede richtige, wenn auch freiwillige Versicherung zu fußen hat, eine

¹⁾ Die gegenseitigen Hilfsgesellschaften in der Schweiz im Jahre 1880, von Professor *Dr. Kinkel*.

von den Technikern ausgeklügelte Liebhaberei sei, die man füglich durch andere, verständlichere Mittel ersetzen könne, muß entgegengetreten werden und zwar *durch die Schule*. Wenn auch Unterricht und Schule der Stetigkeit und Ruhe bedürfen und sich nicht von schwankenden Meinungen des Tages beeinflussen lassen dürfen, so dürfen sie doch nicht hinter den großen Ideen ihrer Kulturepoche zurückbleiben; sondern sie sollen alle Gebiete des Kulturlebens für ihre Zwecke dienstbar machen und Kulturfaktoren besprechen. Das Ziel der allgemeinen Volksbildung muß höher gestellt, und insbesondere muß auf die Erkenntnis der realen Welt und auf alles, was im späteren Leben nützlich und unentbehrlich ist, mehr Gewicht gelegt werden. Gerade bei uns, wo der einzelne Bürger nicht nur passiv von der Versicherung Gebrauch macht, sondern auch auf die fortschreitende Entwicklung des staatlichen Versicherungswesens selbst mittels der Stimmkarte seinen Einfluß ausüben kann, kommt dem Unterrichtswesen auf diesem Gebiete eine ganz besondere Bedeutung zu. Die Beteiligung an Volksabstimmungen über Versicherungsfragen, sowohl wie deren Resultate zeigen nur zu gut, daß weder die jeweils von der Presse gemachten Anstrengungen noch die gehaltenen Vorträge der Aufklärung zu genügen vermögen.

Im Unterricht und zwar schon in der Volksschule bieten sich mannigfache Gelegenheiten, bei denen die Aufmerksamkeit des Schülers auf das Versicherungswesen, dessen *Einrichtung* und Wirksamkeit gelenkt werden kann. Damit aber der Lehrer in der Lage ist, zweckdienliche Erläuterungen zu geben, braucht er eine entsprechende Vorbildung, also eine gewisse Vertrautheit mit dem Versicherungswesen. Und dies noch aus einem anderen Grund. Der Lehrer steht bei uns, wie übrigens auch anderwärts in enger Fühlung mit der Bevölkerung, und er hat mannigfach Gelegenheit, derselben über Versicherungseinrichtungen zu sprechen. Recht häufig bekleidet er Vertrauensposten, sei es im Dienste privater Versicherungsanstalten, sei es in den besprochenen gegenseitigen Hilfsgesellschaften. Die Stelle, an der der Lehrer diese Elemente der Technik erkennen kann, sind in erster Linie die Lehrerseminarien. Eine Umfrage bei denselben hat ergeben, daß fast ausnahmslos die mathematischen Grundlagen der Versicherung gelehrt werden, und daß im Anschluß daran die Besprechung der volkswirtschaftlichen Bedeutung des Versicherungswesens behandelt wird.¹⁾ Es ist zu hoffen, daß bei der mancherorts angestrebten Umgestaltung der Lehrpläne diese Materie gebührend berücksichtigt werde.

¹⁾ Näheres findet sich in der Arbeit des Berichterstatters: Die Versicherungswissenschaften im Unterrichtswesen der Schweiz. Mitteilungen der schweizerischen Versicherungsmathematiker, 2. Heft.

Die Pflege, die die Versicherungstechnik an weiteren Mittelschulen der Schweiz erfährt, ist eine recht verschiedene. An den Literargymnasien ist sie, wie die Umfrage ergeben, fast gar nicht vertreten, während in den Realgymnasien ihr etwas mehr Gewicht beigelegt wird, trotzdem sie auch hier nicht eine systematische genannt werden kann. An den Handelsgymnasien, sowie an der Handelsakademie St. Gallen wird das Versicherungswesen in recht ausgiebiger Weise behandelt; in den fachlichen Fortbildungsschulen kommen entsprechende Gebiete ebenfalls zur Besprechung. So werden in den landwirtschaftlichen Schulen, die dem Landwirt besonders naheliegenden Versicherungszweige, wie Hagel-, Vieh-, Feuerversicherung, in der Betriebslehre zur Besprechung; in den Lehrplänen der Fortbildungsschulen des Kaufmännischen Vereines stehen Leibrentenvertrag, Versicherungsvertrag, kaufmännische Assekuranzen etc.

Das sind alles vielversprechende Anfänge, und ich hoffe, an einem späteren Kongreß über erfreuliche Fortschritte in dieser Aufklärungsarbeit berichten zu können.

Insurance and Economics in Switzerland.

By A. Bohren, Berne.

In Switzerland the State Supervision over private Insurance Offices, established for the protection of the assured, is being conducted in accordance with the principles of insurance science. When the law on insurance contracts which opens a new field of activity to the Department of Supervision, comes into force, Actuaries of Companies will continue to have full liberty in choosing for themselves the bases which in their opinion are best adapted to the business.

The tendency to solve the social questions by insurance is steadily increasing both in the Union and the Cantons and demonstrates the growing importance of actuarial science to public economy. The work of research is being carried on with zeal, and the Society of Swiss Actuaries, founded in 1905, is doing its best to establish true justice in the insurance business.

The work of propaganda and instruction is still in great need of development, as just in our country with its universal suffrage the recognition of the principles of actuarial science is of great importance.

Science actuarielle et économie politique en Suisse.

Par **B. Bohren**, Berne.

La surveillance exercée par l'Etat sur les institutions d'assurances en Suisse, ayant pour but de protéger les intérêts des assurés, est basée sur les principes établis par la science actuarielle. La loi sur le contrat d'assurances, tout en imposant de nouveaux devoirs au Bureau fédéral des assurances, laisse pleine liberté d'action aux actuaires des Compagnies, de sorte qu'ils pourront continuer à choisir aux-mêmes les bases de calcul qu'ils jugeront les meilleures pour la gestion des affaires.

Dans la Confédération, comme dans les cantons, on cherche de plus en plus la solution des problèmes sociaux sur le domaine de l'assurance, dont on reconnaît ainsi le développement progressif et la haute importance pour l'économie politique. Le travail scientifique est cultivé avec ardeur et l'Association des Actuaires Suisse, fondée en 1905, s'impose la tâche de contribuer à ce que la vraie justice soit établie partout dans l'industrie des assurances.

Le travail propagateur et l'éducation actuarielle sont encore susceptibles de grands progrès, vu l'importance particulière de répandre la connaissance des principes de la science actuarielle dans un pays dont la constitution repose sur le suffrage universel.

Scienza attuariale ed economia politica in Svizzera.

A. Bohren, Berna.

La sorveglianza esercitata dallo Stato sulle istituzioni d'assicurazione in Svizzera, avente per iscopo di proteggere gli interessi degli assicurati, si basa sui principi stabiliti dalla scienza attuariale. La Legge sul Contratto d'Assicurazione, pur imponendo dei nuovi doveri all'Ufficio Federale delle Assicurazioni, lascia piena libertà d'azione agli Attuari delle Compagnie, dimodochè essi potranno continuare a scegliere essi stessi le basi di calcolo, che giudicheranno migliori per la gestione degli affari.

Tanto nella Confederazione quanto nei Cantoni si ricerca sempre più la soluzione dei problemi sociali nel campo dell'assicurazione, riconoscendone in tal guisa lo sviluppo progressivo e l'alta importanza per l'Economia Politica. Il lavoro scientifico viene coltivato con ardore

e l'Associazione Svizzera degli Attuari, fondata nel 1905, s'impone il compito di contribuire a che la vera giustizia sia stabilita ovunque nell'industria delle assicurazioni.

L'opera di propaganda e l'educazione attuariale sono ancora suscettibili di grandi progressi, vista anche l'importanza speciale che assume il divulgare la conoscenza dei principi di scienza attuariale in un paese dove la Costituzione riposa sul *Suffragio Universale*.

VII a.

Über eine neue Methode der Konstruktion und
Ausgleichung von Sterblichkeitstafeln.

On a New Method of Constructing and of Gradua-
ting Mortality Tables.

Sur une nouvelle méthode de la construction et de
l'ajustement de tables de mortalité.

Di un nuovo metodo per la costruzione e gradua-
zione di tavole di mortalità.

VII a. — A.

On a New Method of Constructing and of Graduating Mortality Tables.

By **George King**, F. I. A., F. F. A., London.

1. The author of this communication has recently submitted to the Institute of Actuaries of London a series of four papers dealing with mortality tables in their various aspects, and explaining in detail a new method of construction and graduation. These papers have appeared in the Journal of the Institute as follows: "On the Error introduced into Mortality Tables by Summation Formulas of Graduation", Vol. XLI, p. 54; "Notes on Summation Formulas of Graduation, with certain new Formulas for consideration", Vol. XLI, p. 530; "On the Construction of Mortality Tables from Census Returns and Records of Deaths", Vol. XLII, p. 225; and "A New Method of Constructing and of Graduating Mortality and other Tables", Vol. XLIII, p. 109.

2. The original object of the whole enquiry was, to find a trustworthy method of constructing mortality tables from statistics of population, but the results arrived at seemed to be of more extended use, and the author ventures to think that they will be interesting to actuaries generally. Therefore he gladly avails himself of the permission granted to submit a paper on the subject to the Sixth International Congress. This not intended to deal here with the question at any great length, but rather to call attention to the four papers above mentioned, with sufficient explanations and illustrations to render the communication intelligible by itself.

3. Although, taken in chronological order, the application to population statistics comes first, yet it will be convenient to begin by sitting forth the principles of the new method, and then to illustrate them by a few examples of representative kinds.

4. Let there be a series consisting of the successive observed values of u_x , the function to be death with. The fundamental processes of the new method are, first, to find graduated quinquennial values of u , and, secondly, to insert the intervening values by osculatory interpolation.

5. Let the function y be the finite integral of u , taken negatively so that $y_x = \sum_x^{\infty} u$, and $u_x = y_{x+1} - y_x$. Also let $\triangle y$, $\triangle^2 y$, &c. be the differences of y for quinquennial intervals, so that $\triangle y_x = y_{x+5} - y_x$, and so on. Then $u_{12} = y_{13} - y_{12}$. By the ordinary formula of finite differences

$$y_{13} = y_0 + 13 \frac{\triangle y_0}{5} + 52 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 52 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 26 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 36 \cdot 4 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

$$y_{12} = y_0 + 12 \frac{\triangle y_0}{5} + 42 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 28 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 21 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 33 \cdot 6 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

Whence

$$(1) \quad u_{12} = \frac{\triangle y_0}{5} + 10 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

6. But the first differences for quinquennial values of the function y are the sums of five values of the function u : that is

$$\triangle y_0 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

$$\triangle y_5 = u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$$

and so on. It is convenient to treat these quinary groups as an independent function, and to write $\triangle y_0 = w_0$, $\triangle y_5 = w_5$, and so on, so that $\triangle^2 y_0 = \triangle w_0$, $\triangle^3 y_0 = \triangle^2 w_0$, and so on. In this notation the equation becomes

$$(2) \quad u_{12} = \frac{w_0}{5} + 10 \frac{\triangle w_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^2 w_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^3 w_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^4 w_0}{5^5}$$

$$(3) \quad u_{12} = \cdot 2 w_0 + \cdot 4 \triangle w_0 + \cdot 192 \triangle^2 w_0 - \cdot 008 \triangle^3 w_0 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0$$

$$(4) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0.$$

7. With a loss of accuracy which is quite inappreciable $\cdot 0009$ may be substituted for $\cdot 000896$ as the coefficient of the last term in equation (4). Thus we have

$$(\pm a) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 0009 \triangle^4 w_0.$$

8. Equation (4a) affords a means of calculating the required graduated quinquennial values of the function u with the greatest facility. The numerical coefficients of the three terms are such that they are easily applied mentally, and they lend themselves admirably to the arithmometer, or other calculating machine of that class. To apply the formula, we sum from a convenient starting point, in groups of fives the series to be dealt with for each quinquennial interval of the table, and difference four times. Then by a very brief arithmetical process we obtain graduated values of u at quinquennial intervals. There are five possible starting points for the formation of w , and that one should be chosen which is the most convenient for the table in hand. Each gives a curve of its own: but all the five possible curves run very close to each other throughout their whole length, and each gives a very smooth graduation, and reproduces the actual deaths with minute fidelity.

9. In equations (4) and (4a) four differences of w are retained, but no great gain is secured by this attempt at extreme accuracy. In the majority of cases two differences only will be found to be sufficient. To derive the formula with only two differences of w we have

$$y_8 = y_0 + 8 \frac{\triangle y_0}{5} + 12 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - 8 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3}$$

$$y_7 = y_0 + 7 \frac{\triangle y_0}{5} + 7 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - 7 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3}$$

$$(5) \quad u_7 = \frac{\triangle y_0}{5} + 5 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - \frac{\triangle^3 y_0}{5^3}$$

$$(6) \quad u_7 = \frac{w_0}{5} + 5 \frac{\triangle w_0}{5^2} - \frac{\triangle^2 w_0}{5^3}$$

$$(7) \quad u_7 = .2 w_5 - .008 \triangle^2 w_0$$

$$(7a) \quad 5 u_7 = w_5 - .04 \triangle^2 w_0.$$

10. Nothing could be shorter to work out arithmetically than either of the formulas (7) or (7a), and the accuracy of the results they produce is really remarkable. In fact, there is very little to be gained by using the longer formula (4a) because the short formula gives in practice all that could be desired.

11. The above formulas supply graduated quinquennial values of the function to be dealt with, and the intervening values must be filled in by osculatory interpolation. Dr. *T. B. Sprague* was the inventor of this admirable method of interpolation, which he explained in his memorable paper in the *Journal of the Institute of Actuaries*, Vol. XXII, p. 270. Dr. *Sprague* used five differences, but for practical purposes three will usually be enough. The present author gave a demonstration of Dr. *Sprague's* 5th difference formula in the *Institute Journal*, Vol. XLII, p. 239, and deduced the 3rd difference formula in Vol. XLI, p. 544. Dr. *J. Karup* also discussed the method exhaustively in the valuable paper on Graduation, which he submitted to the Second International Congress of Actuaries held in London in May 1898, and which appeared in the *Transactions of that Congress*, in German at page 31, and in English at page 78. Those not already familiar with the method are referred to these publications for details, and the matter need not be dealt with further here.

12. It will be observed that u_{12} in the above formulas is the central of twenty-five terms of the series being dealt with; and formula (2) is really a Summation Formula of Graduation in embryo, and is correct up to and including the fifth differential coefficient. It is the central grouped curve of the five that are combined in Formula A^I of my above mentioned "Notes on Summation Formulas of Graduation". Similarly, u_7 above is the central of fifteen terms of the series, and formula (6) is the central grouped curve of the five combined in Formula C^I of the same paper. It is correct up to and including the third differential coefficient.

13. In formula (7) the graduated value is the mean of five values, corrected for the 2nd difference. Similarly, in formula (2) the graduated value is the mean of the same five values corrected for the 2nd and the 4th differences.

14. Formula (7) was employed to reconstruct the British Offices O^M Aggregate Table from the original data. These data consist of the Exposed to Risk, E_x , and the Deaths, Θ_x , at each age, and are to be found on pages 486 and 487 of the volume of "Unadjusted Data" published by the Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries in 1900. The sums of E_x and Θ_x in quinary groups were taken at the age points 11, 16, &c. up to 96, and differenced twice, and the following are the figures:

British Offices OM Aggregate Table.

Exposed to Risk, E_x				
Age	$\sum_x^{x+1} E_x = w_x$	Δw_x	$\Delta^2 w_x$	Age
11	4.683	+ 34.115	+ 161.386	11
16	38.798	+ 195.501	+ 145.859	16
21	234.299	+ 341.360	— 80.854	21
26	575.659	+ 260.506	— 152.733	26
31	836.165	+ 107.773	— 101.227	31
36	943.938	+ 6.546	— 66.646	36
41	950.484	— 60.100	— 50.360	41
46	890.384	— 110.460	— 30.533	46
51	779.924	— 140.993	— 11.471	51
56	638.931	— 152.464	— 539	56
61	486.467	— 153.003	+ 17.530	61
66	333.464	— 135.473	+ 34.601	66
71	197.991	— 100.872	+ 40.264	71
76	97.119	— 60.608	+ 33.620	76
81	36.511	— 26.988	+ 19.008	81
86	9.523	— 7.980	+ 6.552	86
91	1.543	— 1.428	.	91
96	115	.	.	96

Deaths, θ_x

Age	$\sum_x^{x+1} \theta = w_x$	Δw_x	$\Delta^2 w_x$	Age
11	15	+ 139	+ 819	11
16	154	+ 958	+ 1.005	16
21	1.112	+ 1.963	+ 707	21
26	3.075	+ 2.670	— 472	26
31	5.745	+ 2.198	— 64	31
36	7.943	+ 2.134	— 173	36
41	10.077	+ 1.961	+ 113	41
46	12.038	+ 2.074	— 267	46
51	14.112	+ 1.807	— 525	51
56	15.919	+ 1.282	— 812	56
61	17.201	+ 470	— 2.658	61
66	17.671	— 2.188	— 2.025	66
71	15.483	— 4.213	— 781	71
76	11.270	— 4.994	+ 958	76
81	6.276	— 4.036	+ 2.303	81
86	2.240	— 1.733	+ 1.273	86
91	507	— 460	.	91
96	47	.	.	96

15. Formula (7) was then applied to the figures of each section of the above statement, in order to obtain the graduated quinquennial values of E_x and Θ_x for ages 18, 23, &c., up to 93, which is as far as the data treated in this way will permit; and hence the graduated values of q_x at these ages were found by division. It was then assumed that q_x at age 103 is unity, and the value for age 98 was calculated by means of a 3rd difference from the values for ages 83, 88, 93, and 103 by the formula

$$\triangle^3 q_{93} = \frac{1}{4} \{ q_{103} - q_{83} - 4 \triangle q_{83} - 6 \triangle^2 q_{83} \}$$

16. The ages 11, 16, &c. were selected for the points at which to form w_x , so that age 103, at which q_x was to be taken as unity, might be one of the quinquennial points used in the osculatory interpolations. For this reason it will usually be found convenient that the oldest age for w_x shall be seven years younger than the age at which q_x is taken as unity. This age will differ according to the mortality table to be constructed.

17. The following are the resulting graduated quinquennial values of E_x , Θ_x , and q_x ; and $\log q_x$ was made the subject of the osculatory interpolations, because experience shows that logarithms give a smoother final table than do ordinary numbers.

British Offices OM Aggregate Table.

Graduated Quinquennial Values of E_x , Θ_x , and q_x , derived by the formula
 $u_7 = .2 w_5 - .008 \triangle^2 w_0$.

Age	E_x	Θ_x	q_x	Age
18	6468.51	24.25	.0037489	18
23	45692.93	214.36	.0046913	23
28	115778.63	609.34	.0052629	28
33	168454.86	1152.78	.0068433	33
38	189597.42	1589.11	.0083815	38
43	190629.97	2016.78	.0105796	43
48	178479.68	2406.70	.0134844	48
53	156229.06	2824.54	.0180715	53
58	127877.97	3188.00	.0249300	58
63	97297.71	3446.70	.0354243	63
68	66552.56	3555.46	.0534233	68
73	39321.39	3112.80	.0791630	73
78	19101.69	2260.25	.1183272	78
83	7033.24	1247.54	.1773777	83
88	1752.54	429.58	.2451185	88
93	256.18	91.22	.3560778	93
98	.	.	.5833426	98
103	.	.	1.0000000	103

18. The 3rd difference osculatory formula, applied to the values of $\log q_x$ supplies the values for ages 23 to 98 inclusive. To complete the table at the old ages a 4th difference was used, constructed from the values for ages 95, 96, 97, 98, and 103; the formula being

$$\delta^4 u_x = \frac{1}{70} \{ u_{x+8} - u_x - 8 \delta u_x - 28 \delta^2 u_x - 56 \delta^3 u_x \}$$

Here the small letter δ is employed instead of the capital letter Δ , because now yearly and not quinquennial intervals are in question.

19. For the young ages, 23 down to 10, a double process was resorted to. The table was first carried to age 18 by means of the formula used at the old ages, the 4th difference being derived from the values for ages 26, 25, 24, 23, and 18. The values for ages 18 to 10 were then found by a 3rd difference. For ages 10 to 17 the unadjusted values of q_x were taken, and for ages 18, 19, and 20 the adjusted values derived as above: and, to reduce the number of figures, the corresponding values of $\text{colog } p_x$ were extracted. The following is the work in its entirety, the calculations being carried to seven places of decimals.

Age	Colog p_x	$\Sigma \text{colog } p_x$	$\delta \Sigma \text{colog } p_x$ = $\text{colog } p_{x-1}$	$\delta^2 \Sigma \text{colog } p_x$	$\delta^3 \Sigma \text{colog } p_x$
20	00178	0017800	+ 16.900	— 600	+ 329
19	00169	0034700	16.300	— 271	.
18	00163	0051000	16.029	+ 58	.
17	00149	.	16.087	+ 387	.
16	00165	.	16.474	+ 716	.
15	00160	.	17.190	+ 1.045	.
14	00038	.	18.235	+ 1.374	.
13	00060	.	19.609	+ 1.703	.
12	00257	.	21.312	+ 2.032	.
11	00345	.	23.344	.	.
10	00309	0199300	.	.	.

It will be observed that the column of $\text{colog } p_x$ is summed from the top downwards, thus giving the graduated values of $\Sigma \text{colog } p_x$

for ages 20, 19, and 18, and the total ab age 10. four values in all. From these a 3rd difference is derived by the formula

$$\delta^3 u_0 = \frac{1}{120} \{ u_{10} - u_0 - 10 \delta u_0 - 45 \delta^2 u_0 \}$$

and the column $\delta \Sigma \text{ colog } p_x$ completed. This consists of the graduated values of $\text{colog } p_x$ all shifted up one line in the table, so that, for instance, the value 16474 (or .0016474 when the decimal point is replaced) against age 16, is $\text{colog } p_{15}$. The formula secures that the sum of $\text{colog } p_x$ for ages 10 to 18 is the same by the graduated and the ungraduated tables, or in other words that sp_{10} remains unaltered by the graduation.

20. This plan of completing the table at the younger ages has been found to work very well in practice, but other plans based up on similar principles could be devised, some of which would give equally good results. Moreover, the formula would have to be varied to meet different conditions. According to the final age of the table at which q_x is unity, there may be any number of terms from seven to eleven to be supplied at the beginning. The following are the formulas for all the possible cases:

$$7 \text{ terms, } \delta^3 u_0 = \frac{1}{84} \{ u_9 - u_0 - 9 \delta u_0 - 36 \delta^2 u_0 \}$$

$$8 \text{ terms, } \delta^3 u_0 = \frac{1}{120} \{ u_{10} - u_0 - 10 \delta u_0 - 45 \delta^2 u_0 \}$$

$$9 \text{ terms, } \delta^3 u_0 = \frac{1}{165} \{ u_{11} - u_0 - 11 \delta u_0 - 55 \delta^2 u_0 \}$$

$$10 \text{ terms, } \delta^3 u_0 = \frac{1}{220} \{ u_{12} - u_0 - 12 \delta u_0 - 66 \delta^2 u_0 \}$$

$$11 \text{ terms, } \delta^3 u_0 = \frac{1}{286} \{ u_{13} - u_0 - 13 \delta u_0 - 78 \delta^2 u_0 \}$$

After all, it does not much matter how the table is completed at the two ends, so long as we have smooth curves, joining on without break to the rest of the table, and which reproduce the actual deaths without an unreasonable amount of deviation. At each end the observations are always scanty, and not entitled to much confidence. The necessity of completing the ends of the table arises

also when summation and other formulas of graduation are used, and is not confined to the new method of construction.

21. In Table I of the Appendix, q_x of the O^M Table thus constructed and graduated is given in full, and columns have been added to show the smoothness of the graduation, and the close adherence of the table to the original facts. The column of the 3rd differences of q_x runs with almost phenomenal regularity, and the columns of deviations (Expected Deaths—Actual Deaths) and accumulated deviations show that in each small section of the table the actual deaths are accurately reproduced. The roughnesses of the original facts have been removed entirely, and at the same time the law of the table has not been departed from. This result has been achieved with a minimum of labour, and it has not been necessary even to calculate the ungraduated values of q_x .

22. The new method is applicable to the *graduation* of mortality tables as distinguished from their *construction*, and an illustration of graduation pure and simple is given in Table II of the appendix, where a new graduation of the O^M Table is submitted. In every respect the process of graduation is the same as that of construction, except that, instead of operating on E_x and Θ_x separately in order to find graduated quinquennial values of q_x , we use $\log(q_x + 1)$ taken from the unadjusted values of q_x . $\log(q_x + 1)$ is employed instead of $\log q_x$, because at a few ages the rough q_x is zero, and its logarithm would be negatively infinite; but the function $\log(q_x + 1)$ is so very convenient in other respects that it may well be used, no matter what graduation formula be adopted. Except at age 103 the characteristic of $\log(q_x + 1)$ is -1 throughout the whole table, and may therefore be ignored; and the mantissas of the successive logarithms keep much closed to each other than in the case of $\log q_x$. That is, the curve of the unadjusted $\log(q_x + 1)$ is, to begin with, of much more easy gradients than that of $\log q_x$, and therefore more amenable to interpolation and graduation. Using then $\log(q_x + 1)$ as the fundamental function, Table II of the appendix was calculated, and completed at the ends, by exactly the same methods as Table I, and there is no need to repeat the explanation.

23. Tables I and II of the appendix are practically identical, and show that the new method is worthy of confidence.

24. The application of the new method to the construction of mortality tables based on population statistics is illustrated in Table III

of the appendix, but a short explanation of the nature of the data as available in the United Kingdom and of the processes of construction may be useful.

25. In the United Kingdom censuses are taken decennially, and it has been the custom of the Registrar General for many years past to prepare and publish mortality tables based upon the results. The first two tables were constructed as regards the population from the census of 1841 alone, and, as regards the deaths, English Life Table No. 1 was based on the deaths recorded in the single year 1841, and No. 2 on those of the seven years 1838 to 1844. For English Life Table No. 3 the censuses of both 1841 and 1851 were involved, and the deaths recorded in the seventeen years 1838 to 1854 inclusive. English Life Table No. 4 had for basis the censuses of 1871 and 1881 and the deaths of the ten years 1871 to 1880 inclusive; No. 5 the censuses of 1881 and 1891 and the deaths of 1881 to 1890; and No. 6 the censuses of 1891 and 1901, and the deaths of 1891 to 1900. In the case of each of the last three tables it was necessary to compute the "Mean Population" of ten years, and the method of doing so was explained by the present author in the *Journal of the Institute of Actuaries* Vol. XLII, p. 259.

26. The mean population and the deaths are published by the Registrar General not for each year of age, but for certain age groups. He uses his own notation, but it is better to employ the symbols of the Institute (now the Universal) scheme. There they are applied to a mortality table representing a stationary population, but, without risk of confusion their meaning may be extended to include the fluctuating populations now in question. In this notation we have

L_x = Mean Population between ages x and $x+1$

d_x = Deaths recorded between ages x and $x+1$

T_x = Total Population aged x and upwards

l_x = Total Deaths aged x and upwards

$T_{x:n} = T_x - T_{x+n}$ = Population aged x to $x+n$

$l_{x:n} = l_x - l_{x+n}$ = Deaths aged x to $x+n$

27. To illustrate this paper English Life Table No. 6 has been selected. It is the last which has yet appeared, and the following are the official data.

Data. English Life Table No. 6. — Males.

Ages	Interval n	Mean Population		Deaths in 10 years	
		In Interval $T_x \bar{n}$	Total x & over T_x	In Interval $l_x \bar{n}$	Total x & over l_x
0 to 5	5	1,809.572	14,833.198	1,134.786	2,865.226
5 „ 10	5	1,716.048	13,023.626	73.950	1,730.440
10 „ 15	5	1,640.058	11,307.578	40.154	1,656.490
15 „ 20	5	1,531.756	9,667.520	58.043	1,616.336
20 „ 25	5	1,351.555	8,135.764	68.384	1,558.293
25 „ 35	10	2,272.493	6,784.209	153.545	1,489.909
35 „ 45	10	1,759.309	4,511.716	202.280	1,336.364
45 „ 55	10	1,286.406	2,752.407	243.724	1,134.084
55 „ 65	10	833.879	1,466.001	291.430	890.360
65 „ 75	10	460.434	632.122	324.081	598.930
75 „ 85	10	154.651	171.688	225.973	274.849
85 „ 95	10	16.653	17.037	47.813	48.876
95 and over	∞	384	384	1.063	1.063

28. In the above table the intervals are quinquennial as for as age 25, but beyond that age they are decennial, and must be bisected. This can be done effectively and conveniently up to the interval 85 to 95 by means of a 3rd difference taken centrally. For instance, to find T_x and l_x for age 30, the values given in the table for ages 15, 25, 35, and 45 may be used, and the formula is

$$u_x = u_{x-1\frac{1}{2}} + 1\cdot5 \triangle u_{x-1\frac{1}{2}} + \cdot375 \triangle^2 u_{x-1\frac{1}{2}} - \cdot0625 \triangle^3 u_{x-1\frac{1}{2}}$$

29. There are not two decennial values of the functions beyond age 95, and another process must be followed to find T_{100} and l_{100} . We have already the values for ages 85, 90, and 95, and it may be assumed that both T_{105} and l_{105} are equal to unity. Thence the values for age 100 may be obtained by a 3rd difference by the formula

$$\triangle^3 u_{85} = \frac{1}{4} \{ u_{105} - u_{85} - 4 \triangle u_{85} - 6 \triangle^2 u_{85} \}$$

The following are the figures thus completed and ready for use.

English Life Table No. 6. — Males.

Data completed for quinquennial intervals.

Age Interval	Population		Deaths in 10 Years	
	In Interval $T_{x\overline{5}}$	Total, x and over T_x	In Interval $10 l_{x\overline{5}}$	Total, x and over $10 l_x$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0 to 5	1,809.572	14,833.198	1,134.786	2,865.226
5 " 10	1,716.048	13,023.626	73.950	1,730.440
10 " 15	1,640.058	11,307.578	40.154	1,656.490
15 " 20	1,531.756	9,667.520	58.043	1,616.336
20 " 25	1,351.555	8,135.764	68.384	1,558.293
25 " 30	1,203.088	6,784.209	71.549	1,489.909
30 " 35	1,069.405	5,581.121	81.996	1,418.360
35 " 40	938.549	4,511.716	94.997	1,336.364
40 " 45	820.760	3,573.167	107.283	1,241.367
45 " 50	699.627	2,752.407	114.525	1,134.084
50 " 55	586.779	2,052.780	129.199	1,019.559
55 " 60	461.967	1,466.001	135.188	890.360
60 " 65	371.912	1,004.034	156.242	755.172
65 " 70	271.006	632.122	158.022	598.930
70 " 75	189.428	361.116	166.059	440.908
75 " 80	108.501	171.688	134.612	274.849
80 " 85	46.150	63.187	91.361	140.237
85 " 90	13.826	17.037	40.214	48.876
90 " 95	2.827	3.211	7.599	8.662
95 " 100	357	384	957	1,063
100 " 105	26	27	96	106
105 & over	1	1	10	10

30. In columns (2) and (4) of the above table $T_{x\overline{5}}$ and $l_{x\overline{5}}$ are the w_x of paragraph 6 above, and either of the formulas (4a) or (7) can be at once applied to them without the trouble of preparing them in any way. The result is to give L_x and d_x , and by division m_x , the central death rate, at quinquennial points of age; and the rate of mortality q_x , is derived by the relation $q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x}$.

31. This method in the case of the English Life Table No. 6 gives consistent results from age 12 to age 87, but beyond age 87

anomalies occur, and at ages 92 and 97 the values of m_x come out too small, and have a tendency to decrease with the age. To remedy this, the data must be used in another way. We have as facts the values of q_x at ages 72, 77, 82, and 87, and we may assume not unreasonably that at age 105 q_x is unity. From these we form a 4th difference to find specially the values of q_x at ages 92, 97, and 102. The formula is thus derived,

$$q_{105} = q_{72} + 6.6 \triangle q_{72} + 18.48 \triangle^2 q_{72} + 28.336 \triangle^3 q_{72} + 25.5024 \triangle^4 q_{72}$$

whence

$$\triangle^4 q_{72} = \frac{1}{25.5024} \{ q_{105} - q_{72} - 6.6 \triangle q_{72} - 18.48 \triangle^2 q_{72} - 28.336 \triangle^3 q_{72} \}$$

32. Having thus q_x at quinquennial points from age 12 to age 102 inclusive, the remaining values from age 17 to age 97 inclusive were interpolated by the 3rd difference osculatory formula, the function $\log(q_x + 1)$ being used, and the two ends of the table were completed by formulas of finite differences of which it is not necessary to give the details here. They will be found in the Journal of the Institute of Actuaries Vol. XLIII, pp. 132 and 133.

33. Table III of the appendix gives the results of the construction and the column of the 3rd differences of q_x shows that the graduation is very smooth. The table also no doubt interprets the original data with great fidelity, but at the old ages it is not to be relied on because the data themselves are very defective. Serious misstatements of age are made, both when deaths are registered and when the censuses are taken. This defect unfortunately is inherent in all mortality tables based on general statistics, and its effect is to underestimate the mortality at all ages above about 75 or 80. There can be no doubt that the rates of mortality at the old ages actually prevailing among the community are higher than those shown by the table.

34. As pointed out in paragraph 13 above, the graduated quinquennial value produced by either of the formulas (4) or (7) is the mean of five values corrected for the differences. It might therefore be feared that the foundation would prove narrow on which to erect the mortality table, and that, at any rate when the observations are scanty, the table so derived would be unsatisfactory. The author, however, believes that even with observations much limited in number,

the new method will give as good results as any other, and with much less labour: and that only when the facts are so few and rough as not to be capable of graduation by any method will the new method break down. Many trials were made on the British Government Female Annuitants' Table of 1883, and the results of some of these are given in the authors' papers referred to above. That table is very difficult to deal with, partly because of the paucity of the data below age 50. and partly no doubt because of the effects of the selection exercised by the purchasers of the annuities. Nevertheless the new method gives very good results. But, since the last of the papers was read at the Institute of Actuaries, the author has worked out a further development of the method which, with only a small amount of additional labour, will give a broader basis for the mortality table, and, it is hoped, will remove the doubts of those who think the objection has weight. That development has not been published up to the time of writing this communication; but the Editor of the Journal of the Institute of Actuaries has kindly promised to find space for it in the April number, so that it will be available before the Congress meets. A few words explaining it will bring this communication to a suitable close.

35. The development consists in duplicating formula (7), by first finding graduated quinquennial values of w_x , from which to find the graduated quinquennial values of u_x , where u_x represents E_x , or Θ_x or $\log(q_x + 1)$ as the case may be. The unadjusted column of u_x is summed in groups of five for each year of age, and the quinary sum is placed against the youngest age in the group. We thus have a complete column of w_x for every value of x . Formula (7) is then applied to this column, and produces graduated quinquennial values of w_x , to which the formula is applied a second time to produce the graduated quinquennial values of u_x .

36. If we represent the final graduated quinquennial value by (u) , it will be found to be the central of twenty-nine terms of the series of u_x ; and if we write u_0 for the corresponding central ungraduated term, and γ_h for $(u_{-h} + u_{+h})$, we shall have

$$\begin{aligned} 5^6(u) = & 3655 u_0 + 2870 \gamma_1 + 2085 \gamma_2 + 1300 \gamma_3 + 515 \gamma_4 \\ & - 270 \gamma_5 - 215 \gamma_6 - 160 \gamma_7 - 105 \gamma_8 - 50 \gamma_9 \\ & + 5 \gamma_{10} + 4 \gamma_{11} + 3 \gamma_{12} + 2 \gamma_{13} + \gamma_{14}. \end{aligned}$$

37. This formula is correct up to and including the third differential coefficient. It gives principal weight to the nine values of the

function nearest the centre, and includes the correction for the 2nd difference; and probably, therefore, it will produce on the whole results more absolutely certain than either of the formulas (4) and (7). Seeing, however, that it extends over twenty-nine terms of the table, it cannot be used for the first and the last of the graduated quinquennial values of u_x , and formula (7) must be employed for these.

38. It has not been deemed necessary in this communication to give any examples of the duplication of the formula. Suffice it to say that in the case of the British Government Female Annuitants, formula (7) taken by itself, and the same formula duplicated, give results which are very much alike; but that the duplication seems to produce a final table of even greater smoothness while the close conformity to the original facts is not lost. Formula (7) by itself, however, has given excellent results in all the cases to which it has been applied by the author.

Appendix.

Table I.

British Offices OM Aggregate Table.

Constructed by the new method, from the Exposed to Risk and the Deaths,
without calculating the unadjusted values of q_x .

Age	q_x	$\Delta^3 q_x \times 10^5$	Expected Deaths	Deviation	Accumulated Deviation	Age
10	.00535	.	1.5	— .5	— .5	10
1	.00489	+ 2	1.9	— 1.1	— 1.6	1
2	.00450	— 2	2.3	— .7	— 2.3	2
3	.00418	.	3.1	+ 2.1	— .2	3
4	.00395	.	4.6	+ 3.6	+ 3.4	4
15	.00379	+ 2	7.2	+ .2	+ 3.6	15
6	.00370	— 3	10.7	— .3	+ 3.3	6
7	.00368	+ 1	16.1	+ 1.1	+ 4.4	7
8	.00375	— 5	25.2	— .8	+ 3.6	8
9	.00388	— 3	38.5	+ .5	+ 4.1	9
20	.00408	— 2	60.6	— 3.4	+ .7	20
1	.00430	— 2	101.0	+ 5.0	+ 5.7	1
2	.00451	+ 2	151.2	+ 7.2	+ 12.9	2
3	.00469	+ 1	212.3	+ 21.3	+ 34.2	3
4	.00482	+ 4	282.9	— 28.1	+ 6.1	4
25	.00492	+ 4	360.6	— 9.4	— 3.3	25
6	.00500	+ 2	439.2	+ 36.2	+ 32.9	6
7	.00510	— 2	521.1	+ 11.1	+ 44.0	7
8	.00526	— 2	608.1	+ .1	+ 44.1	8
9	.00550	— 2	707.7	— 16.3	+ 27.8	9
30	.00580	— 4	820.0	— 10.0	+ 17.8	30
1	.00614	— 1	929.7	+ 28.7	+ 46.5	1
2	.00650	+ 1	1043.3	+ 5.3	+ 51.8	2
3	.00684	+ 2	1153.0	+ 26.0	+ 77.8	3
4	.00715	+ 2	1252.0	— 54.0	+ 23.8	4
35	.00744	+ 1	1343.5	— 29.5	— 5.7	35
6	.00773	+ 1	1427.3	— 9.7	— 15.4	6
7	.00804	.	1506.2	— 45.8	— 61.2	7
8	.00838	— 2	1585.8	— 15.2	— 76.4	8
9	.00876	+ 1	1670.5	+ 76.5	+ .1	9
40	.00918	— 1	1762.7	+ 3.7	+ 3.8	40
1	.00962	.	1845.9	+ 11.9	+ 15.7	1
2	.01009	.	1932.7	— 10.3	+ 5.4	2
3	.01058	+ 2	2015.1	— 33.9	— 28.5	3
4	.01109	.	2098.7	— 47.3	— 75.8	4
45	.01162	+ 3	2177.0	+ 72.0	— 3.8	45
6	.01219	+ 1	2254.6	+ 10.6	+ 6.8	6
7	.01280	.	2328.4	+ 84.4	+ 91.2	7
8	.01348	.	2405.7	— 66.3	+ 24.9	8
9	.01424	.	2483.0	+ 22.0	+ 46.9	9
50	.01508	— 1	2574.0	— 43.0	+ 3.9	50
1	.01600	+ 2	2656.4	+ 54.4	+ 58.3	1
2	.01700	.	2744.2	+ 18.2	+ 76.5	2
3	.01807	+ 2	2823.2	— 3.8	+ 72.7	3
4	.01923	+ 1	2900.5	+ 2.5	+ 75.2	4
55	.02048	+ 1	2977.9	— 81.1	— 5.9	55
6	.02184	.	3051.9	— 47.1	— 53.0	6
7	.02332	+ 1	3115.5	— 13.5	— 66.5	7
8	.02493	+ 3	3181.2	+ 136.2	+ 69.7	8
9	.02667	+ 6	3251.3	— 10.7	+ 59.0	9

Appendix.

Table I Continued.

British Offices OM Aggregate Table.

Constructed by the new method, from the Exposed to Risk and the Deaths,
without calculating the unadjusted values of q_x .

Age	q_x	$\Delta^3 q_x \times 10^5$	Expected Deaths	Deviation	Accumulated Deviation	Age
60	'02855	+ 3	3314.0	- 70.0	- 11.0	60
1	'03060	+ 10	3360.9	+ 63.9	+ 52.9	1
2	'03288	+ 3	3405.2	+ 21.2	+ 74.1	2
3	'03542	- 3	3444.9	+ 31.9	+106.0	3
4	'03832	- 5	3490.7	-124.3	- 18.3	4
65	'04161	- 7	3525.2	+ 33.2	+ 14.9	65
6	'04526	- 1	3559.7	- 20.3	- 5.4	6
7	'04922	+ 6	3570.8	+ 47.8	+ 42.4	7
8	'05342	+ 8	3557.4	-107.6	- 65.2	8
9	'05785	+ 3	3507.7	+ 90.7	+ 25.5	9
70	'06257	+ 12	3443.7	- 42.3	- 16.8	70
1	'06766	+ 5	3351.7	+ 54.7	+ 37.9	1
2	'07315	+ 1	3240.5	- 54.5	- 16.6	2
3	'07916	+ 5	3114.8	+ 27.8	+ 11.2	3
4	'08574	+ 4	2966.2	- 18.8	- 7.6	4
75	'09290	+ 5	2806.6	- 12.4	- 20.0	75
6	'10069	+ 22	2637.3	- 7	- 20.7	6
7	'10915	+ 13	2445.7	+ 8.7	- 12.0	7
8	'11833	- 17	2258.0	+ 15.0	+ 3.0	8
9	'12845	- 29	2063.9	+ 3.9	+ 6.9	9
80	'13964	- 36	1867.0	- 25.0	- 18.1	80
1	'15173	- 51	1660.2	+ 3.2	- 14.9	1
2	'16443	+ 8	1446.5	+ 15.5	+ 6	2
3	'17738	+ 53	1247.7	+ 23.7	+ 24.3	3
4	'19007	+ 68	1051.3	- 61.7	- 37.4	4
85	'20258	+ 87	852.3	+ 1.3	- 36.1	85
6	'21544	- 3	691.8	+ 28.8	- 7.3	6
7	'22933	- 35	555.2	- 10.8	- 18.1	7
8	'24512	+ 65	434.6	- 21.4	- 39.5	8
9	'26278	+ 84	330.8	+ 1.8	- 37.7	9
90	'28196	+ 104	242.2	+ 16.2	- 21.5	90
1	'30331	+ 120	180.8	+ 14.8	- 6.7	1
2	'32767	+ 48	139.3	+ 1.3	- 5.4	2
3	'35608	+ 27	95.8	- 5.2	- 10.6	3
4	'38974	+ 5	62.4	+ 1.4	- 9.2	4
95	'42913	- 11	39.9	- 1.1	- 10.3	95
6	'47452	+ 24	24.7	+ 10.7	+ 4	6
7	'52596	+ 94	18.9	+ 1.9	+ 2.3	7
8	'58334	+ 190	11.1	- .9	+ 1.4	8
9	'64690	+ 349	3.2	+ 1.2	+ 2.6	9
100	'71758	+ 579	2.2	+ .2	+ 2.8	100
1	'79728	.	.8	+ .8	+ 3.6	1
2	'88949	.	.9	+ .9	+ 4.5	2
3	1.00000	.	1.0	.0	+ 4.5	3

Appendix.

Table II.

British Offices OM Aggregate Table.

Graduation of the Unadjusted Values of q_x by the new method.

Age	q_x	$\Delta^2 q_x \times 10^5$	Expected Deaths	Deviation	Accumulated Deviation	Age
10	'00514	+ 2	1'4	- '6	- '6	10
1	'00478	+ 2	1'8	- 1'2	- 1'8	1
2	'00446	- 4	2'3	- '7	- 2'5	2
3	'00420	+ 1	3'1	+ 2'1	- '4	3
4	'00402	+ 2	4'6	+ 3'6	+ 3'2	4
15	'00388	- 1	7'4	+ '4	+ 3'6	15
6	'00379	- 1	11'0	.	+ 3'6	6
7	'00377	+ 2	16'5	+ 1'5	+ 5'1	7
8	'00381	- 4	25'6	- '4	+ 4'7	8
9	'00390	- 3	38'7	+ '7	+ 5'4	9
20	'00406	- 4	60'3	- 3'7	+ 1'7	20
1	'00425	+ 1	99'9	+ 3'9	+ 5'6	1
2	'00444	+ 1	148'9	+ 4'9	+ 10'5	2
3	'00459	+ 3	207'8	+ 16'8	+ 27'3	3
4	'00471	+ 1	276'5	- 34'5	- 7'2	4
25	'00481	+ 3	352'6	- 17'4	- 24'6	25
6	'00492	+ 3	432'2	+ 29'2	+ 4'6	6
7	'00505	- 3	516'0	+ 6'0	+ 10'6	7
8	'00523	- 1	604'6	- 3'4	+ 7'2	8
9	'00549	- 4	706'4	- 17'6	- 10'4	9
30	'00580	- 2	820'0	- 10'0	- 20'4	30
1	'00615	.	931'2	+ 30'2	+ 9'8	1
2	'00650	.	1043'3	+ 5'3	+ 15'1	2
3	'00683	+ 2	1151'3	+ 24'3	+ 39'4	3
4	'00714	+ 2	1250'2	- 55'8	- 16'4	4
35	'00743	+ 2	1341'7	- 31'3	- 47'7	35
6	'00772	.	1425'5	- 11'5	- 59'2	6
7	'00803	- 2	1504'3	- 47'7	- 106'9	7
8	'00838	+ 1	1585'8	- 15'2	- 122'1	8
9	'00877	.	1672'4	+ 78'4	- 43'7	9
40	'00918	- 1	1762'7	+ 3'7	- 40'0	40
1	'00962	.	1845'9	+ 11'9	- 28'1	1
2	'01009	- 1	1932'7	- 10'3	- 38'4	2
3	'01058	+ 3	2015'1	- 33'9	- 72'3	3
4	'01109	+ 1	2098'7	- 47'3	- 119'6	4
45	'01161	+ 4	2175'1	+ 70'1	- 49'5	45
6	'01217	- 1	2250'9	+ 6'9	- 42'6	6
7	'01278	- 2	2324'8	+ 80'8	+ 38'2	7
8	'01348	+ 1	2405'7	- 66'3	- 28'1	8
9	'01426	+ 1	2486'5	+ 25'5	- 2'6	9
50	'01510	+ 2	2577'4	- 39'6	- 42'2	50
1	'01601	- 3	2658'1	+ 56'1	+ 13'9	1
2	'01700	+ 1	2744'2	+ 18'2	+ 32'1	2
3	'01809	+ 2	2826'3	- '7	+ 31'4	3
4	'01925	+ 3	2903'5	+ 5'5	+ 36'9	4
55	'02049	+ 2	2979'4	- 79'6	- 42'7	55
6	'02183	- 2	3050'5	- 48'5	- 91'2	6
7	'02330	- 2	3112'8	- 16'2	- 107'4	7
8	'02492	+ 6	3179'9	+ 134'9	+ 27'5	8
9	'02667	+ 8	3251'3	- 10'7	+ 16'8	9

Appendix.

Table II Continued.

British Offices OM Aggregate Table.

Graduation of the Unadjusted Values of q_x by the new method.

Age	q_x	$\Delta^3 q_x \times 10^5$	Expected Deaths	Deviation	Accumulated Deviation	Age
60	'02853	+ 7	3311.7	- 72.3	- 55.5	60
1	'03056	+ 4	3356.5	+ 59.5	+ 4.0	1
2	'03284	- 1	3401.0	+ 17.0	+ 21.0	2
3	'03544	- 3	3446.8	+ 33.8	+ 54.8	3
4	'03840	- 3	3498.0	- 117.0	- 62.2	4
65	'04171	- 3	3533.7	+ 41.7	- 20.5	65
6	'04534	- 1	3566.0	- 14.0	- 34.5	6
7	'04926	+ 4	3573.7	+ 50.7	+ 16.2	7
8	'05344	+ 8	3558.7	- 106.3	- 90.1	8
9	'05787	+ 7	3508.9	+ 91.9	+ 1.8	9
70	'06259	+ 7	3444.8	- 41.2	- 39.4	70
1	'06768	+ 7	3352.7	+ 55.7	+ 16.3	1
2	'07321	- 2	3243.2	- 51.8	- 35.5	2
3	'07925	+ 7	3118.3	+ 31.3	- 4.2	3
4	'08587	+ 4	2970.7	- 14.3	- 18.5	4
75	'09305	+ 5	2811.1	- 7.9	- 26.4	75
6	'10086	+ 33	2641.7	+ 3.7	- 22.7	6
7	'10934	+ 10	2450.0	+ 13.0	- 9.7	7
8	'11854	- 30	2262.0	+ 19.0	+ 9.3	8
9	'12879	- 38	2069.4	+ 9.4	+ 18.7	9
80	'14019	- 51	1874.3	- 17.7	+ 1.0	80
1	'15244	- 55	1668.0	+ 11.0	+ 12.0	1
2	'16516	+ 22	1452.9	+ 21.9	+ 33.9	2
3	'17784	+ 75	1250.9	+ 26.9	+ 60.8	3
4	'18993	+ 85	1050.5	- 62.5	- 1.7	4
85	'20165	+ 105	848.3	- 2.7	- 4.4	85
6	'21375	+ 18	686.4	+ 23.4	+ 19.0	6
7	'22708	- 37	549.8	- 16.2	+ 2.8	7
8	'24269	+ 36	430.3	- 25.7	- 22.9	8
9	'26076	+ 48	328.3	- 7	- 23.6	9
90	'28092	+ 50	241.3	+ 15.3	- 8.3	90
1	'30353	+ 37	180.9	+ 14.9	+ 6.6	1
2	'32907	+ 40	139.9	+ 1.9	+ 8.5	2
3	'35804	+ 79	96.3	- 4.7	+ 3.8	3
4	'39081	+ 94	62.5	+ 1.5	+ 5.3	4
95	'42778	+ 112	39.8	- 1.2	+ 4.1	95
6	'46974	+ 129	24.4	+ 10.4	+ 14.5	6
7	'51763	+ 131	18.6	+ 1.6	+ 16.1	7
8	'57257	+ 145	10.9	- 1.1	+ 15.0	8
9	'63585	+ 146	3.2	+ 1.2	+ 16.2	9
100	'70878	+ 145	2.1	+ .1	+ 16.3	100
1	'79281	.	.8	+ .8	+ 17.1	1
2	'88940	.	.9	+ .9	+ 18.0	2
3	1.00000	.	1.0	.	+ 18.0	3

Appendix.

Table III.

English Life Table No. 6.—Males.

By the new method, by means of graduated quinquennial values q_x .

Age	q_x	$\sum^3 q_x \times 10^5$	Age	q_x	$\sum^3 q_x \times 10^5$
5	'00503	— 4	55	'02558	+ 8
6	'00398	— 4	6	'02706	— 6
7	'00321	— 2	7	'02880	— 7
8	'00268	— 3	8	'03088	— 6
9	'00235	— 3	9	'03324	— 10
10	'00220	— 3	60	'03581	— 10
1	'00220	— 1	1	'03853	+ 4
2	'00232	— 5	2	'04130	+ 20
3	'00253	— 2	3	'04402	+ 17
4	'00282	— 2	4	'04673	+ 22
15	'00314	— 3	65	'04963	+ 19
6	'00347	+ 3	6	'05289	— 7
7	'00379	.	7	'05673	— 18
8	'00407	.	8	'06134	— 23
9	'00434	— 2	9	'06665	— 25
20	'00460	— 1	70	'07248	— 31
1	'00485	+ 1	1	'07860	+ 13
2	'00507	+ 1	2	'08476	+ 49
3	'00525	+ 5	3	'09065	+ 53
4	'00540	+ 3	4	'09640	+ 62
25	'00553	.	75	'10250	+ 62
6	'00569	— 3	6	'10948	— 13
7	'00591	+ 1	7	'11796	— 50
8	'00619	— 1	8	'12856	— 65
9	'00650	— 1	9	'14115	— 83
30	'00685	+ 1	80	'15523	— 14
1	'00723	+ 1	1	'17015	+ 54
2	'00763	— 1	2	'18508	+ 7
3	'00806	— 1	3	'19988	+ 12
4	'00853	— 1	4	'21509	+ 13
35	'00903	+ 1	85	'23078	— 28
6	'00955	.	6	'24707	— 12
7	'01008	+ 1	7	'26409	+ 51
8	'01063	— 3	8	'28156	+ 57
9	'01120	+ 1	9	'29936	+ 65
40	'01180	— 3	90	'31800	— 2
1	'01240	— 1	1	'33805	— 25
2	'01301	+ 6	2	'36016	+ 62
3	'01360	+ 4	3	'38431	+ 74
4	'01416	+ 6	4	'41025	+ 88
45	'01475	+ 2	95	'43830	+ 39
6	'01541	— 3	6	'47010	+ 46
7	'01620	— 2	7	'50563	+ 54
8	'01714	— 5	8	'54558	+ 64
9	'01820	— 1	9	'59041	+ 74
50	'01936	— 6	100	'64066	+ 90
1	'02057	+ 1	1	'69697	+ 105
2	'02182	+ 10	2	'76008	+ 124
3	'02305	+ 8	3	'83089	.
4	'02427	+ 9	4	'91045	.
			5	1'00000	.

Über eine neue Methode der Konstruktion und Ausgleichung von Sterblichkeitstafeln.

Von **George King**, F. I. A. F. F. A. London.

1. Der Autor hat kürzlich dem Institute of Actuaries in London eine Serie von vier Arbeiten vorgelegt, die sich mit den Sterblichkeitstafeln von verschiedenen Gesichtspunkten aus befassen und eine neue Methode der Konstruktion und Ausgleichung dieser Tafeln enthalten. Diese Arbeiten sind im Journal of the Institute of Actuaries erschienen und zwar eine Arbeit „Über den Fehler, welcher durch die mechanischen Ausgleichungsoperationen in die Sterblichkeitstafeln eingeführt wird“, (Bd. XLI, S. 54), weiters „Bemerkungen über die mechanische Ausgleichung und einige neue Formeln“ (Bd. XLI, S. 530), „Die Herstellung von Sterblichkeitstafeln auf Grund der Volkszählung und Sterbematriken“ (Bd. XLII, S. 225) und „Über eine neue Methode zur Ableitung und Ausgleichung von Sterblichkeits- und anderen Tafeln“ (Bd. XLIII, S. 109).

2. Ursprünglich war das Ziel des Autors das Auffinden einer verlässlichen Methode zur Ableitung der Sterblichkeitstafeln aus Volksstatistiken, doch erscheinen die Resultate von einem viel allgemeineren Nutzen, weshalb in der vorliegenden Abhandlung dem Kongresse eine Übersicht dieser Arbeiten geboten wird.

3. Es soll zunächst die Ausgleichungsmethode mitgeteilt und sodann an einigen Beispielen erläutert werden.

4. Die gegebene Funktion bestehe in einer Serie von aufeinanderfolgenden Werten von u_x . Der Vorgang bei der neuen Ausgleichungsmethode ist: erstens ausgeglichene Werte von u von fünf zu fünf Intervallen zu finden und sodann die Zwischenwerte durch oskulierende Interpolation zu bestimmen.

5. Es sei

$$u_x = \sum_{x}^{\infty} u, \quad u_x = y_{x+1} - y_x,$$

es seien des weiteren $\triangle y$, $\triangle^2 y$ und so weiter die Differenzen der y für Fünferintervalle, so daß $\triangle y_x = y_{x+5} - y_x$ und so weiter ist,

Die gewöhnliche Interpolationsformel gibt:

$$y_{13} = y_0 + 13 \frac{\triangle y_0}{5} + 52 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 52 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 26 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 36 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

$$y_{12} = y_0 + 12 \frac{\triangle y_0}{5} + 42 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 28 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 21 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 33 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

demnach

$$(1) \quad u_{12} = \frac{\triangle y_0}{5} + 10 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

6. Die ersten Differenzen von y für ein Intervall von fünf sind gleich den Summen von fünf aufeinanderfolgenden Werten von u : und zwar ist

$$\triangle y_0 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

$$\triangle y_5 = u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$$

und so weiter. Es erscheint nützlich, diese Fünfer-Gruppen als unabhängige Funktionen zu behandeln und zu schreiben $\triangle y_0 = w_0$, $\triangle y_5 = w_5$ und so weiter, sodaß $\triangle^2 y_0 = \triangle w_0$, $\triangle^3 y_0 = \triangle^2 w_0$ und so weiter wird. In dieser Bezeichnung werden aus der Gleichung (1) die Gleichungen (2), (3) und (4).

$$(2) \quad u_{12} = \frac{w_0}{5} + 10 \frac{\triangle w_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^2 w_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^3 w_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^4 w_0}{5^5}$$

$$(3) \quad u_{12} = \cdot 2 w_0 + \cdot 4 \triangle w_0 + \cdot 192 \triangle^2 w_0 - \cdot 008 \triangle^3 w_0 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0$$

$$(4) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0$$

7. Mit einer fast unmerklichen Ungenauigkeit kann man für 000896 als Koeffizient des letzten Gliedes in der Gleichung (4) 0·0009 setzen, so erhält man

$$(4a) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 0009 \triangle^4 w_0$$

8. Die Gleichung (4a) ermöglicht die Berechnung der gesuchten ausgeglichenen Werte der Funktion u in den Abständen von je fünf mit der größten Leichtigkeit. Die numerischen Koeffizienten der drei Glieder können leicht im Kopfe behalten und verwendet werden, auch eignen sie sich sehr gut bei Anwendung eines Arithometers oder einer ähnlichen Rechenmaschine. Um die Formel anzuwenden, werden die Beobachtungszahlen von einem entsprechendem Ausgangspunkte an von fünf zu fünf summiert und viermal die Differenzen gebildet. Durch einen sehr kurzen Rechenprozeß erhält man sodann die ausgeglichenen Werte der u für Fünferintervalle. Es gibt fünf mögliche Ausgangspunkte für die Berechnung der w und man wählt denjenigen, welcher für die gegebene Tafel am meisten konvenierend erscheint. Ein jeder dieser Ausgangspunkte gibt eine separate Kurve, doch fallen alle fünf möglichen Kurven in ihrer ganzen Ausdehnung sehr nahe aneinander und eine jede gibt eine sehr glatte Ausgleichung und reproduziert die wirklichen Todesfälle mit großer Treue.

9. In den Gleichungen (4) und (4a) wurden vier Differenzen benutzt, doch wird durch diese außerordentliche Genauigkeit nicht viel gewonnen. In der Mehrzahl der Fälle genügen zwei Differenzen. Um die Formel für nur zwei Differenzen von w abzuleiten, haben wir

$$\begin{aligned}
 y_8 &= y_0 + 8 \frac{\triangle y_0}{5} + 12 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - 8 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} \\
 y_7 &= y_0 + 7 \frac{\triangle y_0}{5} + 7 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - 7 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} \\
 (5) \quad u_7 &= \frac{\triangle y_0}{5} + 5 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} - \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} \\
 (6) \quad u_7 &= \frac{w_0}{5} + 5 \frac{\triangle w_0}{5^2} - \frac{\triangle^2 w_0}{5^3} \\
 (7) \quad u_7 &= \cdot 2 w_5 - \cdot 008 \triangle^2 w_0 \\
 (7a) \quad 5 u_7 &= w_5 - \cdot 04 \triangle^2 w_0.
 \end{aligned}$$

10. Nichts ist leichter als die numerische Rechnung nach den Formeln (7) oder (7a) und die Genauigkeit der Resultate ist geradezu bemerkenswert. Es kann wirklich nur wenig gewonnen werden, wenn die längere Formel (4a) verwendet wird, weil die kurze alles liefert, was man in der Praxis verlangen kann.

11. Die vorhergehenden Formeln geben ausgeglichene Werte für Intervalle von fünf, die Zwischenwerte müssen durch oskulierende Interpolation gefunden werden. *Dr. T. B. Sprague* war der Erfinder dieser wunderschönen Interpolationsmethode, er hat dieselbe im Journal of the Institute of Actuaries (Bd. XXII, S. 270) publiziert.

Dr. Sprague hat fünf Differenzen berücksichtigt, doch genügen für praktische Zwecke in der Regel drei. Verfasser hat *Spragues* Formel mit fünften Differenzen im Journal of the Institute of Actuaries Bd. XLII, S. 239 demonstriert und die Formel mit dritten Differenzen im Bd. XLI, S. 544. Auch *Dr. Karup* hat diese Methode ausführlich diskutiert in seiner hervorragenden Schrift über die Ausgleichung, welche er dem II. internationalen Aktuarenkongresse, der in London im Mai 1898 getagt hat, vorlegte und welche in den Kongreßschriften deutsch auf Seite 31, englisch auf Seite 78 erschienen ist. Denen die Methode nicht bekannt wäre, werden auf diese Publikationen für die Details derselben verwiesen und soll der Gegenstand hier nicht weiter behandelt werden.

12. Man wird bemerken, daß u_{12} in den vorhergehenden Formeln das mittlere von 25 Gliedern der Beobachtungsreihe ist, und ist die Formel (4) wirklich eine mechanische Ausgleichungsformel, welche

bis zu den fünften Differenzen inklusive exakt ist. Ähnlich ist (7) eine mechanische Ausgleichungsformel, exakt bis in die dritten Differenzen. Verfasser verweist hierbei auf seine Arbeit über die mechanischen Ausgleichungsmethoden, wo diese Formeln bereits vorkommen.

13. Die Formeln (4) und (7) können auch derart gedeutet werden, daß die ausgeglichenen Werte das Mittel von fünf solchen Werten bilden, die in den zweiten beziehungsweise in den zweiten und vierten Differenzen korrigiert worden sind.

14—17. Die Formel (7) wurde angewendet, um die englische Aggregattafel O^M aus den Originaldaten zu rekonstruieren. Diese Daten bestehen aus den durchlebten Beobachtungsjahren E_x und den Toten Θ_x für ein jedes Alter. Verfasser teilt die in fünfjährigen Gruppen zusammengefaßten Zahlen sowie die ersten und zweiten Differenzen derselben mit, wobei als Ausgangsalter das Alter von 11, als letztes das von 100 Jahren angenommen wurde. Die Anwendung der Formel (7) ergibt ausgeglichene Werte für die Alter 18, 23... bis 93. Die ausgeglichenen Werte der q_x für diese Alter wurden dann durch Division gefunden und wurde des weiteren angenommen, daß q_x im Alter von 103 Jahren gleich 1 ist. Der Wert q_{103} wurde auf Grund der folgenden Formel berechnet:

$$\Delta^3 q_{33} = \frac{1}{4} \{ q_{103} - q_{33} - 4 \Delta q_{33} - 6 \Delta^2 q_{33} \}$$

Das Alter von elf Jahren wurde als Ausgangsalter gewählt, damit man mit dem Alter von 103 Jahren, für welches die Sterbenswahrscheinlichkeit 1 supponiert wurde, ebenfalls einen Zentralpunkt für die oskulierende Interpolation erhalte. Verfasser teilt noch die so gefundenen Werte von E_x , Θ_x , q_x mit.

18—20. Durch oskulierende Interpolation wurden die fehlenden Werte zwischen 23 und 98 ergänzt und in den höchsten Altern wurde eine gewöhnliche Interpolation vierten Grades benützt, wozu die berechneten Werte für die Alter 95, 96, 97, 98 und 103 verwendet wurden. Die Formel lautet:

$$\delta^4 u_x = \frac{1}{70} \{ u_{x+8} - u_x - 8 \delta u_x - 28 \delta^2 u_x - 56 \delta^3 u_x \}$$

Für die jungen Alter von 10 bis 23 wurden zweierlei Prozesse verwendet. Die Tafel wurde zunächst bis zum Alter 18 mit Hilfe derselben Formel für die vierten Differenzen ergänzt, welche in den höchsten Altern angewendet wurden, wobei diese vierten Differenzen aus den Altern 26, 25, 24, 23 und 18 genommen wurden. Die ein-

schlägige Rechnung wird voll mitgeteilt und wird auch eine Anzahl anderer in analogen Fällen brauchbarer Formeln gegeben.

21. Tabelle I des Anhangs gibt die ausgeglichenen Tafeln samt den dritten Differenzen der Sterbenswahrscheinlichkeiten und den Vergleich zwischen berechneter und beobachteter Sterblichkeit.

22, 23. Die neue Methode kann auch für die einfache Ausgleichung der Sterbenswahrscheinlichkeiten angewendet werden, wobei derselbe Vorgang zu beobachten ist, welcher bei der separaten Ausgleichung der Zahlen E_x und Θ_x beobachtet wurde, nur daß nicht die Sterbenswahrscheinlichkeiten q_x sondern die Zahlen $\log(q_x + \cdot 1)$ angewendet wurden und zwar aus dem Grunde, weil der unausgeglichene Wert von q_x manchmal gleich Null ist, dessen Logarithmus also negativ unendlich wird. Die Wahl von $\log(q_x + \cdot 1)$ ist auch deshalb nützlich, weil mit Ausnahme des Alters 103 die Charakteristik überall gleich -1 ist, sodaß sie einfach weggelassen werden kann und die Mantissen auch sehr nahe aneinander liegen. Die Tabelle II gibt das Resultat dieser Ausgleichung und zeigen die Vergleiche der Tabellen I und II, daß die neue Methode volles Vertrauen verdient.

24. Die Anwendung der neuen Methode auf die Ableitung von Sterblichkeitstafeln aus der Bevölkerungsstatistik wird in Tabelle III dargestellt.

25. Im vereinigten Königreiche werden alle zehn Jahre Volkszählungen vorgenommen und hat der Registrar General auf Grund derselben Sterblichkeitstafeln hergestellt und veröffentlicht. Die ersten beiden Tafeln wurden auf Grund der Volkszählung von 1841 angefertigt und wurden in der English Life Table No. 1 die Todesfälle des Jahres 1841, in jener No. 2 die Todesfälle der sieben Jahre von 1838 bis 1844 mitverwendet. Die Tafel No. 3 wurde auf Grund der beiden Volkszählungen von 1841 und 1851 sowie auf Grund der Todesfälle in den 17 Jahren 1838 bis 1854 abgeleitet. Der English Life Table No. 4 dienten die Volkszählungen von 1871 und 1881 sowie die Sterbefälle der 10 Jahre von 1871 bis 1880 als Grundlage. No. 5 wurde auf Grund der Ergebnisse der Volkszählungen von 1881 und 1891 sowie der Todesfälle von 1881 bis 1890 und endlich No. 6 auf Grund der Volkszählungen von 1891 und 1901 und der Todesfälle von 1891 bis 1900 abgeleitet. In einem jeden der letzten Fälle war es notwendig, die durchschnittliche Bevölkerung der zehn Jahre zu ermitteln; die Methode, wie dies vorgenommen wurde, hat der Autor im Journal of the Institute of Actuaries Bd. XLII, S. 259, beschrieben.

26. Die durchschnittliche Bevölkerung und die Sterblichkeitstafel wird durch den Registrar General nicht für ein jedes Altersjahr veröffentlicht, sondern für gewisse Altersgruppen. L_x bezeichnet die

durchschnittliche Bevölkerung im Alter von x bis $x+1$, d_x die Anzahl der Todesfälle in diesem Alter. T_x die gesamte Bevölkerung vom Alter x aufwärts, l_x die gesamte Anzahl der Toten vom Alter x aufwärts und $T_{x+n} = T_x - T_{x+n}$ die Bevölkerung zwischen den Altersgrenzen x und $x+n$. $l_{x+n} = l_x - l_{x+n}$ die Anzahl der Todesfälle zwischen den Altersgrenzen x und $x+n$.

27. Es werden in einer kleinen Tabelle die offiziell publizierten Daten der englischen Volkstafel No. 6 Männer reproduziert.

28—30. Da diese Veröffentlichung nur bis zum Alter 25 fünfjährige Altersgruppen umfaßt, von 25 aufwärts dagegen zehnjährige, war es notwendig, diese zehnjährigen Intervalle in fünfjährige zu zerlegen. Es wurde hierzu die Interpolationsformel

$$u_x = u_{x-1\frac{1}{2}} + 1\cdot5 \triangle u_{x-1\frac{1}{2}} + \cdot375 \triangle^2 u_{x-1\frac{1}{2}} - \cdot0625 \triangle^3 u_{x-1\frac{1}{2}}$$

verwendet, wobei zum Beispiel für das Alter 30 die für die Alter 15, 25, 35, 45 angegebene Zahlen verwendet werden. Die Zahlen T_{100} und l_{100} wurden auf Grund der Zahlen für die Alter 85, 90 und 95 durch eine Interpolation vom dritten Grade bestimmt, wobei angenommen wurde, daß T_{105} und l_{105} je gleich 1 sind. Die Interpolationsformel ergibt sich dann zu

$$\triangle^3 u_{85} = \frac{1}{4} \{ u_{105} - u_{85} - 4 \triangle u_{85} - 6 \triangle^2 u_{85} \}$$

Es werden die auf diese Weise ermittelten Zahlen, die sich bereits zur Anwendung der Formeln (4a) oder (7) eignen, mitgeteilt. Das Resultat ergibt die Zahlen L_x und d_x , deren Division zum zentralen Sterblichkeitsverhältnisse m_x führt, aus welchem $q_x = \frac{2 m_x}{2 + m_x}$ berechnet wurde.

31, 32. Diese Methode hat für die englische Sterblichkeitstafel No. 6 für die Alter 12 bis 87 gute Resultate ergeben, doch sind über das Alter 87 hinaus Anomalien zu konstatieren, weshalb für diese Alter ein anderer Weg eingeschlagen wurde.

Verwenden wir die berechneten Werte für die Alter 72, 77, 82 und 87 und nehmen an, daß die Sterbenswahrscheinlichkeit des Alters 105 gleich 1 ist, aus diesen Werten werden die vierten Differenzen gebildet, mit deren Hilfe die Werte für die Alter 92, 97 und 102 ermittelt werden. Nachdem dieserart die q für die fünfjährigen Alterspunkte von 12 bis 97 ermittelt sind, erfolgt hierauf die oskulierende Interpolation, um die Zwischenwerte zu ermitteln. Die beiden Enden der Tafel wurden durch ein anderes Interpolationsverfahren ermittelt, welches im Journal of the Institute Bd. XLIII, S. 132 bis 133 beschrieben ist.

33. Tabelle III des Anhangs gibt die vollständige Tafel und die dritten Differenzen. In den höchsten Altern ist die Tafel wohl wenig verlässlich, was in der Ungenauigkeit der bei den Volkszählungen erhaltenen Altersangaben begründet sein dürfte. Es ist höchst wahrscheinlich, daß die Sterblichkeit in den hohen Altern größer ist, als die, welche die Tafel aufweist.

34. Der Autor gibt der Ansicht Ausdruck, daß diese Methode auch dann gut verwendet werden könne, wenn es sich lediglich um eine geringe Anzahl von Beobachtungen handelt. So hat er die Methode auch auf die British Government Female Table vom Jahre 1883 angewendet, welche schwer zu behandeln ist, zum Teile infolge der Geringfügigkeit der Beobachtungen unter dem Alter von 50 Jahren, zum Teile auch infolge der Autoselektion. Die Resultate sind sehr gut, doch hat der Autor die Methode noch verbessert, sodaß durch eine geringe Mehrarbeit wohl die Bedenken derjenigen zerstreut werden dürften, die die Methode für geringe Materialien als unanwendbar erachten. Diese Ergänzung wird noch in der Aprilnummer J. I. A., also vor dem Zusammentreten des Kongresses veröffentlicht werden. Eine kurze Beschreibung dieser Ergänzung folgt noch hier.

35. Es werden zunächst die Werte w für ein *jedes* Altersjahr bestimmt und die Formel (7) auf diese Kolonne angewendet, sodaß man ausgeglichene fünfjährige Werte der w bekommt. Auf diese Werte wird dann die Formel zum zweitenmale angewendet, um die ausgeglichenen fünfjährigen Werte der u zu erhalten.

36—38. Der ausgeglichene Wert (u) ergibt sich als der mittlere von 29 Werten der Reihe der u . Bezeichnen wir $u_{+h} + u_{-h}$ durch γ_h , so ist

$$\begin{aligned} 5^6(u) = & 3655 u_0 + 2870 \gamma_1 + 2085 \gamma_2 + 1300 \gamma_3 + 515 \gamma_4 \\ & - 270 \gamma_5 - 215 \gamma_6 - 160 \gamma_7 - 105 \gamma_8 - 50 \gamma_9 \\ & + 5 \gamma_{10} + 4 \gamma_{11} + 3 \gamma_{12} + 2 \gamma_{13} + \gamma_{14}. \end{aligned}$$

Dies ist eine mechanische Ausgleichungsformel korrekt bis in die dritten Differenzen. Da sie 29 Glieder umfaßt, kann sie für die ersten und letzten Werte nicht verwendet werden, für welche dann die Formel (7) zur Anwendung zu gelangen hat. Durch die Duplikation der Anwendung wird eine größere Glätte erzielt und auch die Annäherung an die Originaldaten ist eine vorzügliche, doch hat die einfache Anwendung der Formel (7) immer ganz ausgezeichnete Resultate ergeben.

Sur une nouvelle méthode de la construction et de l'ajustement de tables de mortalité.

Par George King, F. I. A., F. F. A., Londres.

1. L'auteur a présenté récemment à l'Institute of Actuaries à Londres une série de quatre travaux qui s'occupent de divers points de vue des tables de mortalité et qui contiennent une nouvelle méthode de la construction et de l'ajustement des ces tables. Ces travaux ont paru dans le Journal of the Institute of Actuaries, savoir: un traité „Sur l'erreur introduite dans les tables de mortalité par les opérations d'ajustement mécaniques“ (vol. XLI, page 54), puis „Remarques sur l'ajustement mécanique et quelques nouvelles formules“ (vol. XLI, page 530), „La construction de tables de mortalité sur la base du recensement et des registres mortuaires“ (vol. XLII, page 225) et „Sur une nouvelle méthode de la construction et l'ajustement de tables de mortalité et d'autres tables“ (vol. XLIII, page 109).

2. D'abord, l'auteur avait le but de rechercher une méthode sûre de la construction des tables de mortalité sur la base des statistiques de la population; cependant les résultats paraissent d'une utilité bien plus générale. C'est pourquoi il a voulu donner dans ce traité au Congrès un résumé de ses travaux.

3. Il s'agit d'abord de communiquer la méthode d'ajustement et de la commenter par quelques exemples.

4. La fonction donnée soit une série de valeurs successives de u_x . Le procédé de la nouvelle méthode d'ajustement est de trouver premièrement des valeurs ajustées de u de cinq en cinq intervalles, puis de déterminer les valeurs intercalaires par l'interpolation osculatrice.

5. Soit

$$-y_x = \sum_x^{\infty} u \qquad u_x = y_{x+1} - y_x$$

soient en outre $\triangle y$, $\triangle^2 y$ etc. les différences des y pour des intervalles de cinq de sorte qu'on a $\triangle y_x = y_{x+5} - y_x$. La formule ordinaire d'interpolation donne:

$$y_{13} = y_0 + 13 \frac{\triangle y_0}{5} + 52 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 52 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 26 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 36.4 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

$$y_{12} = y_0 + 12 \frac{\triangle y_0}{5} + 42 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 28 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 21 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 33.6 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

donc

$$(1) \quad u_{12} = \frac{\triangle y_0}{5} + 10 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

6. Les premières différences de y pour un intervalle de cinq valeurs de y sont égales aux sommes de cinq valeurs successives de u , c'est-à-dire

$$\triangle y_0 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

$$\triangle y_5 = u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$$

etc. Il semble utile de traiter ces groupes de cinq valeurs de fonctions indépendantes et d'écrire $\triangle y_0 = w_0$, $\triangle y_5 = w_5$ etc. de sorte qu'on a $\triangle^2 y_0 = \triangle^2 w_0$, $\triangle^3 y_0 = \triangle^3 w_0$ etc. Par cette désignation, de l'équation (1) résultent les équations (2), (3) et (4).

$$(2) \quad u_{12} = \frac{w_0}{5} + 10 \frac{\triangle w_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^2 w_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^3 w_0}{5^4} + 2 \cdot 8 \frac{\triangle^4 w_0}{5^5}$$

$$(3) \quad u_{12} = \cdot 2 w_0 + \cdot 4 \triangle w_0 + \cdot 192 \triangle^2 w_0 - \cdot 008 \triangle^3 w_0 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0$$

$$(4) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 000896 \triangle^4 w_0.$$

7. Si l'on remplace avec une inexactitude presque imperceptible, le coefficient du dernier membre de l'équation (4) $\cdot 000896$ par $\cdot 0009$, on a

$$(4a) \quad u_{12} = \cdot 2 w_{10} - \cdot 008 \triangle^2 w_5 + \cdot 0009 \triangle^4 w_0.$$

8. L'équation (4a) permet de calculer avec la plus grande facilité les valeurs ajustées, qu'on recherche, dans des intervalles de cinq de la fonction u . Les coefficients arithmétiques des trois membres se retiennent et s'appliquent facilement; ils se prêtent aussi bien à l'emploi d'un arithmomètre ou d'une autre machine à calculer. Pour appliquer la formule, on additionne les chiffres d'observation, à commencer d'un point de départ convenable, de cinq en cinq et l'on forme quatre fois les différences. Par un procédé très court, on obtient alors des valeurs ajustées des u pour des intervalles de cinq. Il y a cinq points de départ possibles pour le calcul des u et l'on choisit celui qui paraît le plus convenable pour la table donnée. Chacun de ces points de départ donne une courbe à part, cependant toutes les cinq courbes possibles se rapprochent fort l'une à l'autre dans toute leur étendue et chacune donne un bon ajustement et reproduit avec un grande fidélité les cas de décès réels.

9. Dans les équations (4) et (4a), on a eu besoin de quatre différences; cependant on ne gagne pas beaucoup par cette précision

extraordinaire. Dans la plupart des cas, second différences suffisent. Pour établir la formule pour second différences seulement de w , on a :

$$y_8 = y_0 + 8 \frac{\Delta y_0}{5} + 12 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - 8 \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$y_7 = y_0 + 7 \frac{\Delta y_0}{5} + 7 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - 7 \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$(5) \quad u_7 = \frac{\Delta y_0}{5} + 5 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$(6) \quad u_7 = \frac{w_0}{5} + 5 \frac{\Delta w_0}{5^2} - \frac{\Delta^2 w_0}{5^3}$$

$$(7) \quad u_7 = .2 w_5 - .008 \Delta^2 w_0$$

$$(7a) \quad 5 u_7 = w_5 - .04 \Delta^2 w_0.$$

10. Rien n'est plus facile que de le calcul arithmétique d'après les formules (7) ou (7a) et l'exactitude des résultats est vraiment remarquable. On ne gagne réellement que peu en employant la formule plus longue (4a) puisque la raccourcie fournit tout ce qu'on peut demander en pratique.

11. Les formules précédentes donnent des valeurs ajustées pour des intervalles de cinq; pour les valeurs intercalaires, il faut les trouver par l'interpolation osculatrice. Le docteur *T. B. Sprague* fut l'inventeur de cette admirable méthode d'interpolation; il l'a publiée dans le *Journal of the Institute of Actuaries* vol. XXII, page 270. Le docteur *Sprague* s'est servi de cinq différences, mais en pratique, trois suffisent ordinairement. L'auteur a démontré la formule de *Sprague* avec des cinquièmes différences dans le *Journal of the Institute of Actuaries* vol. XLII, page 239, et la formule avec des troisièmes différences dans le volume XLI, page 544. Le docteur *Karup*, lui aussi, a détaillé cette méthode dans son éminent traité sur l'ajustement qu'il a présenté à 2^d Congrès international d'Actuaires, qui a eu lieu à Londres en 1898, et qui a paru dans les rapports du Congrès, en allemand, page 31 et, en anglais, page 78. L'auteur renvoi ceux qui ne connaissent pas la méthode à ces publications pour les détails et abandonne la discussion de ce sujet.

12. On remarquera que, dans les formules précédentes, u est le moyen de 25 membres de la série d'observations et la formule (4) donc réellement une formule d'ajustement mécanique, exacte jusqu'aux cinquièmes différences inclusivement. De même, (7) est une formule d'ajustement mécanique, exacte jusqu'aux troisièmes différences. L'auteur renvoie ici à son traité sur les méthodes d'ajustement où ces formules se trouvent déjà.

13. On peut aussi interpréter les formules (4) et (7) de telle manière que les valeurs ajustées forment la moyenne de cinq valeurs corrigé dans les deuxièmes, relativement dans les deuxièmes et quatrièmes différences.

14—17. La Formule (7) fut employée pour reconstruire la table agrégée anglaise O^M d'après les données originales. Ces données consistent en les années d'observation E_x et les morts de chaque année. L'auteur communique les nombres compris dans des groupes de cinq ans ainsi que leurs premières et deuxièmes différences en choisissant comme point de départ l'âge de 11 ans, comme âge extrême celui de 103 ans. L'application de la formule (7) donne des valeurs ajustées pour des âges de 18, 23 ... 93. L'auteur a ensuite trouvé les valeurs ajustées des q pour ces âges par la division. Il a ensuite calculé en supposant que, pour l'âge de 103 ans, q est égal à 1 la valeur q₉₈ sur la base de la formule suivante :

$$\triangle^3 q_{83} = \frac{1}{4} \{ q_{103} - q_{83} - 4 \triangle q_{83} - 6 \triangle^2 q_{83} \}$$

L'âge de 11 ans fut choisi comme point de départ afin d'avoir dans l'âge de 103 ans, pour lequel il a supposé la probabilité de mortalité de 1 aussi un point central pour les interpolations osculatrices. L'auteur communique encore les valeurs ainsi trouvées de E_x, Θ_x, q_x.

18.—20. Il a complété les valeurs manquantes entre 23 et 98 par interpolation osculatrice et appliqué aux âges les plus élevés une interpolation ordinaire du quatrième degré en se servant des valeurs calculées pour les âges de 95, 96, 97, 98 et 103 ans. La formule est :

$$\delta^4 u_x = \frac{1}{70} \{ u_{x+8} - u_x - 8 \delta u_x - 28 \delta^2 u_x - 56 \delta^3 u_x \}$$

Pour les bas âges, il s'est servi de deux procédés. La table fut d'abord complétée jusqu'à l'âge de 18 ans à l'aide de la même formule pour les quatrièmes différences qu'il a employée pour les âges les plus élevés et ces quatrièmes différences furent prises des âges de 26, 25, 24, 23 et 18 ans. L'auteur communique le calcul correspondant en entier et donne aussi quelques autres formules dont on peut se servir dans des cas analogues.

21. La table I de l'appendice donne les tables ajustées avec les troisièmes différences des probabilités de mortalité et la comparaison entre la mortalité calculée et la mortalité observée.

22, 23. On peut aussi appliquer la nouvelle méthode au simple ajustement des probabilités de mortalité en observant le même procédé

qui fut observé pour l'ajustement spécial des nombres E_x et Θ_x sauf à ne pas employer les probabilités de mortalité q_x , mais les nombres $\log (q_x + 1)$, et cela parce que la valeur non ajustée de q est quelquefois égale à zéro, dont le logarithme devient donc $-\infty$. Le choix de $\log (q_x + 1)$ se recommande aussi parce que, excepté pour l'âge de 103 ans, la caractéristique est toujours égale à -1 de sorte qu'on peut la négliger, et que les mantisses sont aussi très rapprochées l'une de l'autre. La table II donne le résultat de cet ajustement. En comparant les tables I et II, on voit que la nouvelle méthode mérite pleine confiance.

24. L'application de la nouvelle méthode à la construction de tables de mortalité sur la base de la statistique de la population est démontrée dans la table III.

25. Dans le Royaume-uni, des recensements ont lieu tous les dix ans et le Registrar General a dressé sur leur base et publié des tables de mortalité. Les deux premières tables furent dressées sur la base du recensement de 1841 et l'on a employé, dans la English Life Table No. 1, les cas de décès de l'an 1841, dans celle No. 2 des sept années de 1838 à 1844. La table No. 3 fut construite sur la base des recensements de 1841 et 1851 ainsi que des cas de décès pendant les dixsept années de 1838 à 1854. Les recensements de 1871 et 1881 ainsi que les cas de décès des dix années de 1871 à 1880 ont servi de base à la English Life Table No. 4. No. 5 fut dressé sur la base des résultats des recensements de 1881 et 1891 ainsi que des cas de décès de 1881 à 1890, enfin No. 6 sur la base des recensements de 1891 et 1901 et des cas de décès de 1891 à 1900. Dans chacun de ces derniers cas, il fallait rechercher la population moyenne des dix années relatives; l'auteur a décrit la méthode dont on s'est servi dans le Journal of the Institute of Actuaries vol. XLII, page 259.

26. Le Registrar General n'a pas publié la population moyenne et la table de mortalité pour chaque année d'âge, mais pour certains groupes d'âge. L_x désigne la population moyenne à l'âge de x à $x + 1$ ans; d_x , le nombre des cas de décès à cet âge; T_x , toute la population au-dessus de l'âge x ; l_x , le total des morts au-dessus de l'âge x : $T_{x+n} = T_x - T_{x+n}$, la population entre les limites d'âge de x et $x + n$, et $l_{x+n} = l_x - l_{x+n}$ le nombre des cas de décès entre les limites d'âge x et $x + n$.

27. Une petite table reproduit les données de la English Life Table No. 6 (hommes) publiées officiellement.

28.—30. Puisque cette publication n'embrasse des groupes d'âge de cinq années que jusqu'à l'âge de 25, au-dessus de l'âge 25, par contre, de groupes de dix années; il paraît utile de diviser ces intervalles de

dix ans en des intervalles de cinq ans. On s'est servi pour cela de la formule d'interpolation

$$u_x = u_{x-1\frac{1}{2}} + 1.5 \Delta u_{x-1\frac{1}{2}} + .375 \Delta^2 u_{x-1\frac{1}{2}} - .0625 \Delta^3 u_{x-1\frac{1}{2}}$$

en employant, p. e., pour l'âge de 30 les nombres indiqués pour les âges de 15, 25, 35, 45. Pour les nombres T_{100} et l_{100} , on les a déterminés sur la base des nombres pour les âges de 85, 90 et 95 par une interpolation du troisième degré en supposant que T_{105} et l_{105} sont égaux à 1. La formule d'interpolation est alors

$$\Delta^2 u_{85} = \frac{1}{4} \{ u_{105} - u_{85} - 4 \Delta u_{85} - 6 \Delta^2 u_{85} \}$$

L'auteur communique les nombres trouvés de cette manière qui sont propres à être employés dans les formules (4a) et (7). Le résultat donne les nombres L_x et d_x dont la division conduit au taux centrale de mortalité m_x qui sert à calculer $q_x = \frac{2 m_x}{2 + m_x}$.

31, 32. Cette méthode a donné de bons résultats pour la table de mortalité anglaise quand aux âges de 12 à 87 ans; mais au dessus de l'âge de 87, on a constaté des anomalies. C'est pourquoi on a choisi un autre procédé pour cet âge. Employant les valeurs calculées pour les âges de 72, 77, 82 et 87 et supposant que la probabilité de mortalité à l'âge de 105 est égale à 1, nous formons de ces valeurs les quatrièmes différences à l'aide desquelles nous trouvons les valeurs pour les âges de 92, 97 et 102. Après avoir trouvé ainsi les q pour les points d'âge de cinq ans de 12 à 96, on se sert de l'interpolation osculatrice pour déterminer les valeurs intercalaires. Les deux bouts de la table ont été trouvés par un autre procédé d'interpolation qui est décrit dans le *Journal of the Institute*, vol. XLIII, pages 132 à 133.

33. La table III de l'appendice donne la table complète et les troisièmes différences. Pour les âges les plus élevés, la table n'est pas très sûre, il est vrai, se qui pourrait provenir de l'inexactitude des déclarations d'âge obtenues lors des recensements. Il est fort probable que la mortalité dans les âges élevés est plus grande que celle que démontre la table.

34. L'auteur est d'avis qu'on peut très bien employer aussi sa méthode s'il s'agit seulement d'un petit nombre d'observations. Il a, p. e., appliqué la méthode aussi à la *British Government Female Table* de 1883 qui est difficile à traiter, en partie par suite de l'exiguïté des observations pour les âges en-dessous de 50 ans, en partie aussi à cause de l'autosélection. Les résultats sont très bons, cependant

l'auteur a encore amélioré la méthode de sorte que, par un surplus minime de travail, on peut bien faire taire les scrupules de ceux qui croient cette méthode inapplicable lorsqu'on dispose de moins de matières. Ce supplément va être publié dans le numéro d'avril du J. I. A. donc encore avant que le Congrès ait lieu. L'auteur donne ici un court résumé de ce supplément.

35. On détermine d'abord les valeurs w pour *chaque* année d'âge et on applique la formule (7) à cette colonne de sorte qu'on a des valeurs ajustées de cinq ans des w . Puis, on applique la formule une seconde fois à ces valeurs pour trouver les valeurs ajustées de cinq ans des u .

36—38. La valeur ajustée de u est alors la moyenne de 29 valeurs de la série des u . En désignant $u_{+h} + u_{-h}$ par γ_h , nous avons

$$\begin{aligned} 5^6(u) = & 3655 u_0 + 2870 \gamma_1 + 2085 \gamma_2 + 1300 \gamma_3 + 515 \gamma_4 \\ & - 270 \gamma_5 - 215 \gamma_6 - 160 \gamma_7 - 105 \gamma_8 - 50 \gamma_9 \\ & + 5 \gamma_{10} + 4 \gamma_{11} + 3 \gamma_{12} + 2 \gamma_{13} + \gamma_{14}. \end{aligned}$$

Voici une formule d'ajustement mécanique correcte jusque dans les troisièmes différences. Puisqu'elle embrasse 29 membres, on ne peut par l'appliquer à la première et à la dernière partie de la table pour lesquelles il faut employer la formule (7). Par l'application double, on obtient une plus grande uniformité et le rapprochement des données originales est aussi remarquable, cependant la simple application de la formule (7) a toujours donné de résultats excellents.

Di un nuovo metodo per la costruzione e graduazione di tavole di mortalità.

Giorgio King, F. I. A., F. F. A., Londra.

1° L'Autore ha presentato recentemente all'Institute of Actuaries di Londra una serie di lavori, nei quali tratta delle tavole di mortalità da vari punti di vista. In questi lavori figura pure un metodo nuovo di costruzione e graduazione delle tavole di mortalità. Questi lavori furono pubblicati nel „Journal of the Institute of Actuaries“, e precisamente: „Investigazione dell'errore introdotto nelle tavole di mortalità per i metodi di graduazione meccanica“ (Vol. XLI, pag. 54), „Osservazioni sul metodo di graduazione meccanica e qualche nuova formula“ (Vol. XLI, pag. 50), „La costruzione di tavole di mortalità sulla base del Censimento e dei Registri mortuarii“ (Vol. XLII, pag. 225) e „Un nuovo metodo della costruzione e graduazione delle tavole di mortalità“ (Vol. XLIII, pag. 109).

2° L'autore ha dappprincipio cercato soltanto di trovare un metodo sicuro per la costruzione di tavole di mortalità sulla base delle statistiche di popolazione, ma i risultati presentavano una utilità molto più generale: è perciò ch'egli ha voluto dare nel presente lavoro un riassunto di queste investigazioni ad uso del Congresso.

3° Si tratta per primo di dare un riassunto del nuovo metodo di graduazione e qualche esempio illustrativo.

4° Sia data la funzione da graduarsi quale una serie di valori u_x . Il nuovo procedimento consiste anzitutto nel trovare valori graduati di u_x per intervalli di cinque in cinque anni, e poi nell'interpolazione dei valori intermedi per l'interpolazione osculatrice.

5° Sia

$$-y_x = \sum_x^{\infty} u \qquad u_x = y_{x+1} - y_x$$

Siano inoltre $\triangle y$, $\triangle^2 y$ ecc. le differenze degli y per intervalli di cinque, così che $\triangle y_x = y_{x+5} - y_x$. La solita formula d'interpolazione dà

$$y_{13} = y_0 + 13 \frac{\triangle y_0}{5} + 52 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 52 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 26 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 36.4 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

$$y_{12} = y_0 + 12 \frac{\triangle y_0}{5} + 42 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 28 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 21 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 33.6 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

quindi

$$(1) \quad u_{12} = \frac{\triangle y_0}{5} + 10 \frac{\triangle^2 y_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^3 y_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^4 y_0}{5^4} + 2.8 \frac{\triangle^5 y_0}{5^5}$$

6° Le prime differenze degli y per intervalli di cinque sono eguali alle somme di cinque valori degli u e cioè

$$\triangle y_0 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4$$

$$\triangle y_5 = u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9$$

ecc. Sarà utile di sostituire per queste somme di cinque valori una nuova funzione e di scrivere $\triangle y_0 = w_0$, $\triangle y_5 = w_5$ ecc. Si avrà quindi $\triangle^2 y_0 = \triangle w_0$, $\triangle^3 y_0 = \triangle^2 w_0$ ecc. In seguito a questa sostituzione risultano dall'equazione (1) le equazioni (2), (3) e (4).

$$(2) \quad u_{12} = \frac{w_0}{5} + 10 \frac{\triangle w_0}{5^2} + 24 \frac{\triangle^2 w_0}{5^3} - 5 \frac{\triangle^3 w_0}{5^4} + 2.8 \frac{\triangle^4 w_0}{5^5}$$

$$(3) \quad u_{12} = .2 w_0 + .4 \triangle w_0 + .192 \triangle^2 w_0 - .008 \triangle^3 w_0 + .000896 \triangle^4 w_0$$

$$(4) \quad u_{12} = .2 w_{10} - .008 \triangle^2 w_5 + .000896 \triangle^4 w_0.$$

9° Scrivendo con un'inesattezza quasi impercettibile .0009 invece di .000896, l'equazione (4) assumerà la forma

$$(4a) \quad u_{12} = .2 w_{10} - .008 \triangle^2 w_5 + .0009 \triangle^4 w_0.$$

Il calcolo dei valori graduati mediante la formula (4a) non offre alcuna difficoltà. I coefficienti numerici delle tre funzioni si mantengono facilissimamente in memoria, e si adattano anche molto bene per il calcolo coll'Aritmometro o con una altra macchina da calcolo. Applicando la formula è necessario di formare le somme per cinque dei valori da graduarsi e di differenziarli quattro volte. Un procedimento brevissimo dà poi i valori graduati degli u per intervalli di cinque in cinque. Vi sono cinque punti di partenza possibili, e si sceglierà quello che meglio si adatta alla tavola di cui si tratta. Ognuno di questi punti di partenza dà una curva per sè, ma tutte le cinque curve possibili sono in gran vicinanza l'una all'altra nell'intera estensione, ed ognuna dà una buona graduazione e riproduce con minuziosa fedeltà i numeri di decessi reali.

9° Nelle equazioni (4) e (4a) si adoperavano quattro differenze, ma questa precisione straordinaria non reca gran profitto. Nella maggioranza dei casi bastano due differenze. Per la determinazione della formola con due differenze sole si ha:

$$y_8 = y_0 + 8 \frac{\Delta y_0}{5} + 12 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - 8 \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$y_7 = y_0 + 7 \frac{\Delta y_0}{5} + 7 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - 7 \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$(5) \quad u_7 = \frac{\Delta y_0}{5} + 5 \frac{\Delta^2 y_0}{5^2} - \frac{\Delta^3 y_0}{5^3}$$

$$(6) \quad u_7 = \frac{w_0}{5} + 5 \frac{\Delta w_0}{5^2} - \frac{\Delta^2 w_0}{5^3}$$

$$(7) \quad u_7 = .2 w_5 - .008 \Delta^2 w_0$$

$$(7a) \quad 5 u_7 = w_5 - .04 \Delta^2 w_0.$$

10° Nulla di più facile, che di procedere alla calcolazione mediante le formule (7) e (7a) ed il risultato ottenuto è di una precisione veramente notevole. Realmente nulla si guadagna adoperando la formula più lunga (4a), poichè la formula abbreviata dà tutto quello che si può chiedere in pratica.

11° Le formule precedenti danno i valori graduati per intervalli di cinque. Per ottenere i valori intermedi si deve adoperare l'interpolazione osculatrice. Questo metodo veramente ammirabile d'interpolazione è stato inventato dal Dottore *Tommaso Bond Sprague*, e pubblicato nel J. I. A. Vol. XXI. pag. 270, *Sprague* ha adoperate cinque differenze, ma in pratica ne bastano sempre tre. L'autore ha dimostrato il procedimento nel J. I. A. Vol. XLII. pag. 239., e quello con sole tre differenze nel Vol. XLI. pag. 544. Il *Dr. Karup* ha pure dettagliato questo metodo nel suo eminente lavoro sulla graduazione, contenuto nei documenti del 2° Congresso degli Attuari di Londra 1898, pag. 31, risp. 78. L'autore non si occupa di questo metodo, ma si riferisce ai lavori citati.

12° Si osserverà che nella formula (4) u è la media fra 25 membri della serie d'osservazioni, e che la formula è realmente una formula di graduazione meccanica esatta sino alle quinte differenze. Così pure (7) è una formula di graduazione meccanica esatta sino alle terze differenze. L'autore si riferisce al suo lavoro sulle formule di graduazione meccanica, nel quale queste formule sono state già menzionate.

13° Si può interpretare le formule (4) e (7) anche nel senso, che esse rappresentino la media di cinque valori, corretta per quinte, risp. per terze differenze. La formula (7) è stata adoperata per la ricostruzione della tavola di mortalità inglese OM sui dati originali. Questi dati consistono nei numeri dei viventi E_x e dei morti Θ_x per ogni anno di osservazione. L'autore espone questi numeri per gruppi

di cinque anni, nonchè le prime e le seconde differenze dei medesimi, scegliendo per punto di partenza l'età di 11 anni, e come età estrema, quella di 103 anni. L'applicazione della formola (7) dà valori graduati per le età 18, 23...93. L'autore ha poi calcolato le probabilità di morte q_x per divisione. Supponendo poscia, che per l'età di 103 anni q_{103} sia l'unità, l'autore ha inoltre calcolato il valore di q per l'età 98 sulla base della formola seguente:

$$\triangle^3 q_{98} = \frac{1}{4} \{ q_{103} - q_{98} - 4 \triangle q_{98} - 6 \triangle^2 q_{98} \}$$

L'età di 11 anni è stata presa per punto di partenza appunto perchè si voleva scegliere $q_{103} = 1$, punto questo che si è adoperato anche quale punto di partenza nell'interpolazione osculatrice. L'autore comunica le cifre risultanti per le E_x , Θ_x , e q_x .

18⁰—20⁰ I valori mancanti fra le età di 23 e 98 furono determinati mediante l'interpolazione osculatrice; per le età più elevate è stata adoperata una formola di interpolazione ordinaria del quarto grado, servendosi dei valori calcolati per le età 95, 96, 97, 98 e 103. La formola è

$$\delta^4 u_x = \frac{1}{70} \{ u_{x+8} - u_x - 8 \delta u_x - 28 \delta^2 u_x - 56 \delta^3 u_x \}$$

Per le età giovanili vennero adottati due procedimenti. La tavola è stata completata prima sino all'età di 13 anni mediante la stessa formola per le quarte differenze stata applicata per le età più elevate, prendendo queste quarte differenze dalle età 26, 25, 24, 23, e 18. L'autore comunica l'intero calcolo e dà inoltre delle formule, che possono applicarsi in casi analoghi.

21⁰. La tavola I. dell'appendice contiene i valori graduati nonchè le terze differenze e la comparazione della mortalità calcolata con quella osservata.

22⁰, 23⁰. Il nuovo metodo può esser applicato anche alla semplice graduazione delle probabilità di morte, mediante lo stesso procedimento che venne seguito nella graduazione dei E_x e Θ_x . Meglio si adatta a questo processo la funzione $\log (q_x + 1)$ perchè il valore q_x diventando qualche volta zero, il suo logaritmo è quindi negativamente infinito. Si raccomanda la scelta di questa funzione anche, perchè la caratteristica del $\log (q_x + 1)$ è — eccettuato all'età 103 — sempre — 1, e non occorre quindi di scriverla, mentre le *mantisce* dei singoli logaritmi sono assai vicine l'una all'altra. La tabella II. contiene i risultati di questa

graduazione. Dalle due tabelle risulta, che il nuovo metodo merita ogni fiducia.

24°. L'applicazione del nuovo metodo alla costruzione di tavole di mortalità della popolazione è esposta nella tabella III.

25°. Nel Regno Unito si fanno dei Censimenti ogni dieci anni, ed i risultati dei medesimi vengono pubblicati dal Registrar general, che ne trae anche delle tavole di mortalità. Le prime due tavole furono costruite sulla base del censimento del 1841, e dei morti dell'anno 1841 nella English Life Table No. 1.; mentre per quella No. 2. lo stesso censimento fu preso invece con i casi di morte dei sette anni dal 1838 al 1844. La tavola No. 3. è stata costruita in base ai censimenti del 1841 e 1851 ed ai morti degli anni 1838—1854. I censimenti del 1871 e 1881, coi morti del decennio 1871—1880, hanno servito per la costruzione della tavola No. 4.: quella No. 5. comprende i censimenti 1881 e 1891 nonchè i morti del decennio intermedio, e finalmente la tavola No. 6. contiene i censimenti 1891 e 1901 assieme ai morti degli anni 1891 sino al 1900. In ognuno di questi ultimi casi è stato necessario di determinare la popolazione media di un decennio; l'autore ne ha descritto il metodo nel J. I. A. Vol. XLII. pag. 259.

26° Il Registrar General non ha pubblicato i numeri dei viventi e dei morti per ogni singolo anno di età, ma soltanto per gruppi di età, L_x significa la popolazione media compresa fra le età x e $x+1$, d_x il numero dei decessi nella stessa età, T_x la popolazione intiera che ha superato l'età di x , l_x il numero dei morti che hanno superato tale età, $T_{x+n} = T_x - T_{x+n}$ è la popolazione compresa fra le età x e $x+n$, e infine $l_{x+n} = l_x - l_{x+n}$ il numero dei morti fra le medesime età.

27° I dati della tavola No. 6., stati pubblicati ufficialmente, vengono riprodotti in una piccola tavoletta (uomini).

28°—30° Visto che questa pubblicazione dà dei gruppi di cinque anni soltanto sino all'età di 25. e poi un raggruppamento per decine, è stato necessario di scindere tali gruppi in due parti. A questo scopo venne adoperata la formula seguente di interpolazione:

$$u_x = u_{x-11/2} + 1.5 \triangle u_{x-11/2} + .375 \triangle^2 u_{x-11/2} - .0625 \triangle^2 u_{x-11/2}$$

Per l'età di 30 anni si devono adoperare le cifre indicate nelle età 15, 25, 35 e 45. Le cifre T_{100} e l_{100} vennero determinate in base alla supposizione, che T_{105} e l_{105} siano uguali all'unità, ricorrendo alla formula d'interpolazione di terzo grado

$$\triangle^3 u_{85} = \frac{1}{4} \{ u_{105} - u_{85} - 4 \triangle u_{85} - 6 \triangle^2 u_{85} \}$$

L'autore comunica le cifre trovate ed in base alle quali vennero calcolate le rate medie di mortalità m_x e di questi $q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x}$.

31^o, 32^o Il metodo ha dato dei buoni risultati per la tavola inglese per tutte le età da 12 sino a 87, ma al di sopra di questa età si mostrano delle anomalie; si è quindi scelto per queste età un altro procedimento. Servendosi dei valori calcolati per le età 72, 77, 82, e 87 e supponendo che la probabilità di morte all'età di 105 anni sia l'unità, si formano le quarte differenze mediante le quali si trovano i valori per le età 92, 97 e 102. Dopo aver trovati in questa maniera i valori dei q per intervalli di cinque in cinque anni da 12 sino a 96., i valori intercalari si troveranno coll'aiuto dell'interpolazione osculatrice. Le due estremità della tavola furono poi trovate mediante un altro procedimento di interpolazione, che è stato descritto nel J. I. A. Vol. XLIII. pag. 132—133.

33^o La tabella III. dell'appendice contiene la tavola completa e le terze differenze. Per le età più elevate la tavola non dà di certo dei risultati troppo sicuri: ciò dipende dall'incertezza delle dichiarazioni di età, come vengono fatte nei censimenti. Sembra probabile, che la mortalità di queste età debba essere più alta di quella che dimostra la tavola.

34^o L'autore è dell'avviso, che il suo metodo possa applicarsi benissimo anche quando si tratti di osservazioni molto scarse. Egli ha, p. e., applicato il metodo anche alla *British Government Female Life Annuitants Table* del 1883 che si può elaborare molto difficilmente, perchè il numero delle osservazioni è molto esiguo al di sotto dell'età di 50 anni, ed anche per l'influenza della autoselezione. I risultati sono assai buoni; ma l'autore ha ancora migliorato il metodo nell senso, che con un minimo aumento di lavoro si possono far tacere gli scrupoli di coloro, che credono che il metodo non sia applicabile a del materiale scarso. Il supplemento relativo sarà pubblicato nel Numero di Aprile del J. I. A., quindi prima ancora che il Congresso si raduni. L'autore fornisce però anche un breve riassunto di questo supplemento.

35^o Si calcolano anzitutto i valori dei w per *ogni* età, e la formula (7) si applica poi a questi, in modo che si abbiano valori graduati dei w . La formula (7) si applica poi a questi valori graduati dei w per trovare i valori graduati degli u per intervalli di cinque anni.

36^o—38^o Il valore graduato (u) rappresenta la media fra 29 valori. Se si scrive γ_h per $(u_{-h} + u_{+h})$, si ha

$$\begin{aligned} 5^o(u) = & 3655 u_0 + 2870 \gamma_1 + 2085 \gamma_2 + 1300 \gamma_3 + 515 \gamma_4 \\ & - 270 \gamma_5 - 215 \gamma_6 - 160 \gamma_7 - 105 \gamma_8 - 50 \gamma_9 \\ & + 5 \gamma_{10} + 4 \gamma_{11} + 3 \gamma_{12} + 2 \gamma_{13} + \gamma_{14} \end{aligned}$$

che è una formula di graduazione meccanica corretta sino alle terze differenze. Visto che questa formula comprende 29 membri, non si può applicarla al principio ed alla fine della tavola, per cui bisogna ricorrere alla formula (7). L'applicazione doppia conduce ad una maggiore uniformità ed anche il riavvicinamento dei dati originali è veramente notevole; ma anche l'applicazione semplice ha dato sempre degli ottimi risultati.

